

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

PEDRO FELIPE LEITE CHAGAS

**CARACTERIZAÇÃO DO FENÔMENO DE FLAMBAGEM EM VIGAS DE PERFIL /
UTILIZANDO MODELO ANALÍTICO E MÉTODO COMPUTACIONAL**

Taubaté – SP

2018

PEDRO FELIPE LEITE CHAGAS

**CARACTERIZAÇÃO DO FENÔMENO DE FLAMBAGEM EM VIGAS DE PERFIL /
UTILIZANDO MODELO ANALÍTICO E MÉTODO COMPUTACIONAL**

Trabalho de Graduação apresentado para obtenção do Certificado de Graduação do curso de Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.

Orientador (a): Prof.^o Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto

Co-orientador (a): Prof. Antony dos Santos

Taubaté – SP

2018

SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas / UNITAU

C433c Chagas, Pedro Felipe Leite
Caracterização do fenômeno de flambagem em vigas de perfil I utilizando modelo analítico e método computacional / Pedro Felipe Leite Chagas. – 2018.
30 f. : il.

Monografia (graduação) – Universidade de Taubaté, Departamento de Engenharia Mecânica e Elétrica, 2018.

Orientação: Prof. Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto, Departamento de Engenharia Mecânica.

Coorientação: Prof. Antony dos Santos, Instituto Básico de Ciências Exatas.

1. Carga Crítica. 2. Dimensionamento. 3. Flambagem. I. Título.
II. Graduação em Engenharia Mecânica.

CDD – 621.3

PEDRO FELIPE LEITE CHAGAS

**CARACTERIZAÇÃO DO FENÔMENO DE FLAMBAGEM EM VIGAS DE PERFIL /
UTILIZANDO MODELO ANALÍTICO E MÉTODO COMPUTACIONAL**


ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO APROVADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUADO EM
ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO COORDENADOR DE CURSO DE
GRADUAÇÃO DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



Prof. Me. Fábio Henrique Fonseca Santejani
Coordenador de Trabalho de Graduação

BANCA EXAMINADORA:



Prof.º Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ



Prof.º Pedro Augusto da Silva Alves

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos.

Aos meus pais Adilson e M^ª de Lourdes, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos.

Ao meu orientador Prof.^º Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pino e Prof.^º Antony dos Santos por todo o incentivo e motivação na orientação deste trabalho.

Aos Professores Prof.^º Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto e Pedro Augusto da Silva Alves por aceitarem compor a banca examinadora.

RESUMO

Quando se está aprendendo um novo conteúdo à melhor forma de entendê-lo é por meio de aplicação prática do mesmo. Isso pode ser feito mediante o desenvolvimento de um projeto em que seja aplicado o que está sendo aprendido. Sendo assim, neste trabalho de monografia, pretende-se introduzir os conceitos básicos relacionadas à Flambagem e como ela age em vigas de perfil do tipo *I*. Então, seguindo um procedimento de pesquisa e desenvolvimento gradual, o presente trabalho tem por objetivo caracterizar o fenômeno de Flambagem em vigas de perfil *I* utilizando modelo analítico para encontrar suas dimensões e carga crítica de Flambagem, e então criar modelo computacional do perfil para a verificação e validação dos valores encontrados analiticamente. O trabalho considerará como elemento de estudo uma viga *I* em balanço com carga aplicada em sua extremidade e uma viga *I* carregada no centroide de sua seção transversal e simplesmente apoiada em suas extremidades. A metodologia escolhida para a realização dos procedimentos foi desenvolvida a partir de uma planilha de cálculos utilizando o Software Excel, para o modelo analítico, e a modelagem do perfil *I* empregando o software ANSYS Academic 19.1, para o método computacional. Depois da aplicação dos dois procedimentos, foi possível encontrar resultados muito próximos e com variação não maior do que 2,2 % para os dois métodos o que validou as respostas encontradas. Além disso, o trabalho também contribuiu com desenvolvimento de uma ferramenta de auxílio para o aprendizado de outros estudantes que desejem entender melhor o fenômeno de Flambagem em vigas através da utilização da planilha de cálculos criada.

Palavras-chave: Dimensionamento. Flambagem. Carga Crítica.

ABSTRACT

When we are learning a new content the best way to understand it, it is through practical application of it. This can be done by developing a project in which what is being learned is applied. Thus, this monography intends to introduce the basic concepts related to Buckling and how it acts in beams of profile I. Then, following a procedure of gradual research and development, the present work aims to characterize the phenomena of buckling in profile I beams using an analytical model to find their dimensions and critical buckling load, and then create a computational profile model for the verification and validation of the values found analytically. The work will consider as element of study a cantilever I-beam with load applied at its end and an I-beam profile loaded in the centroid of its cross section and simply supported at its ends. The methodology chosen for carrying out the procedures was developed from a spreadsheet using the Excel Software for the analytical model and the I profile was modeled using the ANSYS Academic 19.1 software for the computational method. After the two procedures were applied, it was possible to find out very close results with variation no greater than 2.2% between both methods which validated the answers found. In addition, the work also contributed to the development of an auxiliary tool for the learning of other students who wish to better understand the phenomenon of Buckling in beams through the use of the spreadsheet created.

Keywords: Sizing. Buckling. Critical Load.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Coluna sobre efeito de Flambagem devido à carga P	03
Figura 2. Barra sem peso, rígida e conectada por pino	04
Figura 3. Barra sobre ação de Força P	04
Figura 4. Reações na barra.....	05
Figura 5 Representação de sistema em equilíbrio estável, instável e neutro.....	06
Figura 6 Fatores de esbeltez	09
Figura 7. Transição de Coluna para placa.....	10
Figura 8. Perfil I duplamente simétrico.....	11
Figura 9. Dimensões para cálculo de K	13
Figura 10. Dimensões para o cálculo do D	14
Figura 11. Planilha utilizada obtenção das dimensões e carga crítica da viga I	19
Figura 12. Layout do perfil I	19
Figura 13. Tela inicial ANSYS.....	22
Figura 14. Dados de Engenharia.....	23
Figura 15. Desenho 2D do perfil.....	23
Figura 16. Simulação 3D do perfil.....	23
Figura 17. Gráfico de relação da Carga crítica por comprimento para viga em Balanço.....	26
Figura 18. Gráfico da relação Carga crítica por comprimento para viga Bi - Apoiada.....	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Carga Crítica em relação ao seu comprimento.....	25
Tabela 2. Variação Percentual da Carga crítica para Viga em Balanço.....	27
Tabela 3. Variação Percentual da Carga crítica para Viga Bi- Apoiada.....	27

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MEF Métodos dos Elementos Finitos

26

LISTA DE SÍMBOLOS

I = Perfil estrutural do tipo I;

$P(\mathbf{cr})$ = Carga crítica;

P = Força aplicada;

K = Mola;

F = Força de recuperação;

L = Comprimento;

E = Módulo de elasticidade para o material;

I = Menor momento de inércia para a área da seção transversal da coluna;

A = Área da seção transversal;

r = Raio de giração as seção transversal;

n = Número de ondas que aparecem durante a Flambagem

σ_{cr} = Tensão crítica;

K = Fator de comprimento;

Le = Comprimento efetivo;

P' = Carga crítica para viga do tipo I reta em balanço com uma carga de compressão aplicada no centroide da seção transversal;

I_y = Momento de Inércia da seção transversal sobre seu eixo de simetria;

I_x = Momento de Inércia da seção transversal sobre seu eixo de simetria;

I_f = Momento de Inércia de uma flange sobre seu eixo de simetria;

K = Fator dependente da forma e dimensões da seção transversal;

G = Módulo de rigidez do material;

l = Comprimento da viga;

d = Altura total do perfil;

H = Distância entre as duas bases do perfil;

b_f = 4 base da flange

t_f = Espessura da flange

t_w = Espessura da alma

A_i = Área da figura

y_i = Centro de gravidade da figura em relação ao eixo y

ν = Coeficiente de Poisson

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	01
1.1 Justificativa.....	01
1.2 Objetivo.....	1 e 2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	03
2.1 Flambagem de colunas.....	03
2.2 Definições de sistema estável ou instável.....	03 a 06
2.2.1 Equação diferencial para Flambagem de Coluna.....	06 a 10
2.3 Flambagem de Placas.....	10 a 11
2.3.1 Flambagem Local de Placas em Perfis.....	11
2.4 Estabilidade Elástica de Perfis /.....	12 a 15
2.5 Análise de Flambagem pelo Método dos Elementos Finitos.....	15 e 16
2.5.1 Análise Linear de Flambagem utilizando o ANSYS.....	16 e 17
3 METODOLOGIA.....	18
3.1 Cálculos das Dimensões Analiticamente.....	18 a 24
3.2 Cálculos das Dimensões pelo MEF.....	21 a 24
4 RESULTADOS.....	25 a 27
5 CONCLUSÕES.....	28 e 29
REFERÊNCIAS.....	30

1 INTRODUÇÃO

Sempre que se deseja projetar um elemento estrutural, é necessário que ele satisfaça requisitos específicos de resistência, deflexão e estabilidade. Quando esse componente está sujeito a cargas de compressão, e se esses forem compridos e esbeltos, a carga poderá ser grande o suficiente para provocar uma deflexão ou uma oscilação. Um exemplo de estrutura que estão sujeitas a esse fenômeno são as vigas de edifícios, que recebem cargas que tendem a fazê-las flambar. No presente trabalho serão apresentados os conceitos básicos necessários para o entendimento do fenômeno da Flambagem para que por meio de modelo analítico seja realizado o dimensionamento de uma viga de perfil do tipo *I* e sua carga crítica de Flambagem seja calculado. Então com a aplicação das medidas calculadas analiticamente em modelo computacional, desenvolvido no software ANSYS, a carga crítica de Flambagem será determinada novamente para que os valores encontrados nos dois métodos sejam comparados, estabeleça-se a variação percentual entre ambos e observe-se a validade dos dois métodos na obtenção da carga crítica de Flambagem para vigas de perfil do tipo *I*.

1.1 Justificativa

Esse trabalho surgiu da vontade de se colocar em prática alguns dos conceitos desenvolvidos durante os 5 anos de estudo de engenharia mecânica, contribuindo para o desenvolvimento de uma ferramenta que poderá ser utilizada por futuras turmas dos cursos de engenharia que virão a estudar no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté, colaborando para vosso aprendizado sobre o fenômeno de Flambagem de vigas. Além disso, esse trabalho deseja estimular e apoiar a vontade dos estudantes em desenvolver algo que contribua não só para seu próprio aprimoramento, mas também como daqueles a quem seu trabalho atinge, mostrando a importância do profissional de engenharia na área de pesquisa e desenvolvimento.

1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento analítico de uma planilha de cálculos, a qual realizará o dimensionamento de uma viga do tipo *I* e que terá

como resultado a geração de todas as medidas do perfil bem como informará a carga crítica necessária para a observação do fenômeno de Flambagem. Após o dimensionamento analítico, as dimensões encontradas serão levadas ao software ANSYS R19.1 Academic para que o perfil *I* seja modelado e sua carga crítica de Flambagem seja calculada novamente. Assim os resultados encontrados em ambos serão comparados e analisados para que se possam validar os dois métodos.

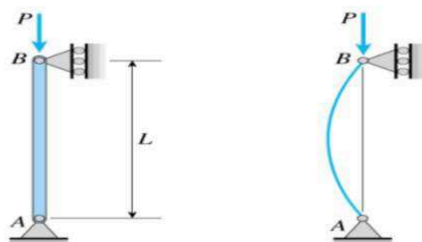
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Flambagem de colunas

Inicialmente, para o melhor entendimento sobre o conceito de flambagem em perfis, é necessário compreender primeiro o conceito geral de flambagem de colunas e isso será descrito nesta seção.

De acordo com HIBBLER (2012) elementos estruturais esbeltos sujeitos a cargas de compressão, podem sofrer deflexão ou uma oscilação lateral devido a ação desse carregamento Figura 1. Elementos estruturais compridos e esbeltos sujeitos a força de compressão axial são denominadas colunas, e a deflexão lateral que ocorre é chamada de Flambagem. Esse esforço também é conhecido como carga crítica de Flambagem o qual é a carga axial máxima que uma coluna pode suportar pouco antes de ficar instável. Qualquer carregamento adicional aplicado provocará Flambagem na estrutura e conseqüentemente deflexão lateral.

Figura 1 - Coluna sobre efeito de Flambagem devido à carga P .

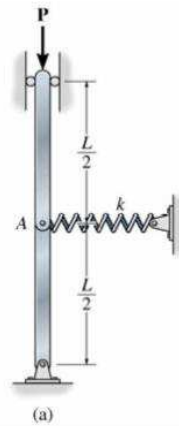


Fonte: BUFFONI (2018)

2.2 Definições de sistema estável ou instável

Para que seja analisado melhor o conceito de sistema estável e instável, consideremos um mecanismo composto por duas barras sem peso, rígidas e conectadas por pinos Figura 2. Conforme descrito por HIBBLER (2012).

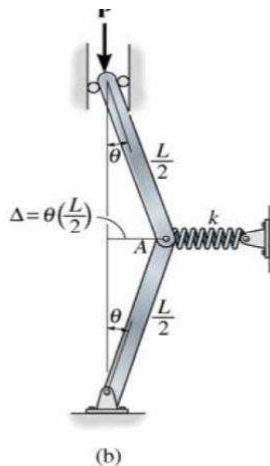
Figura 2 - Barra sem peso, rígida e conectada por pino.



Fonte: BUFFONI (2018)

Quando essas barras estão na posição vertical, sem aplicação de nenhuma força P a mola de rigidez k não esticará e a coluna se manterá em equilíbrio. Mas se uma pequena força P foi exercida no topo da coluna como mostra a Figura 2, essa estabilidade encontrada na coluna deixará de existir e o pino A será deslocado até uma pequena distância Δ Figura 3.

Figura 3 - Barra sobre ação de Força P

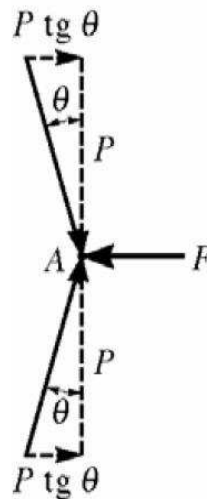


Fonte: BUFFONI (2018)

Como é mostrada no diagrama de corpo livre do pino da Figura 4, quando há deslocamento devido à ação da força P , a mola produzirá uma força de recuperação $F = K\Delta$, com objetivo de devolver a coluna para a sua posição original e manter seu equilíbrio. Ao mesmo tempo a carga P produz duas componentes horizontais $P = P\text{tg}\theta$ que agem tentando deslocar a junção A ainda mais para fora da posição de

equilíbrio. Por meio de observação teórica HIBBLER (2012) visualizou que o valor de do ângulo θ é pequeno e após análise matemática conclui que a força restauradora é igual $F = kL/2$, e a força perturbadora é igual a $P = 2P\theta$.

Figura 4 - Reações na barra.



Fonte: BUFFONI (2018)

Os momentos criados pelas forças de perturbação e de restauração nos sugerem que se o momento gerado pela mola k for maior que o da força P , a estrutura tenderá a voltar para sua posição original, e o sistema será estável, ou seja, $K\theta L/2 > 2P\theta$, e cancelando θ , podemos solucionar P , o que dará o mostrado na (Equação 1) abaixo:

$$P < \frac{kL}{4} \quad (1)$$

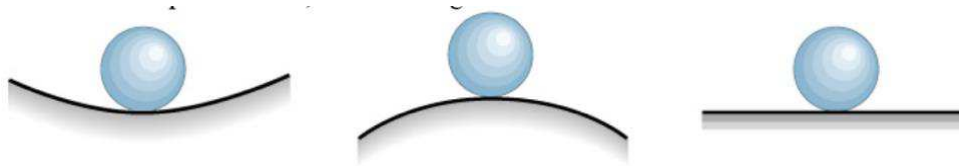
Já no caso do momento gerado pela força de perturbação ser maior que os da força de restauração o sistema tenderá a se afastar de sua posição de equilíbrio inicial, ou seja, $K\theta L/2 < 2P\theta$, e cancelando θ , podemos solucionar P , dando-nos a (Equação 2), para um sistema instável conforme dito por BEER (1995). Sendo assim, carga crítica (P_{cr}) (Equação 3) é definida como aquela em que os dois conjugados da seção se mantêm em equilíbrio e que havendo um leve distúrbio ocasionará na instabilidade da estrutura.

$$P > \frac{kL}{4} \quad (2)$$

$$P = \frac{kL}{4} \quad (3)$$

Uma maneira mais fácil de observar essas três condições de equilíbrio está representada pela Figura 5. Onde da direita para a esquerda as bolas estão em equilíbrio estável, instável e neutro.

Figura 5 - Bolas em equilíbrio estável, instável e neutro.



Fonte: BUFFONI (2018)

2.2.1 Equação diferencial para Flambagem de Coluna

O que foi determinado até aqui, foi o valor da P_{cr} que seria correspondente a carga sob a qual o mecanismo está na eminência de sofrer Flambagem. Para uma coluna considerada ideal, assumiremos que ela é perfeitamente reta antes da carga, composta de material homogêneo e que a carga é aplicada no centro da seção transversal. Os conceitos apresentados nesse tópico para obtenção das equações de carga crítica de Flambagem de coluna mostrarão as relações de dependência entre a carga crítica e a dimensões da viga. Essas ideias contribuirão para a aplicação corretas das variáveis envolvidas na equação da Flambagem durante o desenvolvimento da planilha de cálculos.

Para determinarmos os carregamentos críticos correspondentes as formas defletidas para uma coluna unam real apoiada por pinos, usaremos o procedimento demonstrado por HIBBLER (2012) e por meio das equações diferenciais da curva de deflexão de uma viga, pois elas nos mostram como uma coluna flete como se fosse uma viga. Para tal determinação utilizaremos a (Equação 4).

$$EI\ddot{v} = M \quad (4)$$

Onde,

$$M = -Pv \quad (5)$$

$$EI\ddot{v} = -Pv$$

A (Equação 4) é do tipo diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes. Sua solução pode ser descrita como mostra abaixo.

Notação:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (6)$$

A solução geral encontrada será

$$v = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) \quad (7)$$

Pela utilização das condições de contorno nas extremidades da coluna. $v = 0$ em $x = 0$, $C_2 = 0$. E, considerando $v = 0$ em $x = L$, chegaremos a (Equação 8)

$$C_1 \sin(kL) = 0 \quad (8)$$

A (Equação 6) é satisfeita se:

$$\sqrt{kL} = n\pi \quad (9)$$

Ou

$$P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

O menor valor de P é obtido quando $n = 1$, de tal maneira que a carga crítica para a coluna é,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (11)$$

Onde,

P_{cr} = Carga crítica axial máxima na coluna;

E = Módulo de elasticidade para o material;

I = Menor momento de inércia para a área da seção transversal da coluna;

L = Comprimento da coluna sem apoio e com as extremidades presa por pino.

Essa carga é comumente conhecida como carga de EULER por ter sido determinada pelo matemático suíço Leonard EULER em 1757.

Entende-se n como o representante do número de ondas, ou seja, a equação da carga crítica expressa e caracteriza como um movimento harmônico. Sendo assim para $n = 2$ e pelas equações desenvolvidas, apareceriam duas ondas na forma flambada da coluna. HIBBLER (2012) pontuou que a carga crítica é independente da resistência do material, mas ela depende das dimensões da coluna (I e L), Momento de Inércia e comprimento respectivamente, e da rigidez ou módulo de elasticidade do material (E). Outro ponto observado por HIBBLER (2012) foi de que a coluna tende a sofrer Flambagem em torno do eixo principal da seção transversal que possua o menor momento de inércia, ou seja, eixo menos resistente. Essas observações feitas por HIBBLER (2012), sobre a relação de dependência da carga crítica em relação às dimensões, são de extrema importância para o desenvolvimento desse trabalho porque por meio da variação das dimensões será obtida a carga crítica desejada.

Para fins de projeto utiliza-se a (Equação 11) em relação ao raio de giração, que é uma relação entre o momento de inércia e a área da superfície, onde o momento de inércia é dado por:

$$I = Ar^2 \quad (12)$$

Onde A é a área da seção transversal e r é o raio de giração as seções transversais, chegaremos a (Equação 13).

$$P = \frac{\pi^2 E A r^2}{L^2} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (13)$$

A (Equação 13) que representa a carga crítica para uma coluna é dada em função de seu comprimento efetivo L_e que representa a distância entre pontos de momento nulos ao longo do comprimento da coluna. Uma grande gama de manuais de projeto dá as formulas de colunas baseadas um coeficiente adimensional K , determinado a partir dos diferentes tipos de restrições as quais uma coluna pode estar sujeita Figura 6, denominado fator de comprimento, que é dado por:

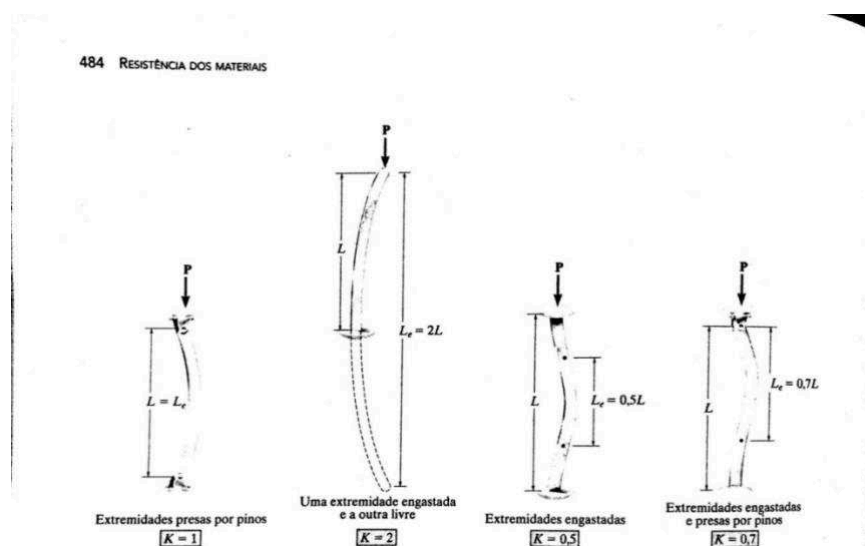
$$L_e = K L \quad (14)$$

L_e = Comprimento efetivo;

K = Fator de comprimento;

L = Distância entre pontos de momento nulo.

Figura 6 - Fatores de esbeltez



Fonte: HIBBLER (2012)

Se substituirmos K na (Equação 13) obterá:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(LK)^2} \quad (15)$$

Onde KL/r é o índice de esbeltez efetivo.

Por meio da (Equação 15) é possível encontrar a carga crítica de Flambagem para colunas com diferentes tipos de apoio.

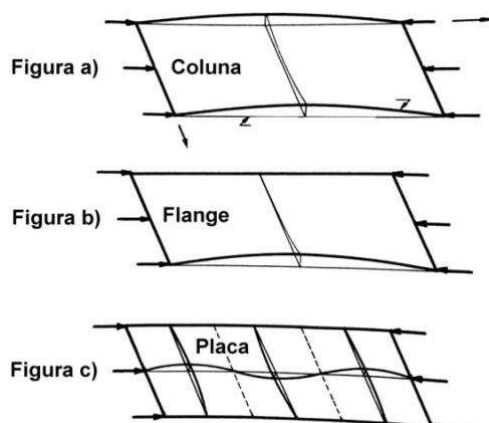
2.3 Flambagem de Placas

Quando a Flambagem é estudada nos diferentes perfis disponíveis e utilizada para a construção de estruturas de diversos tipos, encontramos-a agindo de duas maneiras, globalmente, ou seja, fazendo com que o perfil perca sua estabilidade como um todo, ou localmente, atuando sobre as seções do perfil, sem que haja deslocamento das arestas.

Quando um perfil de uma estrutura é analisado assume-se que ele é composto de uma junção de placas que podem estar conectadas por parafusos ou por solda, por exemplo. Se uma dessas placas flambarem antes do conjunto globalmente, dizemos que está ocorrendo a Flambagem local dessa estrutura.

A Figura 10 abaixo nos mostra Flambagem ocorrendo em diferentes tipos de estruturas, partindo de coluna até placa, de acordo com a mudança das condições de contorno nas extremidades, podendo ser do tipo livre ou com algum tipo de restrição.

Figura 7 - Transição de Coluna para placa.



Fonte: Bruhn (1973)

De acordo com BRUHN (1973), a Figura 7 (a) possui seus lados livres, portanto a estrutura age como uma coluna. Na Figura 7 (b) um de seus lados apresenta restrição e o outro está livre, sendo assim, esse tipo de estrutura é dita como flange. Já na Figura 7 (c) ambos os lados estão restritos é esse elemento é chamado de placa.

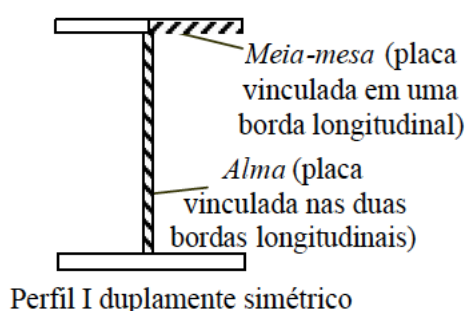
Esses conceitos são importantes para que se entenda que o perfil *I* por ser formado por uma junção de placas, poderá ter sua Flambagem ocorrendo primeiramente localmente antes do perfil como um todo, ou seja, globalmente.

2.3.1 Flambagem Local de Placas em Perfis

O fenômeno da Flambagem local pode ser visto em elementos de placa no qual o eixo da barra permanece reto e as translações são normais aos planos médios dos elementos de peça (SILVA 2006). Durante seus estudos SILVA (2006) observou que esses elementos apresentavam uma resistência de pós Flambagem e que por isso a carga última de colapso de Flambagem local é normalmente maior que a sua carga crítica. Esse conceito de pós Flambagem justificará possíveis variações do valor de carga crítica entre o modelo analítico e modelo computacional.

Um perfil comumente utilizado pelas normas para barras submetidas a compressão uniaxial é perfis *I* duplamente simétricos. Esse tipo de perfil possui dos tipos distintos de vinculação de placa, sendo o primeiro do tipo placa vinculado nas duas bordas longitudinais e o segundo placa vinculada em uma borda longitudinal e a outra livre Figura 8.

Figura 8 - Perfil *I* duplamente simétrico



Fonte: SILVA (2006)

2.4 Estabilidades Elásticas de Perfis I

De acordo com Young e BUDYNAS (2002) falhas devido à instabilidade elástica podem ser encontradas matematicamente por meio da derivação das equações da curva elástica ou pelo equacionamento da energia de tensão devido a flexão pelo trabalho feito pelas cargas aplicada no deslocamento correspondente sobre o seu ponto de aplicação. Muitos dos problemas envolvendo estabilidade elástica costumavam ser utilizados apenas para fins de estudo acadêmico, uma vez que os engenheiros ficavam receosos em utilizar membros delgados e sobre o efeito de cargas de compressão devido ao perigo de corrosão indireta por causa da utilização de materiais bem finos. No entanto a necessidade de componentes com o peso mínimo possível nos campos aeronáuticos e de transporte fez com que se aumentasse o ímpeto de investigação e solução de elementos delgados e sobre efeito de cargas de compressão. Por meio dessas investigações algumas vantagens foram encontradas em deixar componentes estruturais mais leves em que a sua estabilidade determina sua resistência. Um dessas vantagens é que a Flambagem elástica pode ocorrer sem que haja danos a estrutura, como por exemplo, na alma de uma viga, onde usando-se cargas conhecidas, Flambagem local ocorrerá, porém, sendo ela em um nível permitido, a estrutura resistirá sem problemas ou com baixo risco de dano estrutural drástico.

Em seu levantamento Young e BUDYNAS (apud Kitipornchai e Trahair, 2002, 710), reuniu fórmulas para se calcular a carga crítica de Flambagem P' para uma viga do tipo I reta em balanço com uma carga de compressão aplicada no centroide da seção transversal, onde a (Equação 16) foi encontrada:

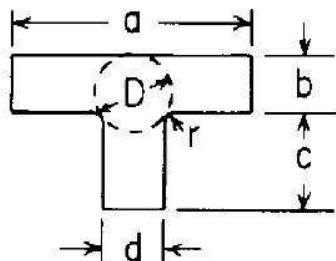
$$P' = m \frac{\sqrt{EI_y K G}}{l^2} \quad (16)$$

Onde,

$$m = 4,01 + 11,7 \sqrt{\frac{I_f E d^2}{2 K G l^2}} \quad (17)$$

K que é um fator dependente da forma e dimensões da seção transversal o qual é encontrado seguindo-se as equações abaixo e de acordo com a Figura 9:

Figura 9 - Dimensões para cálculo do fator K



Fonte: YOUNG (2012)

$$K = 2K_1 + K_2 + 2\alpha D^4 \quad (18)$$

Sendo,

$$K_1 = ab^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right] \quad (19)$$

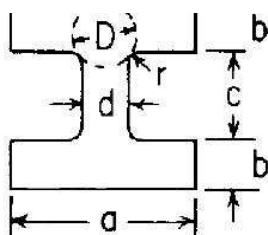
$$K_2 = \frac{1}{3} cd^3 \quad (20)$$

$$\alpha = \frac{t}{t_1} \left(0,15 + 0,1 \frac{r}{b} \right) \quad (21)$$

Onde,

D representa o maior diâmetro do círculo inscrito no perfil que será encontrado seguindo-se a (Equação 22) da Figura 10 abaixo:

Figura 10 - Dimensões para cálculo do D



Fonte: YOUNG (2012)

Onde, para $d < 2(b + r)$,

$$D = \frac{(b+r)^2 + rd + d^2/4}{(2r+b)} \quad (22)$$

P' = Carga crítica para viga do tipo I reta em balanço com uma carga de compressão aplicada no centroide da seção transversal;

E = Módulo de Elasticidade;

I_y = Momento de Inércia da seção transversal sobre seu eixo de simetria;

I_f = Momento de Inércia de um flange sobre seu eixo de simetria;

K = Fator dependente da forma e dimensões da seção transversal;

G = Módulo de rigidez do material;

l = Comprimento da viga;

Também YOUNG e BUDYNAS (apud Kitipornchai e Trahair, 2002, 710), reuniram o equacionamento necessário para se calcular a carga crítica de Flambagem P' para uma viga do tipo I reta sobre dois apoios com uma carga de compressão aplicada no centroide da seção transversal e restringida contra torção. Para isso a (Equação 23) foi encontrada:

$$P' = m \frac{\sqrt{EI_y KG}}{l^2} \quad (23)$$

Onde,

$$m = 16,93 + 45 \left(\frac{I_f E d^2}{2KG l^2} \right)^{0,8} \quad (24)$$

E tendo K e G mesmo significado e processo de cálculo igual ao da viga em balanço.

As equações demonstradas acima serão utilizadas no método analítico para o desenvolvimento da planilha de cálculos das dimensões e carga crítica de Flambagem.

2.5 Análise de Flambagem pelo Método dos Elementos Finitos

A capacidade de compreender o comportamento de máquinas, estruturas e sistemas de engenharia é de grande importância para o desenvolvimento e melhoria da vida e maior comodidade dos seres humanos. Muitos dos métodos criados para se realizar a análise e criação de tais componentes e estruturas tem sido feita por engenheiros. Eles procuram atingir progresso por meio do entendimento do comportamento físico dos materiais e estruturas, desenvolvendo a partir deles modelos matemáticos, os quais resultam em equações algébricas, diferenciais ou integrais aproximadas, que descrevem tais comportamentos (SANTOS 2017).

O método dos elementos finitos (MEF) surgiu da necessidade de obtenção de soluções numéricas para uma série de problemas de engenharia que não possuíam soluções analíticas exatas. Isso poderia ser atribuído a incapacidade da obtenção de resultados exatos devido a natureza das equações diferenciais que governavam esses problemas, os quais muitas vezes eram extremamente complexos e que criavam amplas dificuldades relacionadas as condições iniciais e de contorno. O método dos elementos finitos contorna essas incapacidades com aproximações numéricas (BRAGA, 2012).

De acordo com o estudado por BRAGA (2012) uma solução baseada no MEF pode ser dividida em três etapas básicas:

1. Pré-processamento: etapa da descrição geométrica e das propriedades mecânicas dos materiais, seleção do tipo de elemento e a discretização do modelo em elementos através da aplicação de uma malha.
2. Solução: definição dos carregamentos e das condições de contorno para a posterior solução numérica das equações relativas ao problema modelado.
3. Pós-processamento: Análise dos resultados incluindo deslocamento nodais, reações (forças e momentos) e distribuição de tensões.

Para MAVENI (1999 apud BRAGA, 2012, PG 34) o MEF utiliza uma formulação integrada a qual cria uma série de equações algébricas baseadas em uma função contínua que representa a solução aproximada de cada elemento. A solução final é alcançada a partir da organização das soluções de cada elemento, assumindo-se a condição de continuidade nas regiões de transição. Utiliza-se a expressão elemento finito devido ao fato de que os elementos estudados possuem tamanho finito.

Com a utilização do MEF será possível calcular o valor da carga crítica de Flambagem e compará-la com a obtida analiticamente. Esse procedimento será utilizado para validar os métodos utilizados e resultados encontrados. Ainda, com o emprego da modelagem do perfil o fenômeno de Flambagem será compreendido de uma maneira visual.

2.5.1 Análise Linear de Flambagem utilizando o ANSYS 19.0

O Software ANSYS é uma ferramenta computacional que utiliza o método dos elementos finitos, sendo aplicado em uma grande gama de problemas mecânicos para a obtenção de suas soluções numéricas. Os tipos de problemas que podem ser estudados pelo ANSYS podem ser do tipo análises estáticas e dinâmica, estrutural (linear e não-linear), transferência de calor, entre outros. (BRAGA, 2012).

A análise do tipo linear de Flambagem indicará a carga teórica sob a qual determinada estrutura irá falhar. Esse é tipo de método encontrado nas literaturas, e no caso das colunas/vigas, seguirá o comportamento descrito por EULER em sua teoria. No entanto, as estruturas reais por terem imperfeições e singularidades acabam por não obedecer aos comportamentos deduzidos teoricamente. De outro lado, uma análise do tipo não-linear apresenta resultados mais precisos porque considera os efeitos de grande deformação, o que mostra que a matriz de rigidez é atualizada a cada iteração.

Uma estrutura qualquer pode apresentar diferentes modos de Flambagem. Na maioria dos casos, o modo de maior interesse é aquele que representa o menor fator de carga, pois ele representa o menor necessário para que a Flambagem.

Para os nossos estudos de vigas sob o efeito de carregamento de compressão, simularemos-no com um modelo de cálculo simples com base em uma análise de instabilidade linear que será utilizada para as distintas soluções obtidas com o método dos elementos finitos e com os métodos analíticos teóricos.

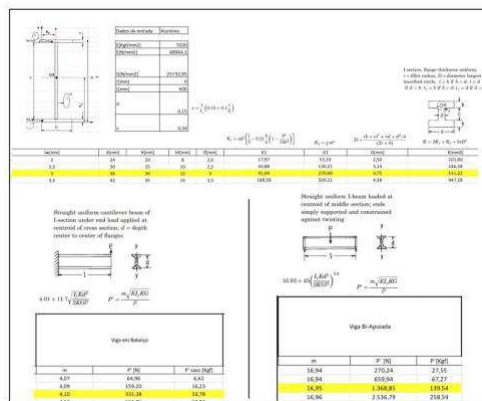
3 METODOLOGIA

A partir do levantamento bibliográfico feito e da reunião inicial do projeto, definiu-se que a instabilidade do perfil *I* deveria ocorrer com uma carga que variasse de 20 a 150 Kgf (96,2 a 1471,5N) aproximadamente, e que a viga tivesse comprimento máximo de 600 mm. Baseado nisso e de acordo com o equações definidas por YOUNG e BUDYNAS (2002), pertinentes a Flambagem de uma viga *I* em balanço com carga aplicada em sua extremidade e viga *I* carregada no centroide de sua seção transversal e simplesmente apoiada em suas extremidades, calculou-se as dimensões bases do perfil bem como sua carga crítica de Flambagem. Então, as equações utilizadas foram ordenadas em uma planilha de Excel de modo a disponibilizá-las da forma mais clara e intuitiva possível, a fim de torná-la acessível a qualquer pessoa que detenha o mínimo conhecimento do assunto para preenchê-la e para que consiga realizar o dimensionamento do perfil. Após os cálculos das dimensões, as medidas encontradas foram dispostas no software ANSYS R19.1 Academic, onde o perfil foi modelado, fez-se o teste de Flambagem e os resultados encontradas analiticamente foram validados.

3.1 Cálculo das dimensões analíticas

Baseado nas equações definidas por YOUNG e BUDYNAS (2002), encontradas nas referências bibliográficas a planilha de cálculos da Figura 14 foi

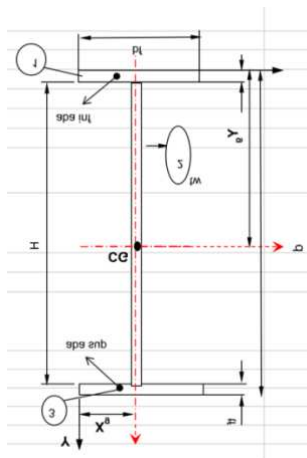
Figura 11 - Planilha utilizada obtenção das dimensões e carga crítica da viga *I* desenvolvida conforme descrição que virá a seguir



Fonte: Elaborado pelo autor

Inicialmente foi definida a seguinte proporção para as dimensões do perfil *I* de acordo com a Figura 12:

Figura 12 – Layout do perfil *I*



Fonte: Elaborado pelo autor

Sendo,

$$d = 12t_w;$$

$$H = 10t_w;$$

$$b_f = 4t_w;$$

$$t_f = t_w$$

Onde,

d = Altura total do perfil [mm];

H = Distancia entre as duas bases do perfil [mm];

$b_f = 4$ base da flange [mm];

t_f = Espessura da flange [mm];

t_w = Espessura da alma [mm];

Na parte superior da planilha próximo ao desenho do perfil estão os dados de entrada para os cálculos. Eles determinam o tipo de material estudado e algumas de suas propriedades tais como: módulo de Elasticidade (E), dado em N/mm², Módulo de Rigidez (G), dado em N/mm² e comprimento total do perfil (l), dado em mm.

Para os cálculos das dimensões do perfil todas suas medidas foram atreladas a espessura da alma (t_w). Essas medidas com suas respectivas proporções foram dispostas ao longo da linha 21 a qual é a linha base de cálculo da planilha, de modo que ao se alterar o valor da espessura (t_w) os valores das outras dimensões atualizar-se-ão automaticamente. O mesmo procedimento de atualização foi aplicado às demais células da linha 21. Partindo desse princípio, da linha 21 F até 21 l foram calculadas as áreas das bases, alma e área total do perfil. Da linha 21 J até 21 m foram calculados os centros de gravidade em relação ao eixo y das bases, alma e do perfil como um todo. Nas linhas 21 N e O foram calculados os momentos de Inércia em relação ao eixo x e y respectivamente, já na linha 21 P, calculou-se o momento de Inércia (I_f). Da linha 21 Q até 21 T foram calculados os os fatores K_1 , K_2 e D , os quais fazem parte do coeficiente K total, e são dependentes da forma, dimensões da seção transversal e do maior diâmetro do círculo inscrito na figura (D).

Todos os elementos calculados anteriormente são componentes com alguma relação na computação da variável (m), que foi calculada na linha 21 U para o caso 15 e 21 X para o caso 16, e que fazem parte da (Equação 23) estabelecida para o cálculo da carga crítica de Flambagem (P') do perfil.

Uma vez definido todas as equações necessárias na linha 21, utilizou-se o comando de repetição de linhas do Excel para as linhas seguintes. Então nas linhas seguintes variou-se a dimensão espessura da alma de modo a aumentá-la de meio e meio milímetro, o que gerava uma atualização das outras dimensões do perfil e era obtida a carga crítica de Flambagem ... para as distintas combinações de medidas do perfil I até que se alcançassem as dimensões necessárias para a observação da flambagem para cargas entre 20 a 150 Kgf (96,2 a 1471,5N), conforme estabelecido inicialmente.

3.2 Cálculo das dimensões pelo MEF

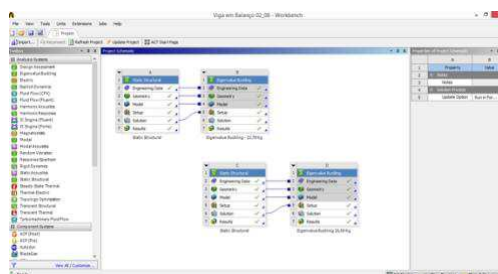
Após a obtenção analítica das medidas do perfil I com a utilização da planilha de cálculo desenvolvida, foi feito o modelo computacional com a utilização do

software ANSYS Academic 19.9, onde o perfil *I* foi modelado a partir das dimensões que atendiam o critério de a carga crítica de Flambagem entre 20 a 150 Kgf estabelecidos anteriormente. Esse processo de modelagem será descrito a seguir:

Inicia-se o software ANSYS Academic 19,9 e as abas “StaticStructural” e “EigenvalueBuckling” são selecionadas e atreladas uma a outra de forma que as características e resultados emitidos na aba “ StaticStructural”, que corresponde a forma estática da viga *I*, serão compartilhadas com a aba “Eigenvalue Buckling”, onde os testes de Flambagem serão realizados e a carga críticas será determinada.

A Figura 16 mostra a tela inicial do programa ANSYS.

Figura 13 - Tela inicial Ansys



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a realização do procedimento descrito acima, realiza-se a etapa de inclusão dos dados de engenharia, que são adicionados no software selecionado a aba “Engineering Data”. Nessa parte informações como tipo de material, que em nosso modelo de estudo é o alumínio, é selecionado, bem como outras propriedades tais como módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν) são estabelecidas como mostra a Figura 13.

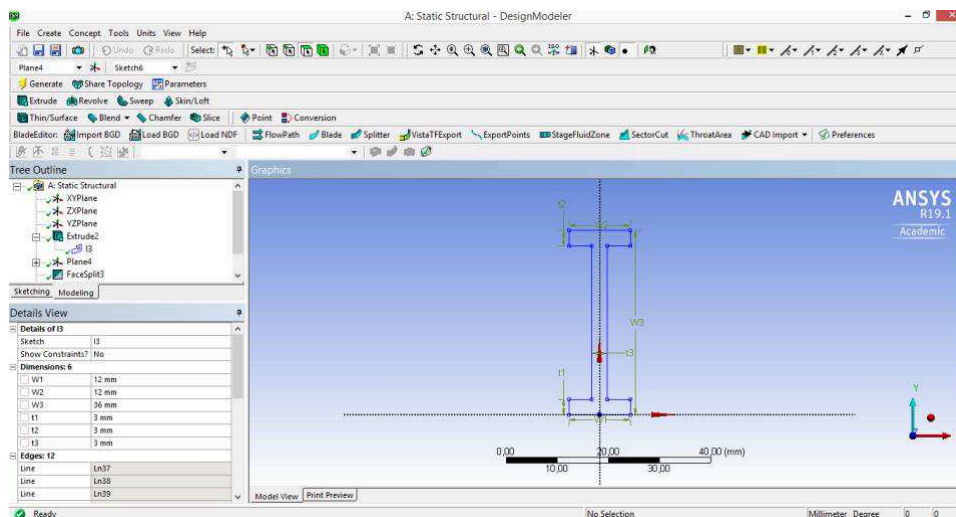
Figura 14 – Dados de Engenharia

Properties	Value	Unit
Young's Modulus	69000	MPa
Poisson's Ratio	0.33	
Shear Modulus	26700	MPa
Shear Modulus	26700	MPa
Tensile Yield Strength	200	MPa
Compressive Yield Strength	200	MPa
Tensile Ultimate Strength	200	MPa
Compressive Ultimate Strength	0	MPa

Fonte: Elaborado pelo autor

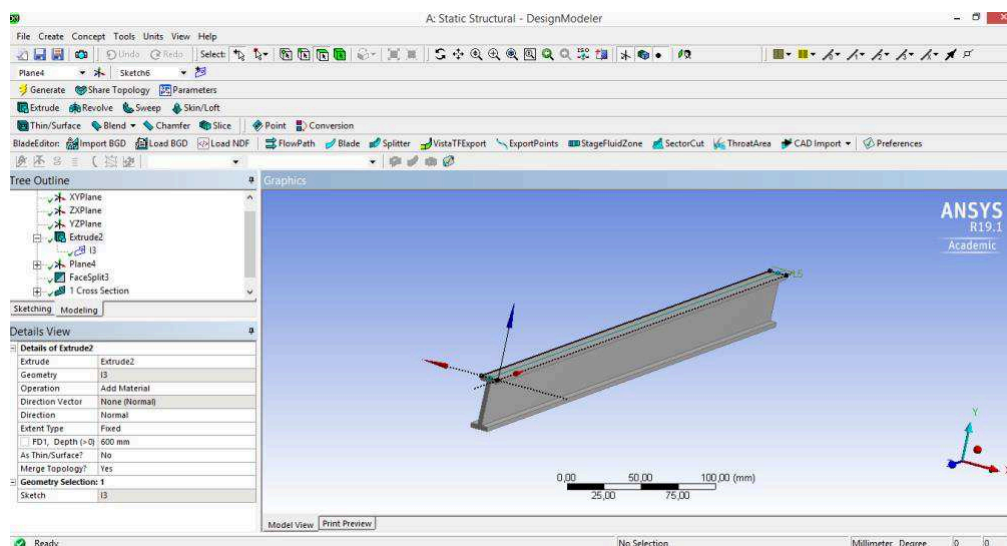
Com a definição das características de engenharia, seleciona-se a aba “Geometry” onde o desenho 2D do perfil é feito a partir das medidas calculadas analiticamente e então sua geometria 3D é simulada como mostram as Figuras 14 e Figura 15:

Figura 15 - Desenho 2D do perfil



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 16 – Simulação 3D do perfil

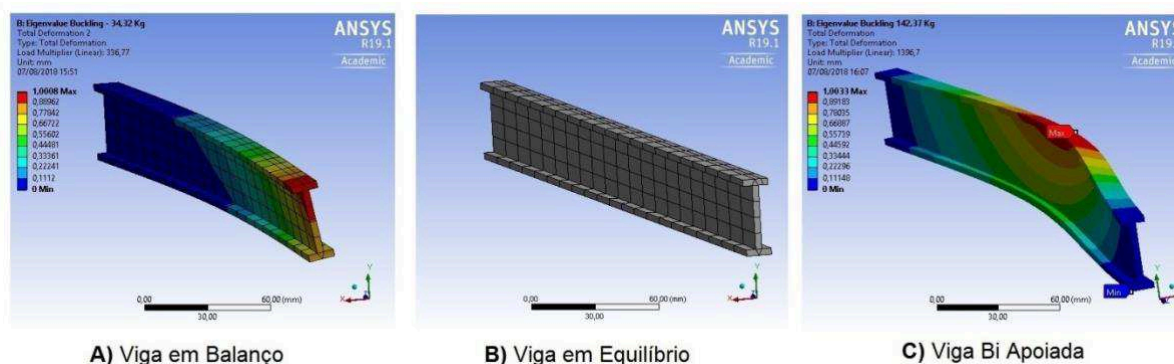


Fonte: Elaborado pelo autor

Com o modelo 3D feito, move-se para a aba “Model”, na qual atribui-se o tipo de material do qual o perfil é composto, que em nosso caso é o alumínio. Então, é realizado o procedimento de geração da malha, onde o elemento de estudo recebe todas as propriedades definidas nas seções anteriores. Após isso, utilizando-se a

pasta “StaticStructural”, realiza-se o procedimento de restrição das extremidades do perfil por meio da atribuição dos apoios para que se aplique os esforços que agem sobre o perfil. A execução desses procedimentos torna a viga modelada o mais próximo possível de um modelo real. Como compartilhamos as informações geradas na aba ‘StaticStructural’ com a aba “EigenvalueBuckling”, tudo o que atribuímos na primeira será automaticamente transferido a segunda. Então na pasta “EigenvalueBuckling” são escolhidos os tipo de estudos que se deseja realizar na viga, que em nosso caso será o “Total deformation”, pois com ele selecionado ao se realizar a etapa “Solve”, que é responsável pela solução do que pretende calcular, será gerado a carga crítica para a observação da Flambagem. Isso pode ser visto na Figura 20 abaixo para os casos estudados de Viga em Balanço e Viga sobre dois apoios. Uma vez que essa carga é calculada, será feita a comparação do resultado analítico e computacional para que ambos sejam validados.

Figura 17 - Modelos Computacionais.



Fonte: Elaborado pelo autor

4. RESULTADOS

Por meio da elaboração da planilha de cálculos que utilizaram as equações propostas por YOUNG e BUDYNAS (2002), relativas à Flambagem de vigas do tipo *I*, calculou-se e encontraram-se as dimensões que atendiam as especificações de comprimento máximo de 600 mm e peso máximo para que o perfil sofresse Flambagem entre 20 a 150 Kgf (96,2 a 1471,5N) inicialmente estabelecidos.

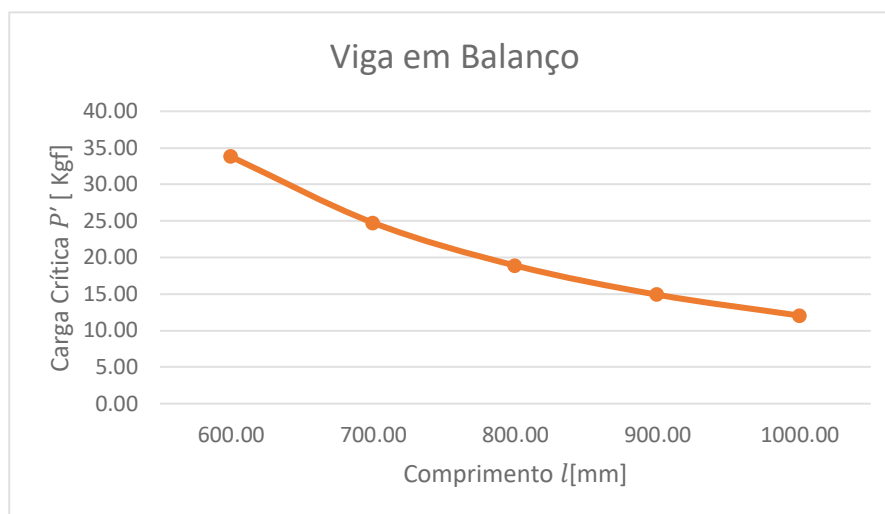
Mediante aos cálculos desenvolvidos foi possível observar a dependência da carga crítica P' em relação as dimensões do perfil, conforme pontuado por HIBBLER (2012), pois quanto maiores elas eram, maior era seu Momento de Inércia, ou seja, maior resistência para alterar seu estado de movimento, o que tornava necessário uma maior carga para a observação da Flambagem como mostram as cargas críticas encontradas na Figura 14. Da mesma forma foi possível visualizar a dependência da carga crítica P' com relação a dimensão comprimento (l) da viga, visto que quanto mais esbelta a viga era, ou seja, quanto menor sua área da seção transversal em relação ao seu comprimento, menor era a carga necessária para a observação do fenômeno de Flambagem.

Na Tabela 1 foram utilizadas as mesmas medidas base, previamente dimensionadas planilha de cálculo desenvolvida, e que atendiam os parâmetros estabelecidos. Ela foi criada de modo que ao se alterar o comprimento da viga sua nova crítica de Flambagem fosse calculada. Uma vez que se aumentou o comprimento da viga uma menor carga foi necessária para causar instabilidade no elemento. Essa dependência pode também ser vista nos gráficos das Figuras 16 e Figura 17 abaixo, para os casos de viga em balanço e viga Bi apoiada.

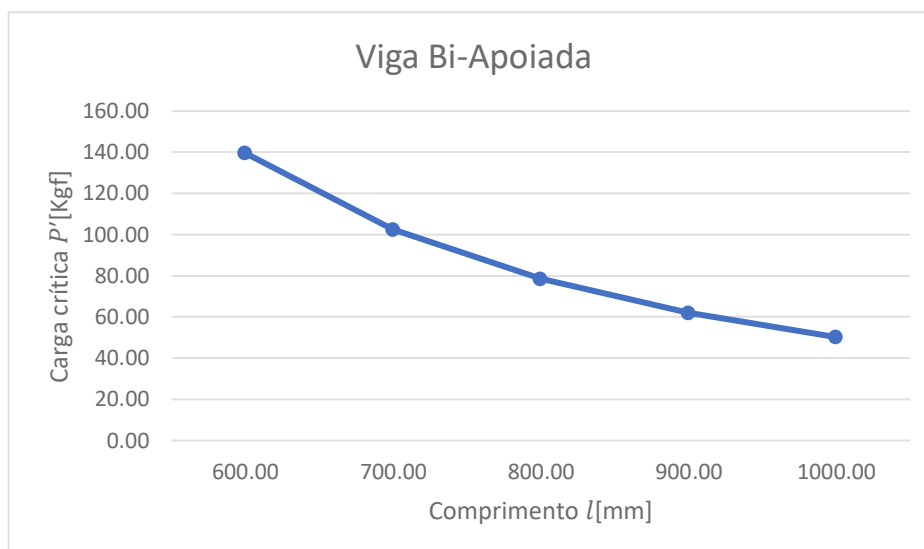
Tabela 1 - Carga Crítica em relação ao seu comprimento

tw[mm]	d[mm]	H[mm]	bf[mm]	tf[mm]	At [mm ²]	l[mm]	Viga em Balanço			Viga Bi-Apoiada		
							m	P' [N]	P' [Kgf]	m	P' [N]	P' [Kgf]
3,00	36,00	30,00	12,00	3,00	162,00	600,00	4,10	331,38	33,78	16,95	1368,85	139,54
						700,00	4,09	242,67	24,74	16,95	1005,43	102,49
						800,00	4,08	185,34	18,89	16,94	769,65	78,46
						900,00	4,07	146,16	14,90	16,94	608,04	61,98
						1000,00	4,07	118,21	12,05	16,94	492,46	50,20

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 12 - Gráfico da relação da Carga crítica por comprimento para viga em Balanço

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 13 - Gráfico da relação da Carga crítica por comprimento para viga Bi - Apoiado

Fonte: Elaborado pelo autor

As duas disposições diferentes da viga apresentam o mesmo comportamento de diminuição de carga crítica com o aumento de seus comprimentos.

Esse mesmo comportamento pôde ser visto com a utilização dos MEF, uma vez que a partir de diferentes disposições das medidas da viga, encontradas analiticamente, foram feitas múltiplas simulações. Mediante a elas foi realizado a comparação percentual dos valores encontrados nos dois métodos e observou-se que o modelo computacional apresentou resultados para carga crítica com variação

percentual média de 1,398 % positivo em relação ao método analítico para o caso de Viga em balanço e 2,074% positivo para o caso de Viga Bi - Apoiada como mostram a Tabela 2 e Tabela 3.

Tabela 2 - Variação Percentual da Carga crítica para Viga em Balanço

Viga em Balanço	Método Analítico	Método Computacional	Variação %
Medidas 1	26,58	26,91	1,243%
Medidas 2	33,78	34,32	1,599%
Medidas 3	62,82	63,67	1,353%
Variação Média	1,398%		

Tabela 3 - Variação Percentual da Carga crítica para Viga Bi- Apoiada

Viga Bi Apoiada	Método Analítico	Método Computacional	Variação %
Medidas 1	27,55	28,140	2,142%
Medidas 2	67,27	68,65	2,051%
Medidas 3	139,54	142,37	2,028%
Variação Média	2,074%		

Esses resultados nos mostram que os métodos analíticos e computacionais empregados nesse trabalho foram utilizados de maneira correta e com alto grau de proximidade o que torna perceptível a validade de ambos.

5 CONCLUSÃO

A elaboração deste trabalho proporcionou um grande estudo conceitual, numérico e computacional da Flambagem de vigas de perfil do tipo *I* submetidas a carga de compressão. Por meio dele muitos conceitos estudados durante o curso de Engenharia Mecânica foram bem compreendidos e colocados em prática de forma a verificar como eles são utilizados na resolução de um projeto real. Com o objetivo de dimensionar uma viga de comprimento máximo de 600 mm e que entrasse em instabilidade com carga entre 20 a 150 Kgf (96,2 a 1471,5N), auxiliado das referências bibliográficas foi possível compreender os principais conteúdos pertinentes a Flambagem de vigas e a partir desses estudos definirem uma linha de desenvolvimento para o trabalho.

A metodologia empregada no trabalho ocorreu de forma gradual de modo a desenvolvê-lo conforme os conteúdos relevantes a Flambagem descritos na literatura fossem compreendidos, seu comportamento fosse entendido, definisse como aplicá-los no trabalho e assim encontrasse os resultados esperados.

O desenvolvimento do trabalho consistiu primeiramente da aplicação das equações encontradas nas referências, de modo a organizá-las da maneira mais simples e de fácil compreensão possível, criando-se a planilha de cálculo no software Excel, das dimensões da viga de perfil *I*. Com as medidas do perfil encontradas, viabilizou-se o cálculo da carga crítica de Flambagem. Foi observado que é possível dimensionar o perfil de modo a atender o critério de 600 mm de comprimento e carga crítica entre 20 a 150 Kgf (96,2 a 1471,5N). A segunda parte do desenvolvimento do trabalho foi baseada na aplicação dos dados encontrados no Software ANSYS Academic 19.1, onde a carga crítica de Flambagem foi calculada novamente e pôde-se compará-la com a calculada de forma analítica. Com esse procedimento realizado e com as confrontações entre os dois modelos feitas, verificou-se que os cálculos desenvolvidos analiticamente estavam corretos e também que o software havia sido utilizado corretamente. A utilização dos softwares Excel e ANSYS foi muito importante, pois sua aplicação proporcionou o aprendizado de novas ferramentas as quais são muito utilizadas no campo de engenharia e que facilitam os projetos e cálculos do dia do engenheiro.

No tópico resultados todos os dados encontrados na planilha de cálculo se no ANSYS foram computados, tabelas e gráficos foram criados para que fosse possível entender e analisar melhor o fenômeno de Flambagem e para mostrar a proximidade dos resultados encontrados de uma maneira mais clara e compreensível. Sendo assim o trabalho desenvolvido tornou possível a observação da relação de dependência entre as dimensões do perfil com sua carga crítica, conforme foi descrito pelos autores utilizados como referência.

Todo a pesquisa, estudo, desenvolvimento e aplicação desse trabalho foi de grande importância para desenvolvimento acadêmico e profissional, pois ele foi uma forma de acender a curiosidade a iniciação científica e também de aprofundar os conhecimentos de algumas áreas da engenharia que certamente contribuirão em futuras oportunidades de trabalho.

Sugere-se que com o auxílio do material desenvolvido nessa monografia seja desenvolvida uma bancada de testes de Flambagem para que assim esse fenômeno seja observado em um ambiente real e também contribua para a validação dos dois métodos utilizados.

REFERÊNCIAS

BEER, J. Resistência dos Materiais. 3. Ed. São Paulo: McGraw-Hill Ltda, 1995. 1255 p.

BUFFONI, Salete. Flambagem de Colunas. S.i: Imagem, S.I. Color. Disponível em: <<http://www.ppgec.ufrgs.br/segovia/espaguete/arquivos/flambagem.pdf>>. Acesso em: 17 abr. 2018.

BRAGA, Lucas Dias. Estudo do Fenômeno DE Instabilidade de Estruturas Cilíndricas de Paredes Finas Submetidas ao Carregamento de Pressão Externa. 2012. 69 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

BRUHN, E.F. Analysis and design of flight vehicle structures. 1 ed. USA: Jacobs Publishing, 1973.

HIBLER, R.c. Resistência dos Materiais. 7. Ed. São Paulo: Pearson, 2012. 641 p.

SILVA, Ana Lydia Reis de Castro e. Análise Numérica Não-Linear da FLAMBAGEM Local de Perfis de Aço Estrutural Submetidos à Compressão Uniaxial. 2006. 205 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia e Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

SANTOS, Antony. Introdução à análise e ao projeto em elementos finitos. Taubaté: S/i, 2017. 18 p.

YOUNG, Warren C.; BUDYNAS, Richard G. Roark's Formulas for Stress and Strain. 7. Ed. New York: Mcgraw-hill, 2002.