

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

Abner Thierry Ramos de Castilho

**ANÁLISE MODAL POR ELEMENTOS FINITOS
DA CARGA ÚTIL DE UM FOGUETE**

Taubaté - SP

2017

Abner Tierry Ramos de Castilho

**ANÁLISE MODAL POR ELEMENTOS FINITOS
DA CARGA ÚTIL DE UM FOGUETE**

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre pelo curso de Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.
Área de Concentração: Projeto Mecânico

Orientador: Luiz Eduardo Nicolini do Patrocínio Nunes

Taubaté - SP

2017

Abner Thierry Ramos de Castilho

**ANÁLISE MODAL POR ELEMENTOS FINITOS DA CARGA ÚTIL DE UM
FOGUETE**

Dissertação apresentada para obtenção do
título de Mestre pelo curso de Engenharia
Mecânica do Departamento de Engenharia
Mecânica da Universidade de Taubaté.
Área de Concentração: Projeto Mecânico

Data: 02/09/2017

Resultado: APROVADO

BANCA EXAMINADORA

Prof .Dr. Luiz Eduardo Nicolini do Patrocínio Nunes – Universidade de Taubaté

Assinatura  _____

Prof .Dr. Ederaldo Godoy Junior – Universidade de Taubaté

Assinatura  _____

Prof .Dr. Camilla Gandine Golçalves - Instituto Federal de São Paulo

Assinatura  _____

Dedico este trabalho à minha esposa Mayara, pelo apoio incondicional em todos os momentos, e aos meus pais pelo grande incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por Ele estar sempre junto de mim.

A minha esposa Mayara que me apoiou durante todo o curso.

Aos meus pais pelo incentivo.

Aos amigos e colegas de trabalho Felipe Luz, Leandro Andrioli, Juan Cerri, Yuri Melato e Celso Noronha por terem disponibilizados seus tempos para me auxiliar.

Ao Prof. Dr. Edilson Alexandre Camargo do IAE, pela co-orientação e por ter cedido a base tecnológica para este trabalho.

Ao Prof. Dr. Luiz Eduardo Nicolini do Patrocínio Nunes, pela orientação, atenção e dedicação.

A empresa Zodiac Aerospace pelo apoio financeiro.

“A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro.”

Albert Einstein

RESUMO

Atualmente, a indústria busca cada vez mais melhorar seus processos e custos, para que com isso, possa aumentar sua produtividade e qualidade dos produtos. Com essa demanda, a tecnologia teve que se moldar e criar ferramentas que possibilitassem prever falhas e acidentes. Então, com os avanços da tecnologia, criou-se a simulação computacional. Este trabalho utiliza maciçamente esta técnica desenvolvida nos softwares CAD, CATIA V5 e CAE, Ansys 15.0. O trabalho tomou como ponto de partida um teste experimental já realizado na carga útil de um foguete. Neste experimento, utilizaram-se acelerômetros e sensores para excitar a peça a varias frequências. O objetivo deste trabalho é simular este experimento por meio da análise modal discretizado pelo método dos elementos finitos. Esse método parte do princípio de rigidez do modelo, em que o modelo estudado é dividido em vários subdomínios e cada um desses subdomínios representa uma parte rígida do sistema modelado. Então, as interfaces criadas entre esses subdomínios (nós) geram equações algébricas, determinando assim os resultados dessa interação em cada grau de liberdade. As simulações foram elaboradas em duas situações: livre-livre, na qual simula o voo livre da carga útil do foguete, e com engastamento na base, na qual simula o voo da carga útil ainda acoplada ao veículo lançador. Com os resultados em mãos, pôde-se concluir que a simulação é de suma importância no projeto, pois se economiza tempo e custo, e seus resultados são bem próximos da realidade.

Palavras-chave: Análise modal, Elementos finitos, Ansys, Simulação por computador, Veículo lançador.

ABSTRACT

Currently, the industry seeks to improve its processes and costs more and more, so that it can increase its productivity and product quality. With this demand, the technology had to create tools that make possible to predict failures and accidents. Then, with the advances of technology, the computer simulation was created. This work was developed with this technique developed in CAD software, CATIA V5 and CAE software, Ansys 15.0. This work starts from an experimental test already performed on the payload of a rocket. In this experiment, accelerometers and sensors were used to excite a part at various frequencies. The objective of this work is to simulate this experiment through modal analysis discretized by the finite element method. This method is based on the rigidity principle of the model, in which the studied model is divided into several subdomains and each the subdomain ducts represent a rigid part of the modeling system. Then, as interfaces created between these subdomains (nodes) generate algebraic equations, thus determining the results of this interaction in each degree of freedom. The simulations were developed in two situations: free-floating, in which it simulates the free flight of the payload of the rocket, and with embedding in the base, in which simulates the flight of the cargo most coupled to the launch vehicle. With the results, it was concluded that it is a sum of importance simulation, there are no projects, it will save time and cost and its results are very close to reality.

Key words: Modal analysis, Finite elements, Ansys, Computer simulation, Launch vehicle.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: LINHA DE RACIOCÍNIO DOS ELEMENTOS FINITOS	18
FIGURA 2: CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, SIMULAÇÃO NO ANSYS 15.0 (A); DETALHE INDICA FACE SEM APOIO (B)	19
FIGURA 3: CONDIÇÃO ENGASTADA NA BASE INFERIOR, SIMULAÇÃO NO ANSYS 15.0 (A), DETALHE INDICA FACE COM APOIO (B).....	19
FIGURA 4: SEQUÊNCIA DE OSCILAÇÕES DA PONTE TACOMA NARROWS ATÉ SEU COLAPSO.....	23
FIGURA 5: AERONAVE DO CORPO DE BOMBEIROS APÓS ACIDENTE CAUSADO PELA RESSONÂNCIA GERADA PELOS ROTORES NO PARÁ, EM FEVEREIRO DE 2012.....	24
FIGURA 6: SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE E SEU DIAGRAMA DE CORPO LIVRE.....	25
FIGURA 7: GRÁFICO <i>TEMPO X AMPLITUDE</i> DOS TIPOS DE AMORTECIMENTO EM UM SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	28
FIGURA 8: ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL UTILIZANDO ACELERÔMETROS E SENSORES NA CARGA ÚTIL DE UM FOGUETE SIMULANDO SITUAÇÃO LIVRE-LIVRE (A) E ENGASTADA (B)	35
FIGURA 9: MODO DE VIBRAR ENCONTRADO POR AMADOR (2004) NA PONTE DO PORTO DE VILA CONDE, BARCARENA, PARÁ.....	36
FIGURA 10: MODELO MATLAB DA MÁQUINA SEM O ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO.....	37
FIGURA 11: MODELO MATLAB DA MÁQUINA COM O ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO.....	38
FIGURA 12: MODELO DE UM ADV AMORTECIDO ACOPLADO A UMA MÁQUINA OU ESTRUTURA.....	38
FIGURA 13: ANÁLISE DA VIBRAÇÃO NO MATLAB.....	39
FIGURA 14: SISTEMA ELÉTRICO ABORDADO NO ESTUDO.....	40
FIGURA 15: RESPOSTA DO SISTEMA COM UM PULSO	40
FIGURA 16: ESQUEMA DE UM MODELO GENÉRICO COM ELEMENTOS FINITOS	41
FIGURA 17: BARRA DE SEÇÃO VARIÁVEL.....	42
FIGURA 18: BARRA DE SEÇÃO VARIÁVEL DIVIDIDA EM 4 ELEMENTOS.....	44

FIGURA 19: BARRA DE SEÇÃO VARIÁVEL DIVIDIDA EM 10 ELEMENTOS.....	45
FIGURA 20: CONFIGURAÇÃO DE MONTAGEM.....	46
FIGURA 21: SIMULAÇÃO DE PINAGEM ÓSSEA: TENSÃO VON MISES (A); DESLOCAMENTO (B)	47
FIGURA 22: COMPARAÇÃO DOS VALORES DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL X TESTE EXPERIMENTAL COM VÁRIOS CORPOS DE PROVA E FATORE DE RETENÇÃO DE CISALHAMENTO (B)	48
FIGURA 23: MALHA DE ELEMENTOS UTILIZADOS NA MODELAGEM DA FACA	49
FIGURA 24: FASES DO PROJETO: MODELAMENTO E CÁLCULO EM MEF	50
FIGURA 25: MODELO DO CABO DO UMBILICAL MALHADO	51
FIGURA 26: SIMULAÇÃO DE INDUÇÃO MAGNÉTICA	51
FIGURA 27: SEQUÊNCIA DE ETAPAS DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO ...	54
FIGURA 28: GEOMETRIA DA CARGA ÚTIL DO VSB-30	55
FIGURA 29: CARGA ÚTIL COMPLETA, CATIA V5.....	57
FIGURA 30: DETERMINAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DA CASCA NO MODELO SÓLIDO (A); CASCA CRIADA (B); DETALHE DA CASCA NO SÓLIDO (C);	58
FIGURA 31: INSERINDO MATERIAL DESEJADO NO <i>ENGINEERING DATA</i>	59
FIGURA 32: CARGA ÚTIL COM <i>SYMMETRY</i>	60
FIGURA 33: CARGA ÚTIL COM <i>SYMMETRY</i> EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE COORDENADAS	61
FIGURA 34: DETALHE DOS TRAVAMENTOS DAS FACES UTILIZANDO O <i>REMOTE DISPLACEMENT</i>	61
FIGURA 35: FERRAMENTA <i>CONTACT BONDED</i> PARA SIMULAR OS PARAFUSOS	62
FIGURA 36: DETALHE DE CADA <i>CONTACT REGION</i> DA CARGA ÚTIL.....	62
FIGURA 37: DETALHE DOS ELEMENTOS CRIADOS NA CARGA ÚTIL; MODELO SIMPLIFICADO	63
FIGURA 38: DETALHE DOS ELEMENTOS CRIADOS NA CARGA ÚTIL; MODELO COMPLETO	64
FIGURA 39: DIMENSÕES DAS ESPESSURAS DA CARGA ÚTIL	64
FIGURA 40: CARGA ÚTIL ENGASTADA NA BASE.....	65
FIGURA 41: GRÁFICO DAS FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE	69
FIGURA 42: MODO DE FLEXÃO 4.....	69
FIGURA 43: MODO DE FLEXÃO 5.....	70

FIGURA 44: MODO DE FLEXÃO 8.....	70
FIGURA 45: MODO DE FLEXÃO 10.....	71
FIGURA 46: MODO DE FLEXÃO 32.....	71
FIGURA 47: MODO DE COMPRESSÃO 37	72
FIGURA 48: GRÁFICO DAS FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO ENGASTADA	75
FIGURA 49: MODO DE FLEXÃO 2.....	75
FIGURA 50: MODO DE FLEXÃO 5.....	76
FIGURA 51: MODO DE FLEXÃO 6.....	76
FIGURA 52: MODO DE FLEXÃO 7.....	77
FIGURA 53: MODO DE FLEXÃO 32.....	77
FIGURA 54: MODO DE COMPRESSÃO 8.....	78

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: TRAVAMENTO DAS ROTAÇÕES E TRANSLAÇÕES	60
TABELA 2: ESTATÍSTICAS DO <i>MESH</i> ; MODELO SIMPLIFICADO E MODELO COMPLETO	63
TABELA 3: FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE.....	67
TABELA 4: FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE ENCONTRADAS NO TESTE EXPERIMENTAL	68
TABELA 5: PORCENTAGEM DE ERRO ENTRE VALORES ENCONTRADO NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E TESTE FÍSICO DE COSTA (2014).....	72
TABELA 6: PORCENTAGEM DE ERRO ENTRE VALORES ENCONTRADOS NA ANÁLISE COM MODELO SIMPLIFICADO E MODELO COMPLETO	73
TABELA 7: FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO ENGASTADA.....	73
TABELA 8: FREQUÊNCIAS NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE ENCONTRADAS NO TESTE EXPERIMENTAL	74
TABELA 9: PORCENTAGEM DE ERRO ENTRE VALORES ENCONTRADO NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E TESTE FÍSICO DE COSTA (2014).....	78
TABELA 10: PORCENTAGEM DE ERRO ENTRE VALORES ENCONTRADOS NA ANÁLISE COM MODELO SIMPLIFICADO E MODELO COMPLETO	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ADV	<i>Absorvedor Dinâmico de Vibração</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i>
CTA	Centro Técnico Aeroespacial
FEM	<i>Finite Element Method</i>
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
MEF	Método de Elementos Finitos
RAM	<i>Random Access Memory</i>
VSB	Veículo de Sondagem Suborbital

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade de medida
m	Massa do bloco	kg
k	Rigidez da mola	N/m
t	Tempo	s
$F(t)$	Força aplicada ao bloco, em função do tempo	N
c	Coefficiente de amortecimento	Ns/m
ω_d	Frequência natural amortecida	rad/s
ω_n	Frequência natural de vibração não amortecida	rad/s
C	Matriz de amortecimento	Ns/m
M	Matriz de massa	kg
K	Matriz de rigidez	N/m
β_n	Massas modais normalizadas	m
E	Módulo de Elasticidade	N/m ²
A	Área da seção transversal	m ²
F	Força externa	N
L	Comprimento da peça em estudo	mm
m_n	Massa modal	kg
k_n	Rigidez modal	N/m
c_n	Amortecimento modal	Ns/m
P_n	Carga modal	N
β	Fator de retenção de cisalhamento	
g	Gravidade	
D	Matriz dinâmica	
b_n	Matriz de formas modais	
ζ_n	Razão de amortecimento no modo n	
σ_n	Parte real dos autovalores	
Re	Parte real de uma expressão	
$[\lambda_n]$	Matriz de autovalores	
ξ	Razão do amortecimento	
C_1	Constante que depende das condições iniciais	
C_2	Constante que depende das condições iniciais	
i	Unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$)	
q_n	Coordenada modal	
Ω	Domínio	
N	Nó	

SUMÁRIO

RESUMO	7
ABSTRACT	8
LISTA DE FIGURAS	9
LISTA DE TABELAS	12
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	13
LISTA DE SÍMBOLOS	14
1 INTRODUÇÃO	16
1.1 MOTIVAÇÃO	18
1.2 OBJETIVO.....	20
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
2 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 VIBRAÇÕES	21
2.1.1 MASSA.....	22
2.1.2 RIGIDEZ.....	22
2.1.3 AMORTECIMENTO	22
2.2 ANÁLISE MODAL	22
2.2.1 ANÁLISE MODAL TEÓRICA.....	24
2.2.1.1 SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	25
2.2.1.2 SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	28
2.2.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	35
2.2.3 UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE MODAL COMPUTACIONAL	35
2.3 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS	41
2.3.1 TEORIA DO MEF	42
2.3.2 UTILIZAÇÃO DO MEF COMPUTACIONAL	46
2.4 INTRODUÇÃO AO <i>SOFTWARE</i> CAD	52
3 MATERIAL E MÉTODO	53
3.1 CARGA ÚTIL.....	55
3.2 MODELAMENTO DO 3D NO CATIA V5	56
3.2.1 AVALIAÇÃO E PREPARAÇÃO DO MODELO.....	56
3.3 INTRODUÇÃO AO <i>SOFTWARE</i> CAE.....	58
3.3.1 MODELAMENTO NO ANSYS 15.0.....	59
3.3.2 CONTATOS	62
3.3.3 MALHAS.....	63
3.3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	64

3.3.4.1	LIVRE-LIVRE	65
3.3.4.2	ENGASTADA.....	65
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	67
4.1	LIVRE-LIVRE	67
4.2	ENGASTADA	73
5	CONCLUSÕES	80
5.1	TRABALHOS FUTUROS	81
	REFERÊNCIAS.....	82

1 INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, em que se procura sempre aperfeiçoar os produtos aliando baixo custo, fabricação simples e baixa manutenção, as simulações em computadores têm sido uma excelente solução para criar produtos com maior qualidade, durabilidade e confiança.

Suas aplicações no desenvolvimento do projeto e também na fabricação estão em todos os setores da indústria, de uma simples cadeira de uma mesa de jantar a grandes estruturas metálicas como pontes e guindastes.

Essas simulações têm o objetivo de se ganhar tempo e prever futuros problemas nos equipamentos e sistemas como: interrupção de funcionamento, falhas e até acidentes.

Essa tecnologia só pôde ser explorada a partir dos anos 1950 com o advento do computador (FISH e BELYSTSCHKO, 2007). Antes disso, todos os cálculos e desenhos eram feitos a mão ou em ferramentas não confiáveis ou com baixa precisão.

Por isso, equipamentos e produtos não possuíam a garantia de funcionamento e muitas vezes nem garantia de segurança aos seus consumidores.

Durante as últimas décadas, foram aperfeiçoadas essas ferramentas de simulação computacional, de maneira que, hoje em dia, boa parte dos produtos, seja ele qual for, utiliza algum tipo de simulação computacional no início de seu projeto (FISH e BELYSTSCHKO, 2007).

Isso fez com que as empresas modificassem também seu processo de criação, adaptando-se a tecnologia de simulação, tanto no campo da tecnologia CAD (*Computer Aided Design*) como na tecnologia CAE (*Computer Aided Engineering*). Isso inclui a aquisição de *softwares*, treinamento de funcionários e aquisição de máquinas mais potentes.

Uma das análises de cálculo muito utilizada nos projetos de engenharia é a análise modal. Esse tipo de análise começou a ser utilizada pro volta de 1940 para estudos em aeronaves (MAIA et al., 1997).

A análise modal também teve sua migração para a área de simulação computacional baseada no uso de elementos finitos.

Os estudos por elementos finitos se iniciaram por volta de 1909, ainda com muitas incógnitas. Mas no decorrer do século XX, estudiosos foram aprimorando o método de acordo com a necessidade da época.

Com isso, o método começou a ser introduzido em outras áreas e não só em sua área de origem – estruturas aeroespaciais – como: fluidos, termodinâmicas, magnetismo, etc (CAMPOS, 2006).

Com o avanço da tecnologia e a necessidade da sociedade de se ter produtos e equipamentos de qualidade elevada, a simulação computacional agregou a análise modal por elementos finitos, podendo ser encontrada em vários *softwares*: ANSYS, ABAQUS, FEMAP, NASTRAN, etc, e até *softwares* CAD com extensão para CAE como: CATIA V5, INVENTOR, etc.

No sentido de prever futuros problemas, este trabalho estudou a carga útil de um veículo lançador do CTA (Centro Técnico Aeroespacial).

Pelo fato de sua estrutura sofrer várias vibrações em seu funcionamento, geradas pelo motor, atmosfera, e outras tensões, houve a necessidade de simular computacionalmente esta estrutura com a análise modal, por ser uma das principais ferramentas para estudo dinâmico.

De acordo com Bathe (1982), a análise por elementos finitos segue uma linha de raciocínio, que parte de um princípio matemático oriundo do problema real, com seus respectivos carregamentos, geometria, materiais, etc conforme ilustrado na Figura 1.

Então, esses dados são transformados em elementos, e simulados no *software*, e seu resultado refinado de acordo com a necessidade do produto ou equipamento.

Sabendo-se que um teste semelhante foi feito experimentalmente, a proposta será comparar os resultados encontrados no teste físico com os resultados encontrados na simulação computacional em elementos finitos pelo *software* Ansys.

Isso ajudará as futuras comparações *teste físico x simulação computacional* feitas em outros equipamentos, esclarecendo assim, o quão próximo são os valores experimentais e da simulação computacional.

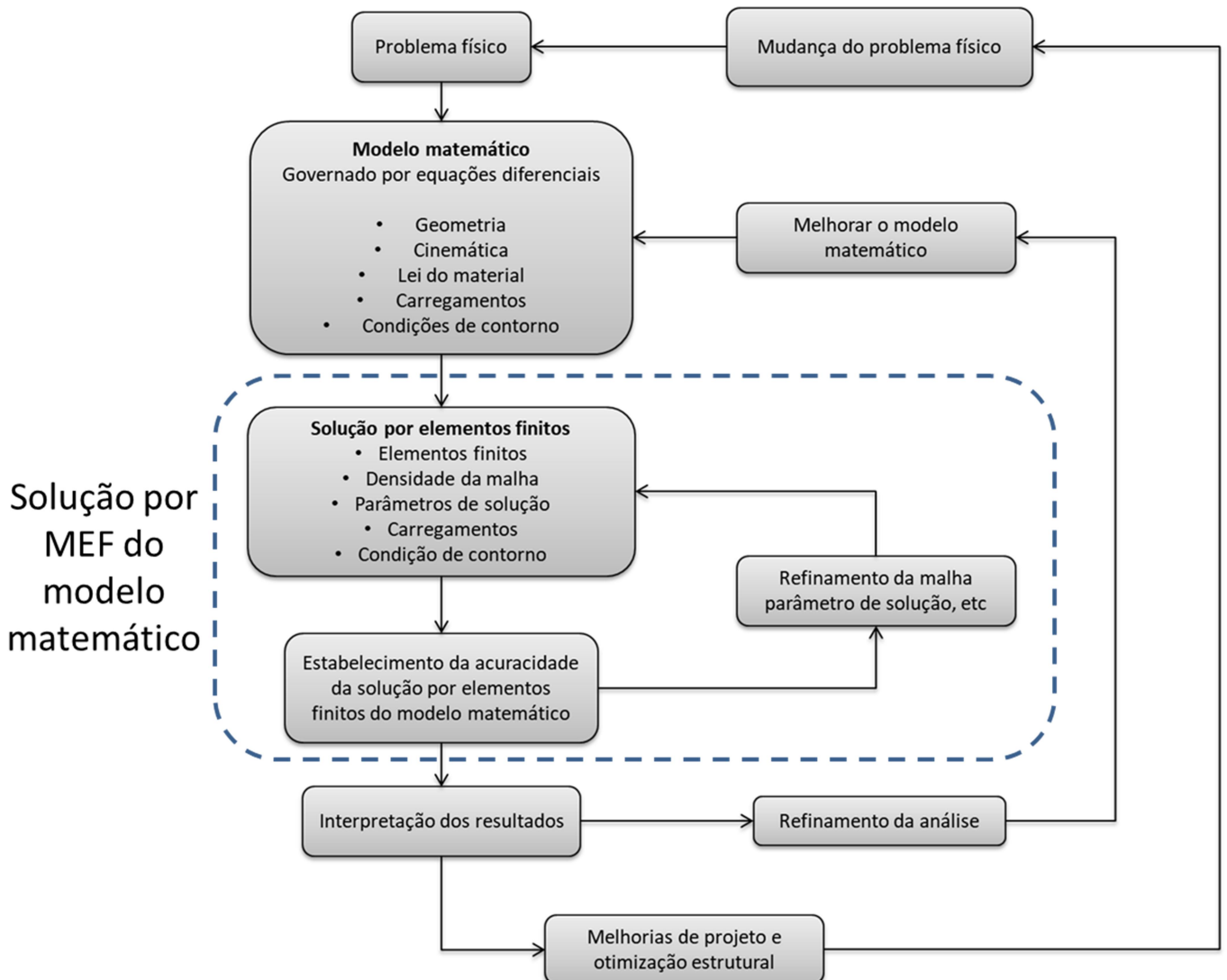


Figura 1: Linha de raciocínio dos elementos finitos
Fonte: Bathe (1982)

1.1 MOTIVAÇÃO

A motivação surgiu observando o teste realizado experimentalmente na carga útil do VSB-30 (COSTA, 2014), módulo importante que transporta experimentos científicos e equipamentos no foguete na qual tem o objetivo de lançar no espaço instrumentos como sondas interplanetárias e satélites com várias funções (LAUNIUS e JENKINS, 2002).

E então considerou-se a possibilidade de validar os resultados com uma simulação numérica por elementos finitos, tanto na situação livre-livre, conforme

ilustrado na Figura 2, como também na situação engastada, conforme ilustrado na Figura 3.

Esse método é utilizado em todo segmento da engenharia, o que também define que este trabalho poderá ser de grande uso para a ciência.

Além disso, havia a necessidade de aprofundamento nesta área, visto que existe uma gama muito grande de trabalhos desenvolvidos com elemento finitos na área de estática, mas nem tantos na área de dinâmica, inclusive estudos com análise modal.

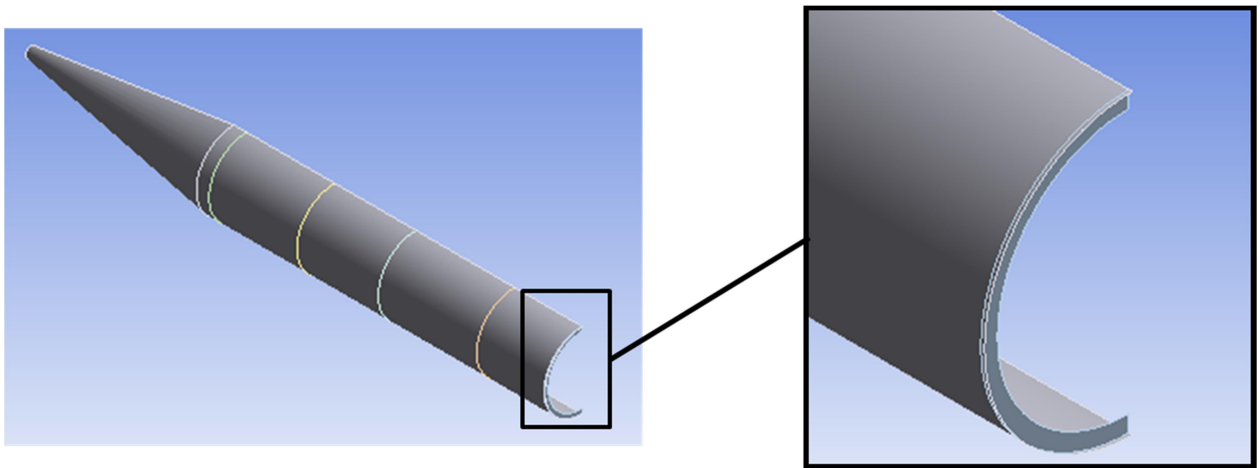


Figura 2: Condição livre-livre, simulação no Ansys 15.0 (a); Detalhe indica face sem apoio (b)

Fonte: Autor

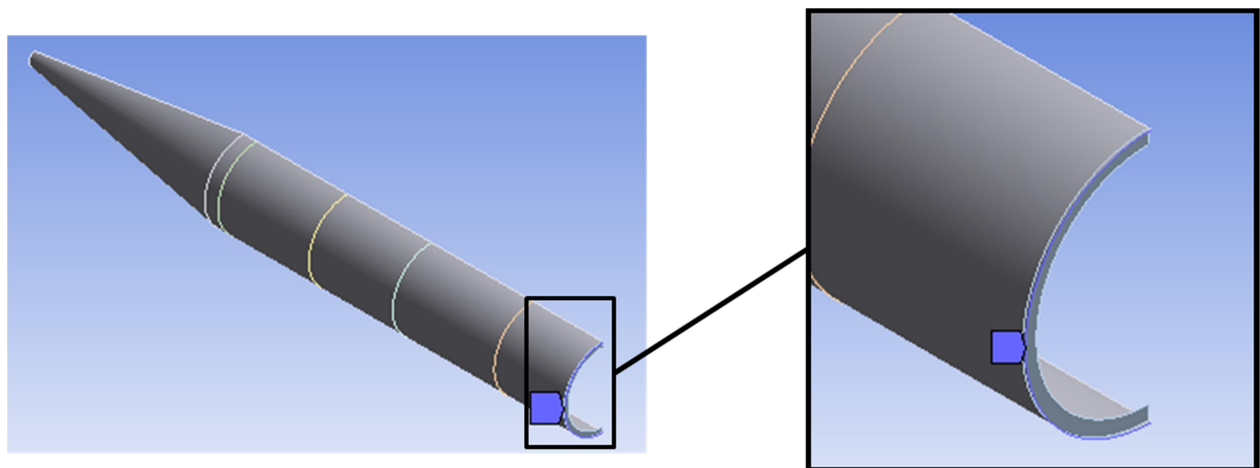


Figura 3: Condição engastada na base inferior, simulação no Ansys 15.0 (a), Detalhe indica face com apoio (b)

Fonte: Autor

1.2 OBJETIVO

Este estudo tem por objetivo comparar os resultados do teste experimental demonstrado por Costa (2014) e os resultados obtidos por simulação computacional no *software* Ansys 15.0, bem como esclarecer possíveis discrepâncias nos valores.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, nos quais são apresentadas todas as etapas da pesquisa com cálculos, figuras, explicações e exemplos.

No primeiro capítulo encontra-se a introdução do tema estudado levando em consideração sua aplicação e importância nos dias atuais, além da motivação, objetivos e organização do trabalho.

No segundo capítulo consta toda a pesquisa bibliográfica do trabalho, desde dados históricos, evolução da tecnologia e a finalidade da utilização de elementos finitos como base para o cálculo modal da carga útil assim como a tecnologia CAD. Há também toda a fundamentação teórica para a pesquisa com toda a base de cálculo utilizada e devidas explicações sobre a lógica intrínseca no método de elementos finitos e análise modal.

No terceiro capítulo são apresentados os materiais e métodos utilizados na simulação computacional do cálculo modal da carga útil, tanto na condição livre-livre como também na condição engastada.

O quarto capítulo possui todos os resultados encontrados na realização do cálculo modal no *software* Ansys 15.0 junto com a comparação dos resultados obtidos por Costa (2014) em seu teste físico.

No último capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho.

E na sequência, as referências bibliográficas utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

2 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Como citado no capítulo 1, a análise modal começou a ser utilizada no anos 1940 para desenvolvimento de aeronaves (MAIA et al., 1997). Essa ferramenta tinha o objetivo de compreender a dinâmica das estruturas e corpos durante vibrações sofridas propositalmente ou não.

Nos anos 1970, com a introdução do computador, a evolução do método foi gradual chegando até o que temos hoje.

Atualmente, a análise modal é largamente utilizada para detectar possíveis trincas, material adequado, folgas e tolerâncias, etc (HOLANDA, 2010).

Esses cálculos atuais só são possíveis porque a análise modal é feita a partir de um *software* que reproduz tanto o modelo estrutural como também os esforços que ele sofre (BITTENCOURT, 2010).

Essa simulação é criada baseada na transformação desse modelo em um conjunto de elementos finitos.

Os estudos no método dos elementos finitos (MEF) foram se tornando cada vez mais sólidos com o aprofundamento matemático durante o século XX.

Como já citado, com a análise modal, o método de elementos finitos também foi aprimorado com o avanço digital, possuindo atualmente vários *softwares* no mercado para aplicação do MEF, alguns específicos para determinadas área e outros com um campo mais amplo de utilização, partindo de fluidos até energia.

Mesclando essas duas técnicas, pode-se garantir uma grande confiança no projeto desenvolvido.

2.1 VIBRAÇÕES

Como colocado por Mobley (1999), os parâmetros envolvidos para ocorrer algum tipo de vibração são: massa, rigidez, amortecimento e graus de liberdade.

Em qualquer situação dinâmica onde se deve analisar alguma excitação do sistema, esses quatro pontos são os primeiros que se deve buscar e depois uma interpretação sobre o contexto do sistema.

A seguir, serão abordados os itens citados anteriormente, com suas respectivas fórmulas e deduções e também sua importância no sistema dinâmico.

2.1.1 MASSA

Massa é a propriedade na qual é mensurada a quantidade de matéria existente em um determinado corpo.

Dinamicamente é a propriedade que reproduz a resistência da aplicação de uma força externa.

Seu valor é encontrado a partir da divisão do peso de um corpo pela força da gravidade g (HALLIDAY, 1996).

2.1.2 RIGIDEZ

A rigidez é a propriedade dos materiais de resistir a alguma deformação sofrida por uma força (HALLIDAY, 2004).

Essa propriedade é muito assimilada ao funcionamento de uma mola comum.

2.1.3 AMORTECIMENTO

Amortecimento significa a redução de velocidade de um movimento.

Esse amortecimento ocorre na maioria das vezes por meio de um líquido ou de um gás armazenados no sentido contrário ao movimento cíclico do sistema.

As condições de contorno do sistema de amortecimento interferem diretamente no funcionamento do tal. Isso porque o sistema depende do quanto de força resistente ao movimento esses amortecedor exerce.

Em um sistema livre de amortecimento, ou seja, sem amortecimento, a carga exercida no sistema flui normalmente sem qualquer tipo de resistência.

2.2 ANÁLISE MODAL

A análise modal é uma ferramenta de engenharia que verifica os modos de vibrações intrínsecos em um modelo específico estudado. Também pode ser definida como o processo de descrição das propriedades dinâmicas de uma estrutura elástica (ou de um fluido) em termos dos seus modos normais de vibração (NUNES, 2001).

Essa análise leva em consideração propriedades como massa, inércia, rigidez, amortecimento, tempo, etc. Por isso, a análise modal é indicada para sistema complexos de vibração.

Sua importância é ressaltada por Silva (1999) quando cita-se o fato de que várias falhas e maus funcionamentos são provenientes de excitações e vibrações do sistema.

Neste sentido, podemos citar o famoso caso da Ponte Tacoma Narrows, EUA conforme ilustrado na Figura 4, na qual, por efeito da ressonância oriunda dos ventos, que naquela ocasião chegaram a 70 km/h, entrou em colapso em novembro de 1940.

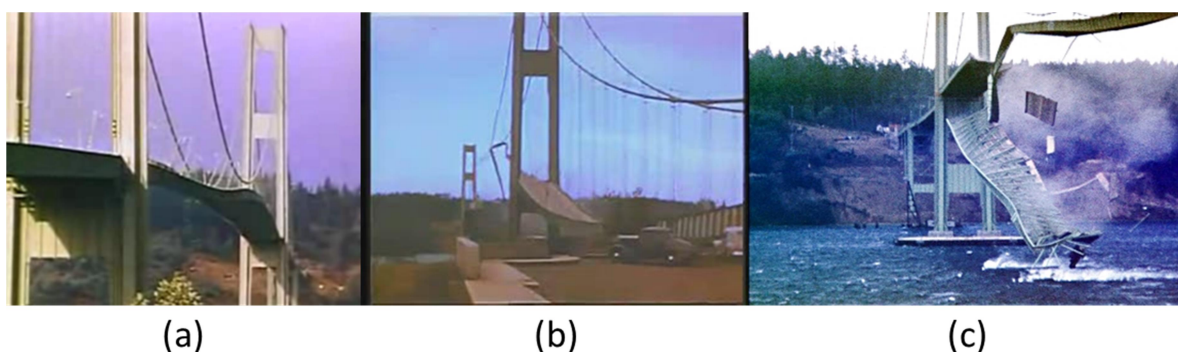


Figura 4: Sequência de oscilações da ponte Tacoma Narrows até seu colapso Disponível em <[https://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma_Narrows_Bridge_\(1940\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma_Narrows_Bridge_(1940))> . Acesso em 13/08/2017

Em sistemas mecânicos, é comum observar ressonância em estruturas de helicópteros como visto no estudo de Camargo (2011).

No caso dos helicópteros, como ilustra a Figura 5, a ressonância é causada pelo funcionamento de seus rotores e que por sua vez são neutralizados por sistemas de amortecimentos previamente calculados. Na falha desses amortecedores, pode-se ocorrer também a ressonância da aeronave até seu colapso.



(a)

(b)

Figura 5: Aeronave do corpo de bombeiros após acidente causado pela ressonância gerada pelos rotores no Pará, em fevereiro de 2012

Disponível em <<http://g1.globo.com/brasil/noticia/2012/02/aeronautica-investiga-se-ressonancia-fez-helicoptero-se-despedacar-no-para.html>>.

Acesso em 13/08/2017

A análise modal é dividida em dois campos: análise modal teórica e análise modal experimental.

Esses dois aspectos serão comentados nos próximos capítulos.

2.2.1 ANÁLISE MODAL TEÓRICA

Na análise modal teórica são realizados procedimentos numéricos na qual as especificações modais são obtidas diretamente no modelo (EWINS, 2000).

Esse tipo de análise modal tem um grande aporte científico da área de elementos finitos na qual será abordada com maior foco em no capítulo 2.3.

Tratando-se então da análise modal teórica, parte-se do princípio de rigidez do modelo, em que o modelo estudado é transformado em equações diferenciais e depois discretizado em pequenos subdomínios (elementos finitos) (BITTENCOURT, 2010).

Cada interface desses subdomínios (nós) cria uma equação algébrica, determinando assim os resultados dessa interação em cada grau de liberdade.

2.2.1.1 SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE

Este sistema pode ser visualizado na Figura 6, na qual a massa do bloco é m , a mola tem uma constante de rigidez k , uma constante de amortecimento c e a amplitude da força a qualquer tempo t é $F(t)$.

A seguir, podem-se entender as colocações citadas por Ewins (2000) por meio das equações e ilustrações.

A princípio, é preciso levar em conta a força de inércia resultante do movimento da massa do sistema, a força de recuperação que impede a massa de se mover livremente e a força relacionada com a dissipação da energia fornecida pelo amortecedor nesse sistema de um grau de liberdade.

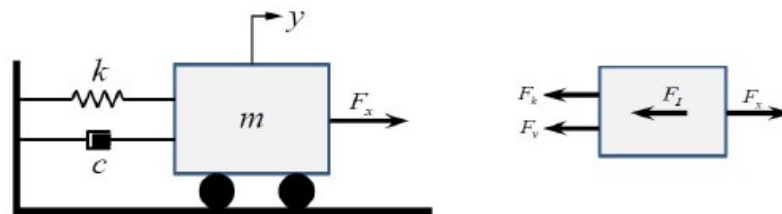


Figura 6: Sistema com um grau de liberdade e seu diagrama de corpo livre
Fonte: Silva (1999)

Discretizando o sistema ilustrado na Figura 6 como Ewins (2000), chega-se a Equação (1):

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = x(t) \quad (1)$$

Onde m é a massa, c a constante de amortecimento, k a constante de rigidez da mola, t é o tempo e $x(t)$ é a distância no eixo x percorrida no instante t .

Aplicando o $x(t) = 0$ e a transformada de Laplace, nos dois lados da Equação (1), tem-se:

$$(ms^2 + cs + k) Y(s) = 0 \quad (2)$$

Na Equação (2) não existe forças aplicadas ao sistema, então passa-se a Equação (3) característica do sistema:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (3)$$

Solucionando a Equação (3), encontraremos as duas raízes de λ :

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm i\sqrt{4mk - c^2}}{2m} \quad (4)$$

Resolvendo a Equação (4), teremos duas raízes que podem ser simplificadas utilizando a combinação dos valores de massa, rigidez e amortecimento do sistema em dois parâmetros que também descrevem as características físicas do sistema: a frequência natural de vibração não amortecida (ω_n) e a razão de amortecimento (ξ):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (5)$$

Reescrevendo a Equação (4) utilizando os parâmetros da Equação (5), teremos:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (6)$$

Sendo ω_d a frequência natural amortecida:

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (7)$$

Utilizando a terminologia da Equação (6) encontra as duas raízes de λ :

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_d \quad (8)$$

Assim, a solução da Equação (1) homogênea é dada por:

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (9)$$

Onde as constantes C_1 e C_2 são determinadas de acordo com as condições de contorno do sistema.

Observando a Equação (8), um sistema com um grau de liberdade pode ser classificado de quatro modos distintos:

- Sistema oscilante, não amortecido ($\xi = 0$): obtém-se a mesma Equação (1) do sistema não amortecido. A solução pode ser vista na Equação (8).
- Sistema sub amortecido ($0 < \xi < 1$): sistema oscilatório e com amplitude decrescente. A solução da Equação (8) é do tipo:

$$y(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}) \quad (10)$$

- Sistema criticamente amortecido ($\xi = 1$): o sistema não oscila e a amplitude do movimento decai exponencialmente com o tempo. A solução da Equação (8) fica:

$$y(t) = e^{-\omega_n t} (C_1 + C_2 t) \quad (11)$$

Sistema super amortecido ($\xi > 1$): o sistema não oscila, apresenta duas raízes reais e a amplitude do movimento decai com o tempo. A solução da Equação (8) fica:

$$y(t) = C_1 e^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad (12)$$

A Figura 7 apresenta no gráfico *tempo x amplitude* os sistemas: Não amortecido, Sub amortecido, Criticamente amortecido e Super amortecido.

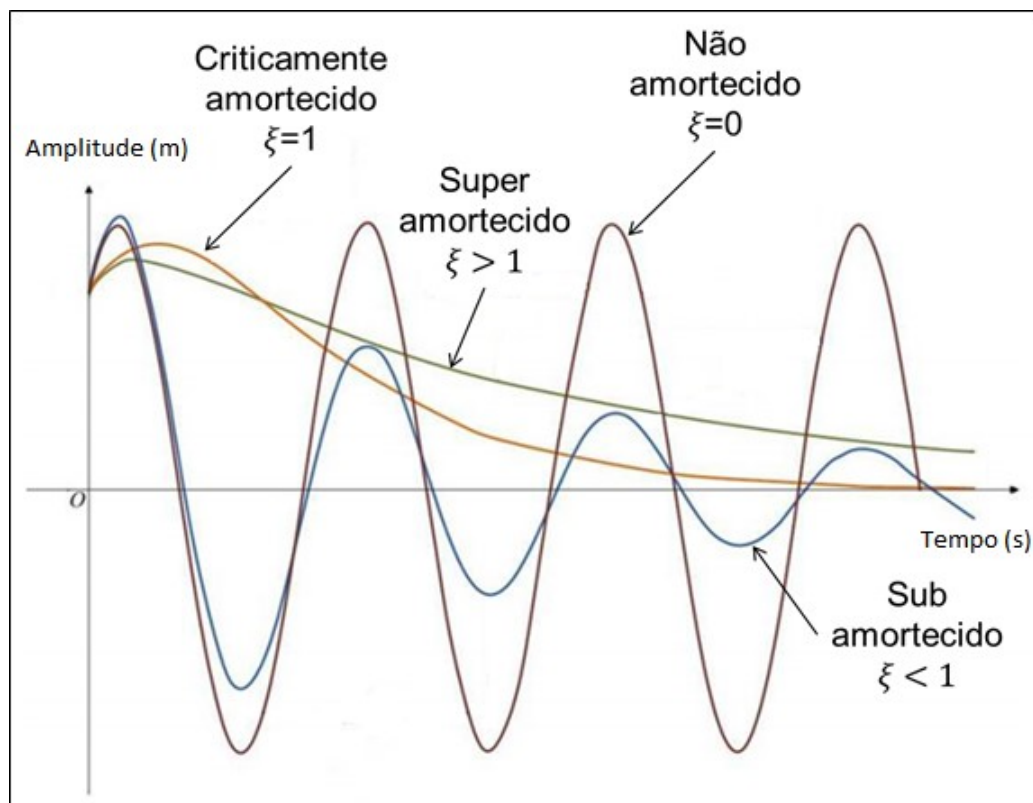


Figura 7: Gráfico *tempo x amplitude* dos tipos de amortecimento em um sistema com um grau de liberdade

Fonte: Autor

2.2.1.2 SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

No âmbito dos sistemas com múltiplos graus de liberdade, Kelly (2000) utilizou as equações e figuras a seguir para esclarecer esse tipo de sistema dinâmico.

Partindo-se da Equação (1) para um sistema com múltiplos graus de liberdade teremos a introdução de matrizes reais em cada parâmetro:

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = x(t) \quad (13)$$

Onde M é a matriz de massa, C a matriz de amortecimento e K a matriz de rigidez, t é o tempo e $x(t)$ é a distância no eixo x percorrida no instante t . Todas as matrizes são simétricas e com coeficientes constantes.

Nessa análise, considera-se a massa sempre positiva. Outra consideração importante é que o número de colunas dos vetores de entrada e saída dependem do número das diferentes direções do movimento de entrada.

Para simplificar, é assumida a colocação de Kelly (2000) na qual o movimento é unidirecional, assim os vetores contêm uma única coluna.

Para a análise modal, as soluções das equações homogêneas são geralmente encontradas assumindo que as forças do amortecimento são desprezíveis em relação às forças de inércia e de reação, desprezando o efeito do amortecimento na solução especial.

Como exemplo, adotaremos um caso simples de sistema simples não amortecido e sem forças externas, ou seja, com $x(t) = 0$ e $C = 0$. A solução é conhecida como solução harmônica:

$$y(t) = be^{i\omega t} \quad (14)$$

Onde b é um vetor coluna da matriz.

Substituindo a Equação (14) na Equação (13) obteremos a Equação de problema de autovalor estendido:

$$-\omega^2 Mb + Kb = 0 \quad (15)$$

Seguindo com um novo desenvolvimento, multiplicando os dois lados da Equação (15), pelo inverso da matriz de massa, resulta no problema de autovalor clássico com matriz dinâmica assimétrica $D = M^{-1}K$ e o autovalor ω^2 .

$$Db = M^{-1}Kb = \omega^2 b \quad (16)$$

As propriedades dinâmicas da Equação (13) podem ser expressas para o sistema não amortecido pela decomposição dos autovalores da matriz dinâmica D .

$$M^{-1}K = [b_n][\omega_n^2][b_n]^{-1} \quad (17)$$

Para o sistema considerado, N autovetores $b_1, b_2, b_3 \dots b_N$ são chamados de modos de vibração do sistema e estão posicionados como coluna na matriz de formas modais $[b_N]$ e o conjunto correspondente dos autovalores são associados ao quadrado da frequência natural e posicionados como elementos da matriz diagonal ω_n^2 .

Considerando o caso de sistemas não amortecidos, os autovalores são números reais positivos e as formas modais de um sistema não amortecido satisfazem uma importante propriedade que é a ortogonalidade dos modos em relação as matrizes de massa e rigidez do sistema. A condição de ortogonalidade no que diz respeito à matriz de massa é dada pela Equação (18):

$$b_n^T M b_m = 0 \quad (18)$$

Já a condição de ortogonalidade no que diz respeito à matriz de rigidez, é dada pela Equação (19):

$$b_n^T K b_m = 0 \quad (19)$$

Como na Equação (15) o comprimento dos autovetores não é contemplado, pode-se então inserir um valor arbitrário, tomando como referência o fato de se ter os valores de b_n normalizados. Sendo assim, possui o comprimento de uma unidade:

$$b_n^T b_n = 1 \quad (20)$$

Desta forma, podemos encontrar a massa modal m_n a partir de:

$$b_n^T M b_n = m_n \quad (21)$$

E também a rigidez modal:

$$b_n^T K b_n = k_n \quad (22)$$

Para simplificar essas equações utilizamos valores de massa modal normalizados:

$$\beta_n = \frac{b_n}{\sqrt{m_n}} \quad (23)$$

Onde:

$$\beta_n^T M \beta_n = 1 \quad (24)$$

Para as massas modais normalizadas β_n , o produto interno com a matriz de rigidez produz a frequência natural ao quadrado:

$$\beta_n^T K \beta_n = \frac{k_n}{m_n} = \omega_n^2 \quad (25)$$

Para a matriz de formas modais, nas quais os modos de vibração são dimensionados para a unidade a condição de ortogonalidade, mostra-se que:

$$[b_n]^T M [b_n] = [m_n]; \quad [b_n]^T K [b_n] = [k_n] \quad (26)$$

Assim, para as formas de massa modal normalizada $[\beta_n]$, fica:

$$[\beta_n]^T M [\beta_n] = I; \quad [\beta_n]^T K [\beta_n] = [\omega_n^2] \quad (27)$$

Para o amortecimento clássico, a matriz de amortecimento satisfaz a identidade $CM^{-1}K = KM^{-1}C$. Assim, os modos de vibração normais do sistema são de valor real e idêntico ao sistema não amortecido associado (CAUGHEY e O'KELLY, 1965).

Um amortecimento que abrange essa condição e que combina as matrizes lineares de massa e rigidez é o amortecimento de Rayleigh:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (28)$$

Partindo do princípio que as condições de ortogonalidade dos modos normais do sistema não amortecido também podem ser aplicadas à matriz de amortecimento, ela pode ser expressa utilizando a massa modal m_n e a rigidez modal k_n :

$$b_n^T C b_n = \alpha m_n + \beta k_n = c_n \quad (29)$$

Onde C_n é definido como coeficiente de amortecimento modal.

Aplicando a Equação (29) na Equação (13):

$$y(t) = b_n e^{\lambda t} \quad (30)$$

Para obter a equação característica para o modo n , vamos mesclar as Equações (21), (22) e (29):

$$m_n \lambda^2 + c_n \lambda + k_n = 0 \quad (31)$$

Para determinar as raízes temos:

$$\lambda_n = \frac{-c_n \pm \sqrt{c_n^2 - 4m_n k_n}}{2m_n} \quad (32)$$

As frequências naturais, amortecidas e não amortecidas, e a taxa de amortecimento do modo n podem ser expressas em termos da massa modal, rigidez modal e coeficiente de amortecimento modal:

$$\omega_{0n} = \sqrt{\frac{k_n}{m_n}}; \zeta_n = \frac{c_n}{2\sqrt{m_n k_n}}; \omega_{dn} = \omega_{0n} \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (33)$$

Essas relações são as mesmas utilizadas para o caso do sistema com um grau de liberdade, equações (5) e (7). Isto significa que o decaimento livre pode ser generalizado a partir da Equação (9) como uma combinação proporcional de todos os decaimentos do sistema e pode ser expressa como:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N b_n (c_{n1} e^{\lambda_1 t} + c_{n2} e^{\lambda_2 t}) \quad (34)$$

Sendo que as constantes c_{n1} e c_{n2} descrevem as condições iniciais de cada decaimento modal livre.

Então, os autovalores no espaço podem dados por:

$$(M\lambda^2 + C\lambda + K)b_n = 0 \quad (35)$$

Exemplificando um problema de autovalor, é considerado um par de autovalores:

$$\sigma_n \pm i\omega_n = \begin{cases} \lambda_n \\ \lambda_n^* \end{cases} \quad (36)$$

Onde σ_n e ω_n são as partes real e imaginária dos autovalores, e então é possível definir o módulo dos autovalores:

$$\omega_n = \sqrt{\lambda_n \lambda_n^*} = \sqrt{\sigma_n^2 + \omega_n^2} \quad (37)$$

E a quantidade de valores reais:

$$\zeta_n = \frac{-\sigma_n}{\omega_{0n}} \quad (38)$$

Sendo positivo o módulo dos autovalores, enquanto estão situados na parte negativa do plano $\sigma_n < 0$. Os autovalores podem ser expressos:

$$-\omega_{0n}\zeta_n \pm i\omega_n = \begin{cases} \lambda_n \\ \lambda_n^* \end{cases} \quad (39)$$

Então, utilizando esses parâmetros, a Equação (37) fica:

$$\omega_n = \omega_{0n}\sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (40)$$

Assim, é possível definir que para o caso de amortecimento geral com ω_{0n} , a frequência natural não amortecida do modo n ; ω_n como sendo a frequência natural amortecida do modo n e ζ_n como sendo a razão de amortecimento do modo n .

Então, utilizando uma combinação das formas modais para expressar uma solução, temos:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{2N} \varphi_n + q_n(t) = [\varphi_n]q(t) \quad (41)$$

Utilizando o princípio de que as coordenadas modais são o dobro do tamanho e aparecem em pares complexos e que cada modo é associado a um φ_n e a uma coordenada modal $q_n(t)$, então:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{2N} (\varphi_n + q_n(t) + \varphi_n^* q_n^*(t)) = 2Re[\sum_{n=1}^N [\varphi_n]q(t)] \quad (42)$$

Onde Re significa a parte real da expressão e a carga modal é dada por:

$$p_n(t) = \varphi_n^T f(t) \quad (43)$$

Como cada resposta modal complexa haverá um conjugado complexo, temos:

$$a_n + \dot{q}_n(t) + b_n q_n(t) = p_n(t) \quad (44)$$

Aplicando o recurso da transformada de Laplace nos dois lados da Equação (44):

$$(a_n s + b_n) Q_n(s) = P_n(s) \quad (45)$$

Então, o autovalor para o modo n é:

$$\lambda_n = \frac{-b_n}{a_n} \quad (46)$$

2.2.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

A análise modal experimental possibilita a obtenção das características dinâmicas do sistema a partir da função de transferência, definindo uma relação direta entre a entrada e a saída do sistema. A relação entrada/saída para um sistema dinâmico é obtida medindo-se a excitação e a resposta do referido sistema (COSTA, 2014).

Pode-se visualizar um exemplo de análise modal experimental na Figura 8, na qual se utiliza vários acelerômetros (entrada) e sensores (saída) para avaliar o comportamento da carga útil de um foguete mediante vibrações:

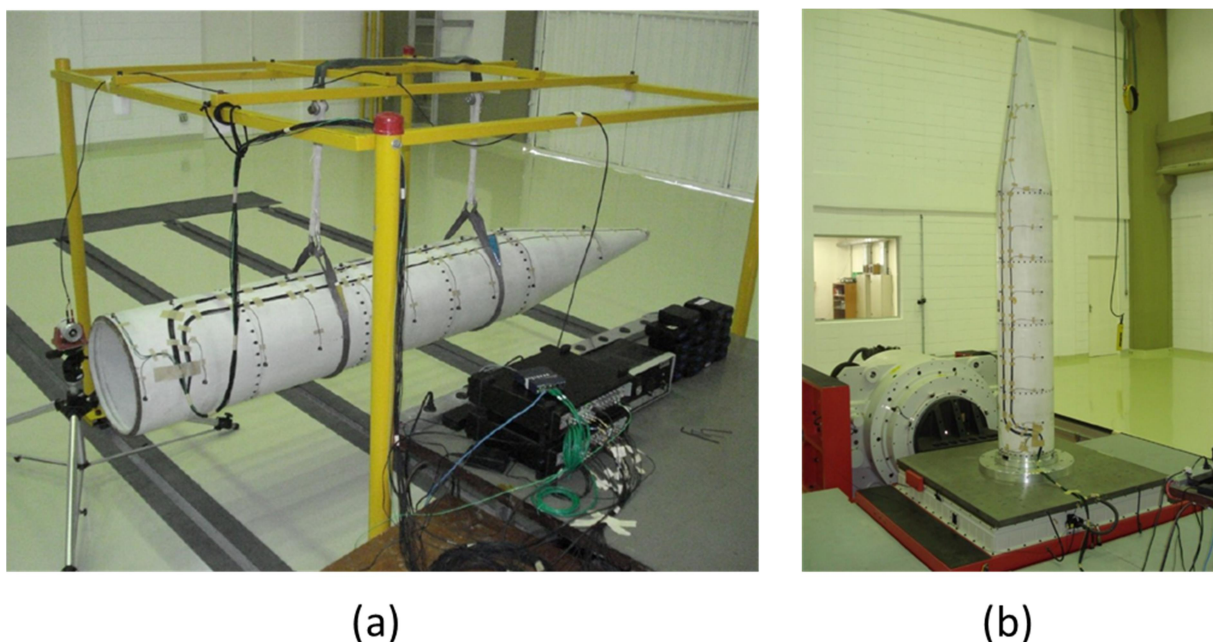


Figura 8: Análise modal experimental utilizando acelerômetros e sensores na carga útil de um foguete simulando situação livre-livre (a) e engastada (b)

2.2.3 UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE MODAL COMPUTACIONAL

A análise modal computacional é a aplicação da teoria ilustrada anteriormente em algum *software* que simule as reações de vibrações e frequência.

Como se pode ver, a teoria de análise modal é muito extensa e complexa, o que em muitos casos pode impossibilitar uma resposta rápida e confiável em problema urgente.

Outro fator a se considerar é que em muitas situações existem vários fatores que contribuem para a vibração de um sistema, como ventos, cargas não lineares entre outros, que em uma equação ficaria difícil de inserir e transformar tais dados em valores confiáveis.

Um exemplo disso ocorreu no município de Barcarena, Pará, onde a ponte do porto de Vila Conde apresentou vibração excessiva segundo alguns usuários, principalmente por causa da ação do vento e com o aumento dos veículos que atravessavam a ponte.

Isto levou Amador (2004) realizar uma simulação computacional utilizando elementos finitos para análise modal da estrutura.

A ponte possui comprimento de 1200 metros, 50 metros de largura e 30 metros de altura e sua estrutura é constituída de concreto armado e aço estrutural.

A simulação do modelo estrutural da ponte foi realizada no *software* SAP2000 como demonstra a Figura 9:

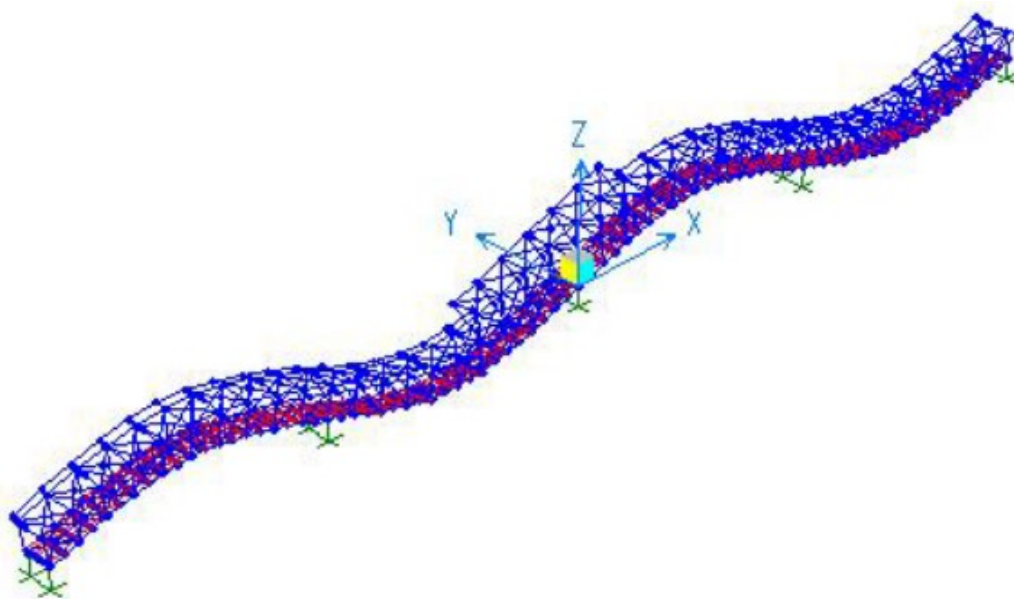


Figura 9: Modo de vibrar encontrado por Amador (2004) na ponte do porto de Vila Conde, Barcarena, Pará

Fonte: Amador (2004)

A partir dos resultados do *software*, Amador (2004) concluiu que a estrutura da ponte não corre risco de colapso eminente. Porém, haveria a necessidade de uma análise criteriosa do comportamento vibratório da ponte, visando à determinação e classificação do grau de conforto da estrutura dentro dos limites máximos aceitáveis pela ABNT.

Outro *software* também utilizado para análise modal, mas que não utiliza os parâmetros dos elementos finitos é o MatLab.

Segundo Vieira (2004) o MatLab é um *software* para cálculo científico que proporciona um ambiente de fácil utilização com uma notação intuitiva mas poderosa, e permite a realização de algoritmos numéricos sobre matrizes com o mínimo de programação. Além disso, no ambiente MatLab é possível a criação e manipulação de matrizes sem a necessidade de dimensionamento prévio e a manipulação das variáveis pode ser realizada de forma interativa.

Um exemplo de uso deste *software* foi o estudo dos absorvedores dinâmicos de vibração de Silva e Watanabe (2012).

O objetivo era diminuir as vibrações excessivas ou ressonâncias de máquinas utilizando o absorvedor dinâmico de vibração (ADV). Esse dispositivo é um sistema dinâmico auxiliar que fará com que a frequência natural de ressonância original mude, evitando a sua ocorrência nesta faixa de trabalho. Este dispositivo é dimensionado com o propósito de reduzir ou controlar as vibrações em um sistema mecânico.

Então, a partir de um modelo clássico proposto por Den Hartog (1972) foi inserido no *software* MatLab os modelos para simulação do sistema sem e com absorvedor dinâmico de vibração, como nas Figuras 10 e 11, respectivamente:

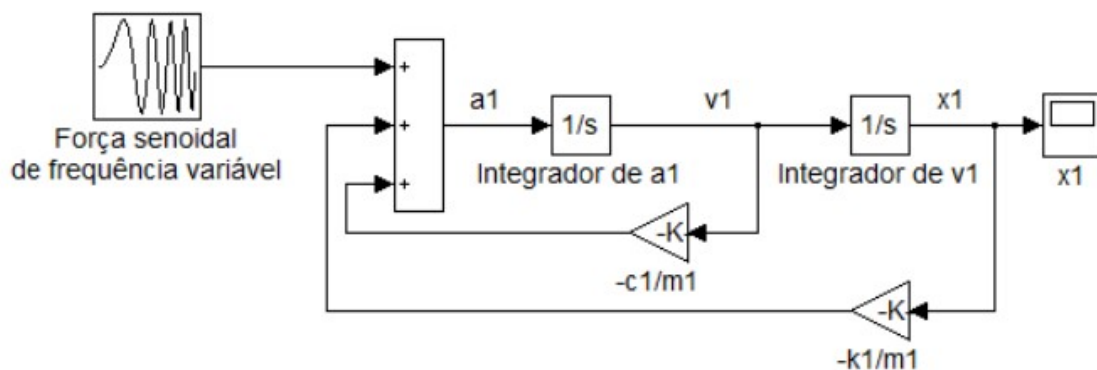


Figura 10: Modelo MatLab da máquina sem o absorvedor dinâmico de vibração
Fonte: Silva e Watanabe (2012)

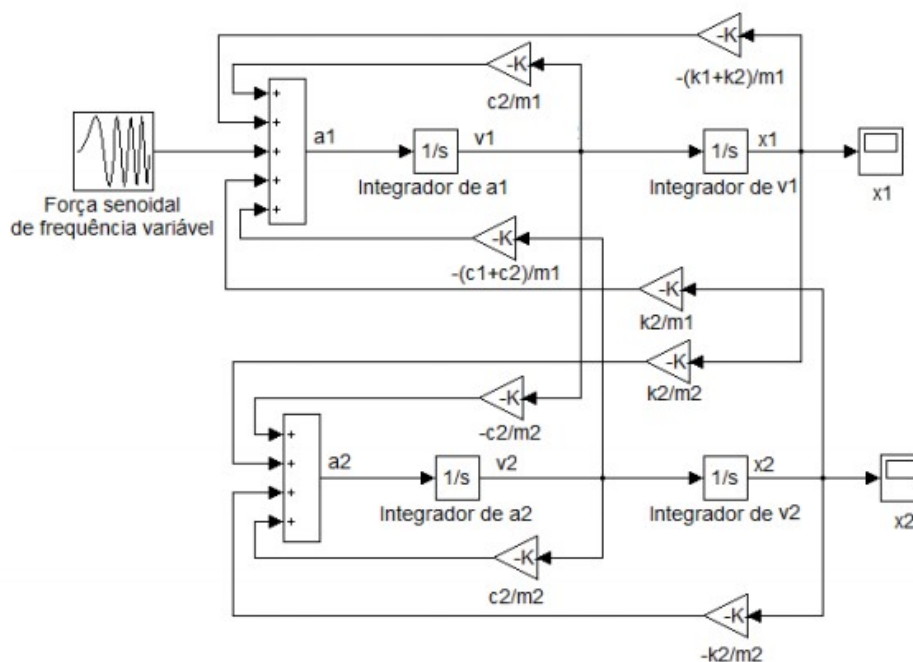


Figura 11: Modelo MatLab da máquina com o absorvedor dinâmico de vibração
Fonte: Silva e Watanabe (2012)

O modelo de um ADV amortecido acoplado a uma máquina ou estrutura é ilustrado na Figura 12:

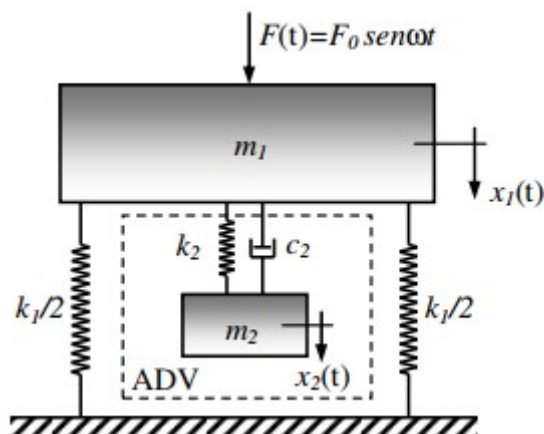


Figura 12: Modelo de um ADV amortecido acoplado a uma máquina ou estrutura
Fonte: Silva e Watanabe (2012)

Sendo m_1 a massa do sistema, m_2 a massa do ADV acoplado ao sistema, $k_1/2$ a constante elástica da mola que suporta m_1 , k_2 a constante elástica da mola que suporta m_2 , c_2 o amortecimento de m_2 e $x_1(t)$ e $x_2(t)$ as respectivas translações verticais.

Na Figura 13 encontram-se os resultados obtidos no *software*:

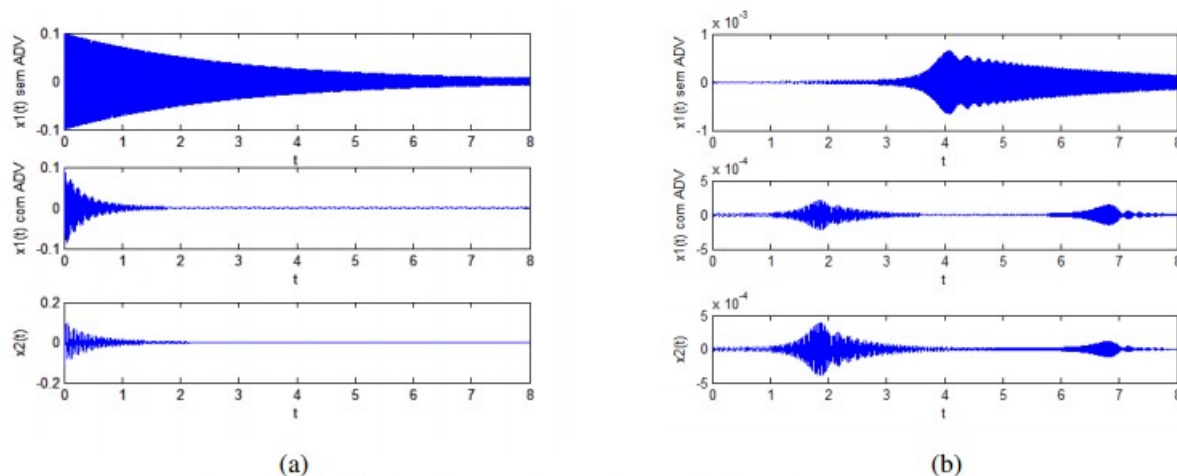


Figura 13: Análise da vibração no MatLab
 Fonte: Silva e Watanabe (2012)

Então, Silva e Watanabe (2012) concluíram que os absorvedores dinâmicos de vibração são muito aplicáveis em diversos tipos de máquinas e estruturas, principalmente devido a sua facilidade de sintonização e construção.

Isso pode ser constatado na Figura 13a, que mostra um sistema que sofreu uma perturbação inicial, onde $x_1(t)$ do sistema sem ADV decai muito pouco ao longo do tempo; entretanto, com o ADV, $x_1(t)$ decai muito rapidamente em função da presença do ADV que absorve energia de vibração da máquina.

A Figura 13b demonstra o sistema quando excitado a uma frequência variando de 20Hz a 80Hz em um período de 8s com e sem ADV. Pode-se verificar que nessa situação, mesmo o sistema passando pelas frequências de ressonância (33,34Hz e 74,99 Hz), o ADV absorve energia de vibração da máquina.

Outro estudo também utilizando MatLab, mas agora em engenharia elétrica, foi realizado por Lisboa e Santos (2010).

Esse exemplo consegue ilustrar o quanto a análise de modal é abrangente, pois consegue contemplar várias áreas da engenharia.

O objetivo era a representação de geradores por meio de seu modelo detalhado e de sistema de excitação e estabilizador de potência.

A Figura 14 apresenta o sistema elétrico estudado:

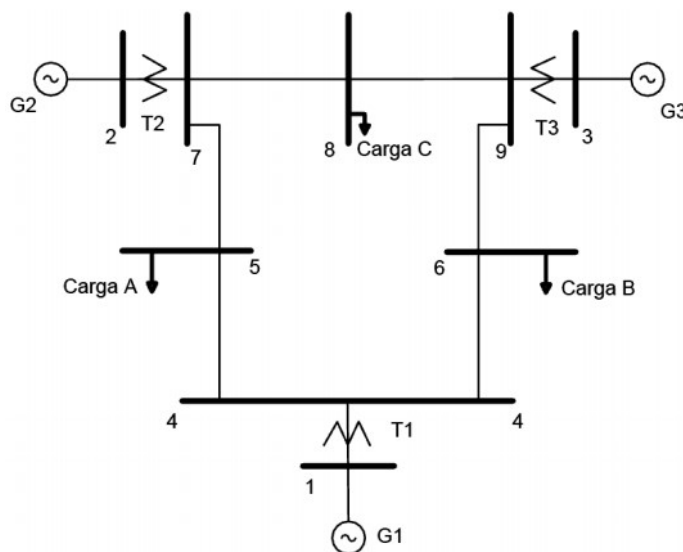


Figura 14: Sistema elétrico abordado no estudo
Fonte: Lisboa e Santos (2010)

A Figura 15 ilustra o resultado obtido:

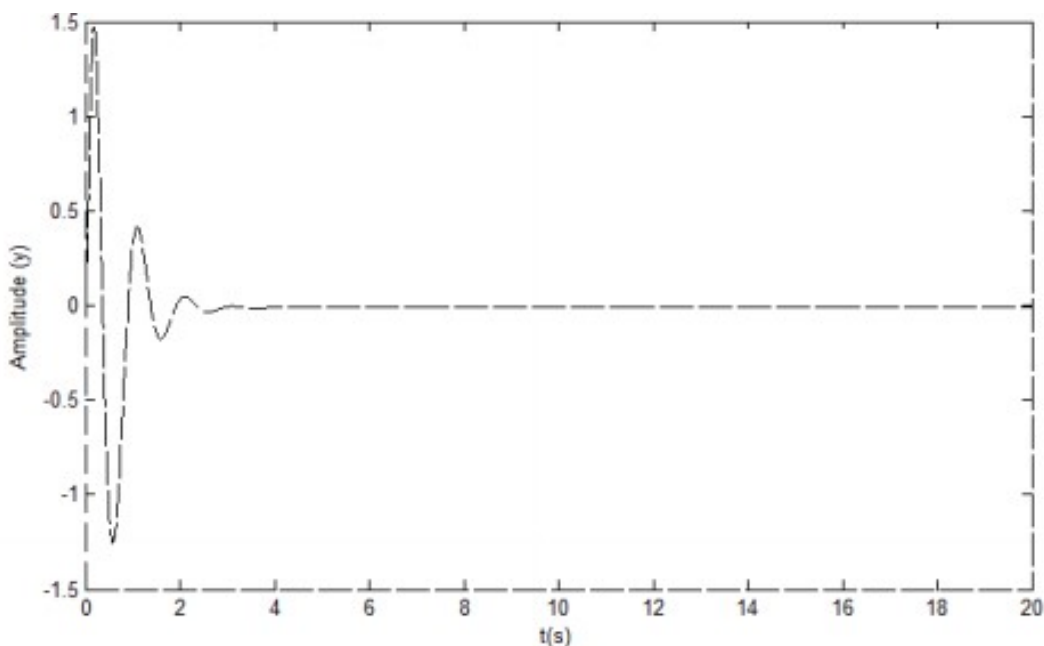


Figura 15: Resposta do sistema com um pulso
Fonte: Lisboa e Santos (2010)

Concluiu-se então que o programa desenvolvido em MatLab para a representação de geradores é eficaz e também possui uma interface fácil para o usuário alterar praticamente todos os parâmetros de entrada o que possibilita realizar várias simulações.

Nesses três exemplos citados, podemos verificar o uso real de um *software* para análise modal. A escolha de qual *software* utilizar para o cálculo depende especificamente de cada caso, variando de acordo com a aptidão do usuário, custo do *software*, tempo de análise, etc.

2.3 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é hoje a maneira mais conhecida e mais empregada na indústria na área de cálculo. Isso devido aos avanços obtidos na informática.

Mesmo assim, antes do surgimento dos primeiros computadores em meados de 1970, o MEF já era empregado de maneira analítica em universidades e centro de pesquisas.

Entende-se como método dos elementos finitos como uma técnica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas de equações diferenciais (et al COOK, 1988).

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico para a análise de estruturas e meios contínuos, e é baseado no conceito de discretização. Isso significa que possui aproximações do tipo polinomial nodal em subdomínios em qualquer tipo de contorno como mostra a Figura 16:

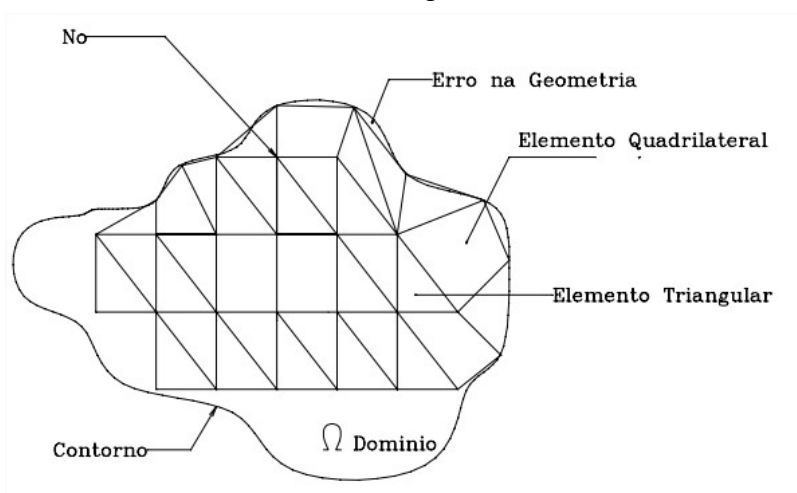


Figura 16: Esquema de um modelo genérico com elementos finitos
Fonte: Pavanello, (1997)

Como se pode verificar na Figura 16, o domínio Ω foi discretizado em elementos quadriláteros e triangulares, deixando cada ponto N, chamado de nó, as respectivas incógnitas do problema (PAVANELLO, 1997).

2.3.1 TEORIA DO MEF

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico para a análise de estruturas e meios contínuos, e é baseado no conceito de discretização.

A ideia consiste em transformar um problema complexo na soma de diversos problemas simples. Ou seja, é necessário buscar soluções locais, cujas propriedades garantam uma convergência para os problemas globais.

Um exemplo disso é um caso de uma barra de diâmetro variável engastada, citada por Pavanello (1997) e desenvolvida nas equações e figuras seguintes, na qual o diâmetro maior é o dobro do diâmetro menor, com o material desconhecido e a barra é submetida a uma carga axial F em sua extremidade B, como mostrado na Figura 17:

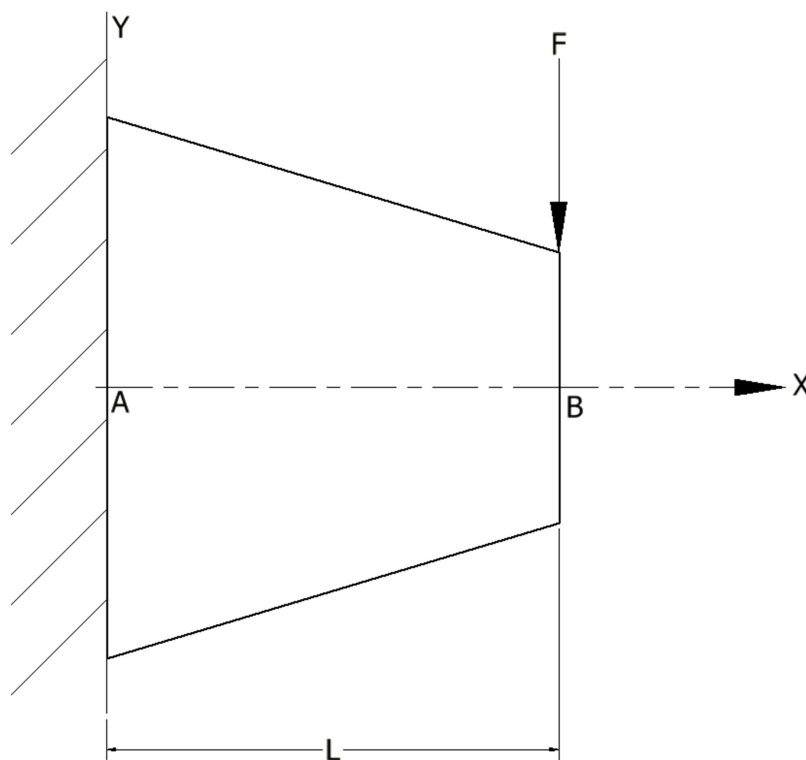


Figura 17: Barra de seção variável
Fonte: Autor

O objetivo é conhecer o descolamento em B.

Utilizando a teoria básica da resistência dos materiais, esse problema seria facilmente solucionado caso a barra tivesse diâmetro constante.

Pode-se então encontrar a solução a partir de uma Equação variável:

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = F \quad (47)$$

Onde E é o Módulo de Elasticidade do material da barra, A é a área da seção transversal da barra, u é o deslocamento axial, e F a força externa aplicada na face B.

Partindo do princípio que a barra está perfeitamente engastada, temos que $u=0$ e $x=0$, e assim teremos:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{F}{EA} \quad (48)$$

E em $x = L$,

$$u_B = \frac{FL}{EA} \quad (49)$$

E para o caso da área variar linearmente, onde temos que $A=A_0$ em $x=L$ e $A=2A_0$ em $x = 0$ obtém-se:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{F}{EA_0 \left(2 - \frac{2x}{L}\right)} \quad (50)$$

Integrando a Equação 50 no domínio $[0, L]$, encontra-se:

$$u_B = \int_0^L \frac{F}{EA_0 \left(2 - \frac{2x}{L}\right)} dx = \frac{FL}{2A_0 E} \ln 2 \quad (51)$$

Pode-se notar, que a solução para o caso onde a área varia é mais complexa, sendo que para certos casos onde a geometria torna-se é inconstante é impossível obter resultados analiticamente.

Como já foi mencionado anteriormente, usando-se a ideia da discretização, pode-se então transformar um problema mais complexo na soma de diversos problemas simples como será mostrado à frente.

Discretizando o sistema contínuo em vários subdomínios, consegue-se encontrar o deslocamento em cada subdomínio e assim, no final, soma-se todos esses resultados, chegando a um resultado próximo do resultado real.

Lembrando que quanto mais subdomínios (elementos) criarmos, mais próxima a solução fica da vida real.

Neste exemplo, a barra foi dividida em 4 partes como ilustra a Figura 18:

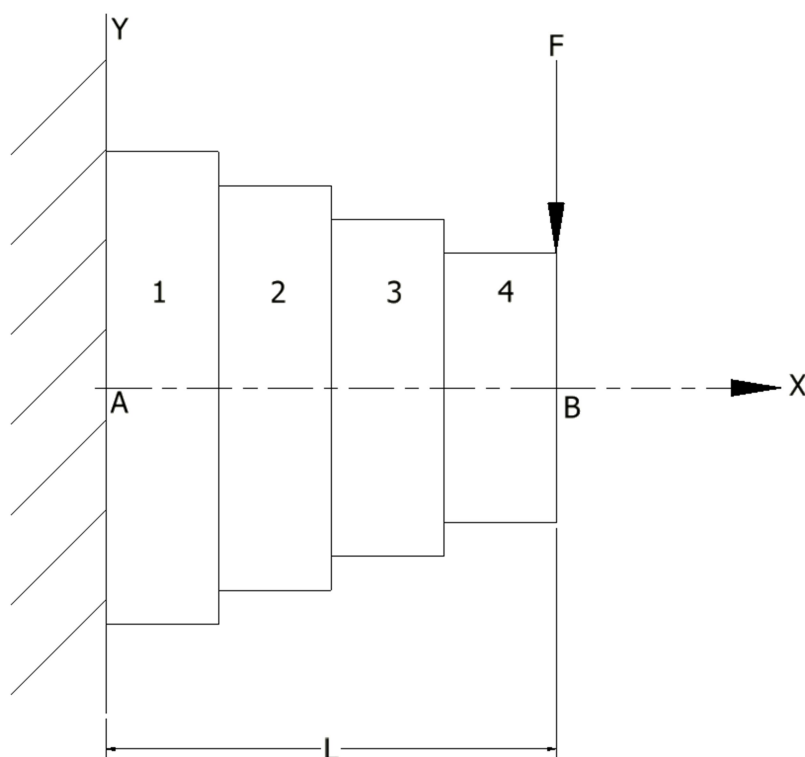


Figura 18: Barra de seção variável dividida em 4 elementos
Fonte: Autor

Tomando a malha criada na Figura 18, nota-se que cada um dos elementos é, grosseiramente, uma parte constante da barra, o que nos permite calcular o deslocamento baseado na fórmula simples da Equação 49:

$$u_B = \frac{FL}{EA} \quad (52)$$

Em um segundo momento, essa barra é novamente particionada, desta vez em 10 subdomínios (elementos), como na Figura 19:

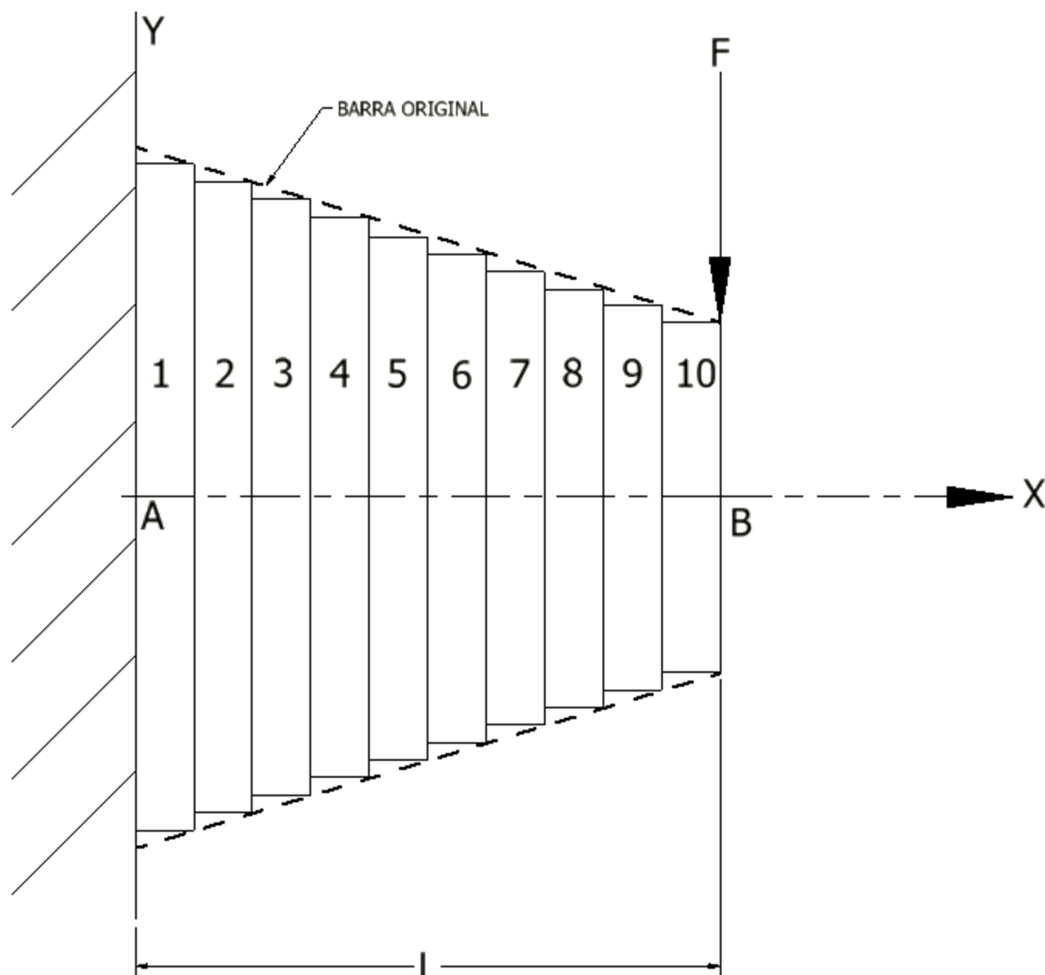


Figura 19: Barra de seção variável dividida em 10 elementos
Fonte: Autor

Na Figura 19, na qual o modelo da barra é particionado em mais partes, já é possível visualizar uma maior semelhança com o contorno original da barra trazendo assim, uma solução mais próxima da realidade.

Neste caso, a solução também será encontrada pela Equação 52, no entanto, com parâmetros diferentes, pois utilizará as dimensões dos novos 10 elementos.

2.3.2 UTILIZAÇÃO DO MEF COMPUTACIONAL

O método dos elementos finitos computacional é a aplicação da teoria ilustrada anteriormente em algum *software* que simule qualquer modelo em qualquer ambiente desde que esteja discretizado em elementos finitos.

Como foi citado por Araujo (2010), atualmente, o uso de programas para a análise dos problemas de engenharia é indispensável. Engenheiros e pesquisadores cada vez mais procuram desenvolver formulações e códigos numéricos que permitam a simulação do comportamento das estruturas, procurando-se o estabelecimento de parâmetros que forneçam informações que gerem economia, segurança e rapidez nos projetos estruturais.

Sua aplicação abrange vários seguimentos da engenharia como: dinâmica, estática, fluidos, eletricidade, e também outras ciências como medicina.

O trabalho realizado por Sternick (2012) é um exemplo da aplicação abrangente do MEF.

O trabalho foi realizado para comparar alguns tipos de pinos metálicos em ossos e verificar a rigidez da montagem e o número de pinos utilizados para cada tipo de fixação conforme ilustrado na Figura 20:

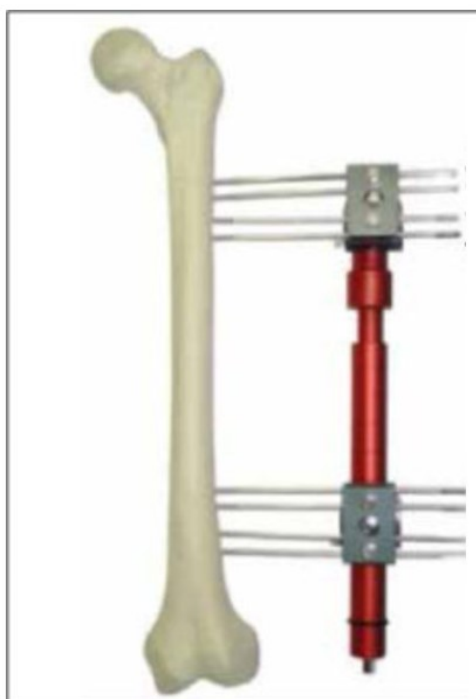


Figura 20: Configuração de montagem
Fonte: Sternick (2012)

Com o modelo criado e submetido no *software* NX Nastran, para tensão de von Mises e deslocamento, o resultado para dois pinos foi ilustrado na Figura 21:

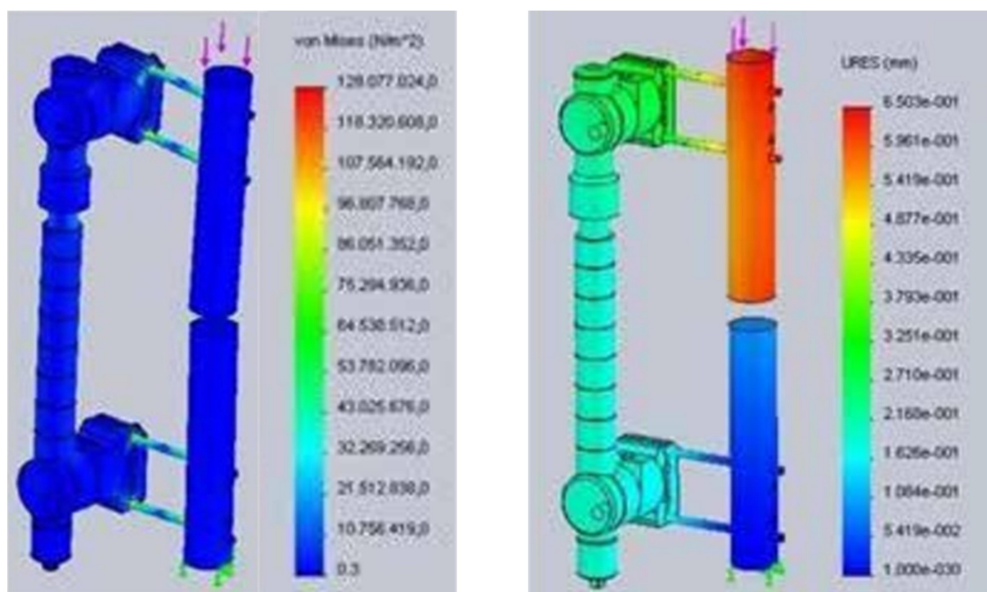


Figura 21: Simulação de pinagem óssea: tensão von Mises (a); deslocamento (b)

Fonte: Sternick (2012)

A Figura 21a ilustra a tensão de von Mises em cada pino, onde, segundo a legenda, a tensão mínima está em azul, e a máxima em vermelho.

A Figura 21b ilustra o deslocamento para a configuração com 2 pinos, onde, segundo a legenda, o deslocamento mínimo está em azul, e o máximo em vermelho.

Então, Sternick (2012) concluiu que para cada configuração de pinagem, existem tipos diferentes de esforços.

Veremos no próximo exemplo a utilização de mais de um material no sistema estudado.

Na área de engenharia civil, um trabalho que será exemplificado aqui é o de Araujo (2010), na qual se buscou determinar o fator de retenção de cisalhamento (β) para concretos reforçados com fibras de aço com auxílio da modelagem computacional e também comparando com resultados experimentais. A seguir os resultados obtidos no trabalho com o *software* DIANA são ilustrados graficamente conforme a Figura 22:

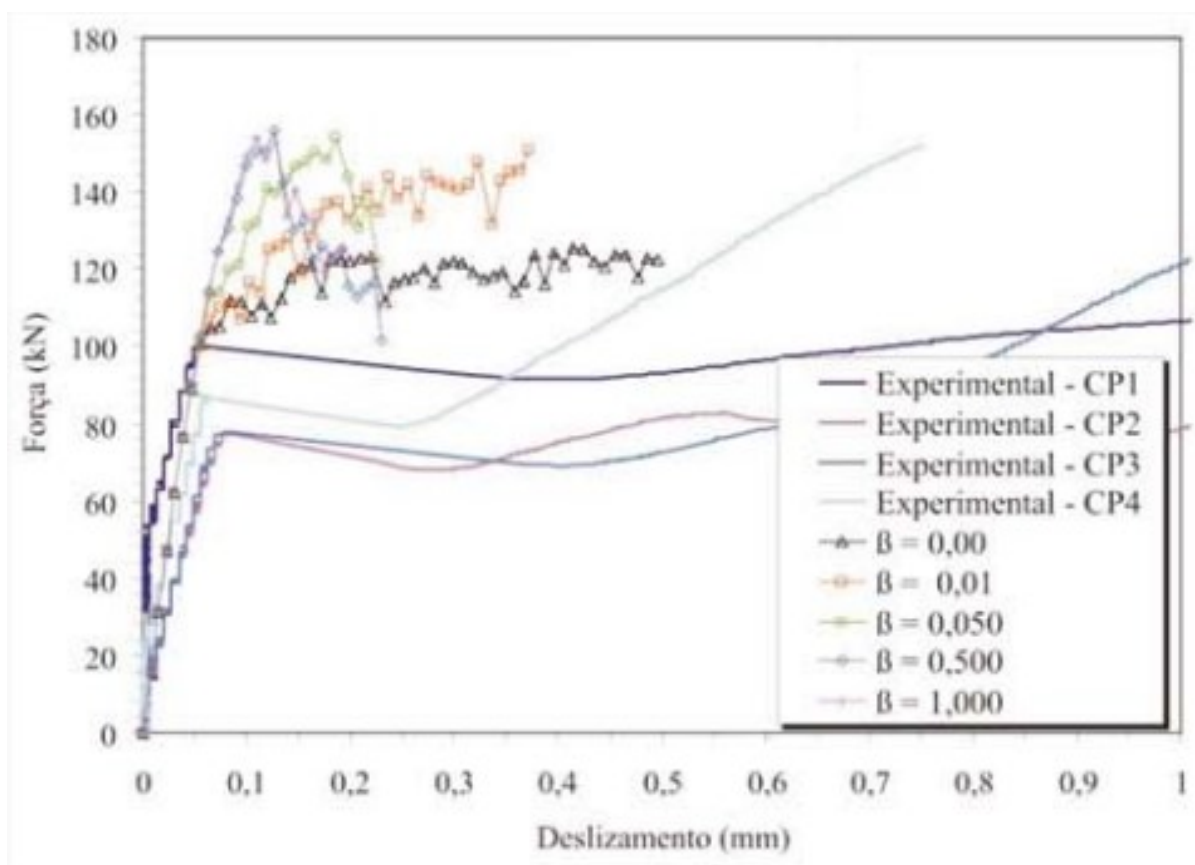


Figura 22: Comparação dos valores da simulação computacional X teste experimental com vários corpos de prova e fator de retenção de cisalhamento (β)

Fonte: Araujo (2010)

Com os resultados em mãos, Araujo (2010) observou uma grande contribuição das fibras de aço no aumento da resistência do concreto aos esforços de cisalhamento. A adição de 1% de fibras proporcionou um aumento de 87% na tensão última de cisalhamento do concreto, enquanto a adição de 2% de fibras proporcionou um aumento de 99% nessa mesma tensão.

Um exemplo de análise de tensões, na qual Garcia (1998) além de analisar as tensões na face de corte de uma colhedora de forragem conforme exposto na Figura 23, também compara valores encontrados no *software* Ansys 5.3 e os valores encontrados analiticamente são citados a seguir.

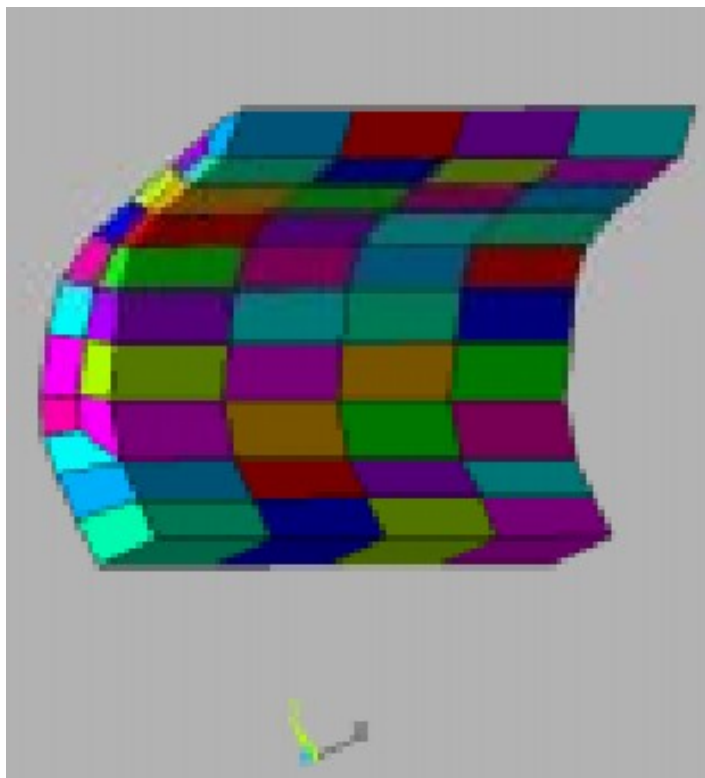


Figura 23: Malha de elementos utilizados na modelagem da faca
Fonte: Garcia (1998)

Em paralelo, Garcia (1998) também calculou as tensões por meio de equações diferenciais.

Com ambas as análises concluídas, Garcia (1998), além de obter o valor de 144,6 MPa como tensão máxima na extremidade do fio de corte, observou que o modelo desenvolvido usando o programa ANSYS apresentou resultados próximos aos das soluções analíticas, viabilizando a utilização do programa ANSYS para este tipo de análise realizada e também que a utilização do programa ANSYS tem grande importância na resolução de problemas de grande complexidade, quando comparada com a limitação das soluções analíticas.

Outro benefício de se utilizar MEF em simulações computacionais é o fato de poder visualizar o projeto com animações. Ou seja, ilustrando em realidade virtual como aquele sistema em questão responderá a determinadas cargas e esforços.

Um exemplo disso é o trabalho executado por Campello (2009), na qual se tinha o objetivo de estabelecer metodologia de desenvolvimento de produto em um projeto de prótese para substituição total de disco intervertebral pela utilização de ferramentas computacionais de engenharia.

Neste trabalho, o próprio *software* CAD AutoDesk Inventor realizou o cálculo por meio de sua interface CAE.

Na Figura 24 pode-se ver algumas fases do projeto:

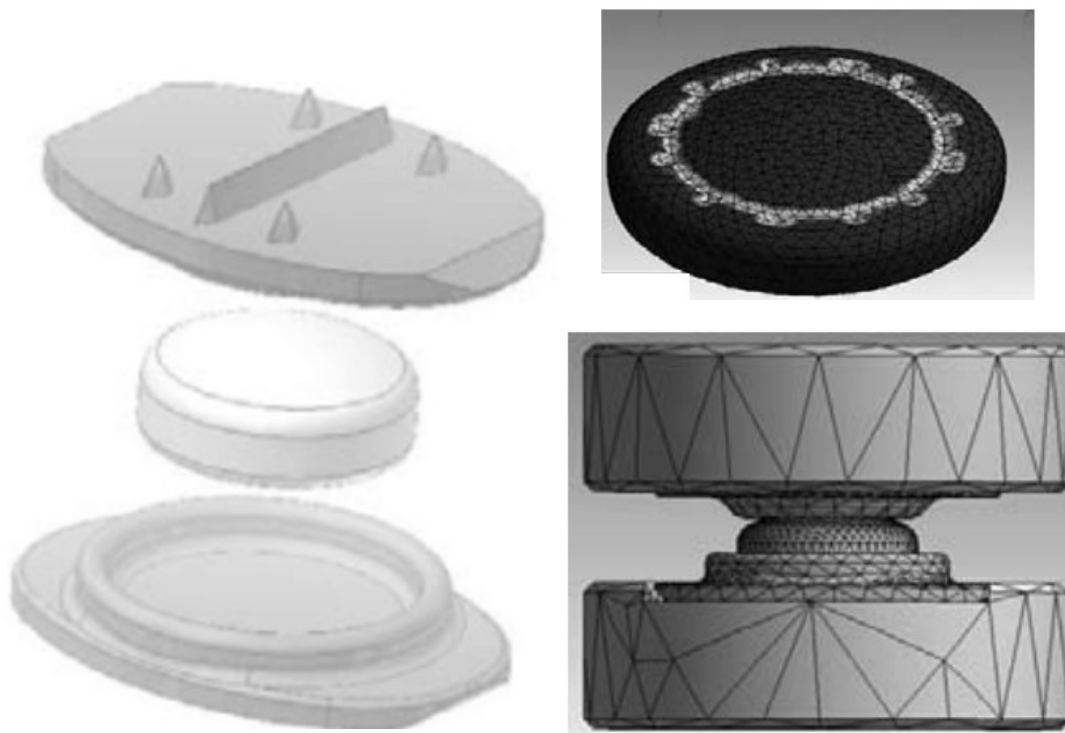


Figura 24: Fases do projeto: modelagem e cálculo em MEF
Fonte: Campello (2009)

Finalizando o projeto, Campello (2009) citou algumas conclusões a respeito da utilização de *software* CAD/CAE para elementos finitos como: a facilidade de visualização e avaliação do modelo da prótese em cada etapa do desenvolvimento de seus componentes, inclusive proporcionando o melhor entendimento da equipe médica durante a fase inicial do modelo e a viabilidade do desenvolvimento de um projeto para fabricação de uma prótese para substituição total de disco intervertebral, por meio de metodologia computacional já consagrada em projetos mecânicos de engenharia, principalmente nos ramos automotivo e aeronáutico.

No ramo da engenharia elétrica, o MEF também é utilizado em simulações computacionais como no trabalho de Marzo (2010).

Esse exemplo mostra o quanto o MEF é amplo, pois pode ser utilizado em inúmeras ciências.

O objetivo desse trabalho era de analisar o efeito das tensões induzidas nos condutores de sinal nos circuitos de potência do cabo umbilical de uma plataforma de petróleo.

A Figura 25 ilustra o modelo importado no *software* Flux3D:

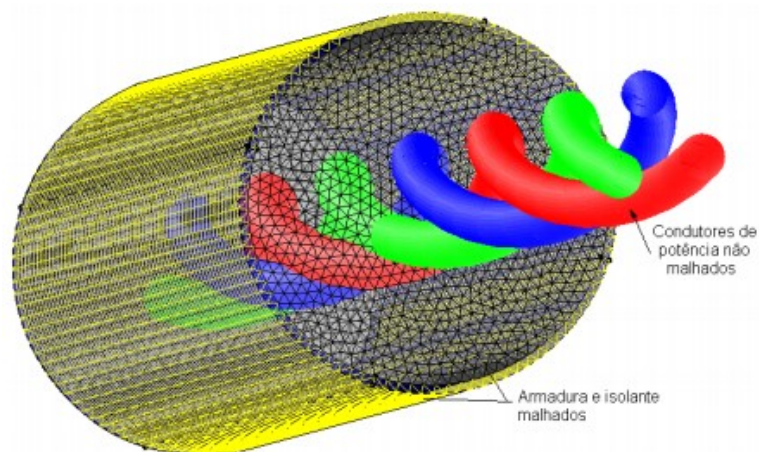


Figura 25: Modelo do cabo do umbilical malhado
Fonte: Marzo (2010)

Então, o modelo foi submetido à simulação de indução magnética, conforme demonstra a Figura 26:

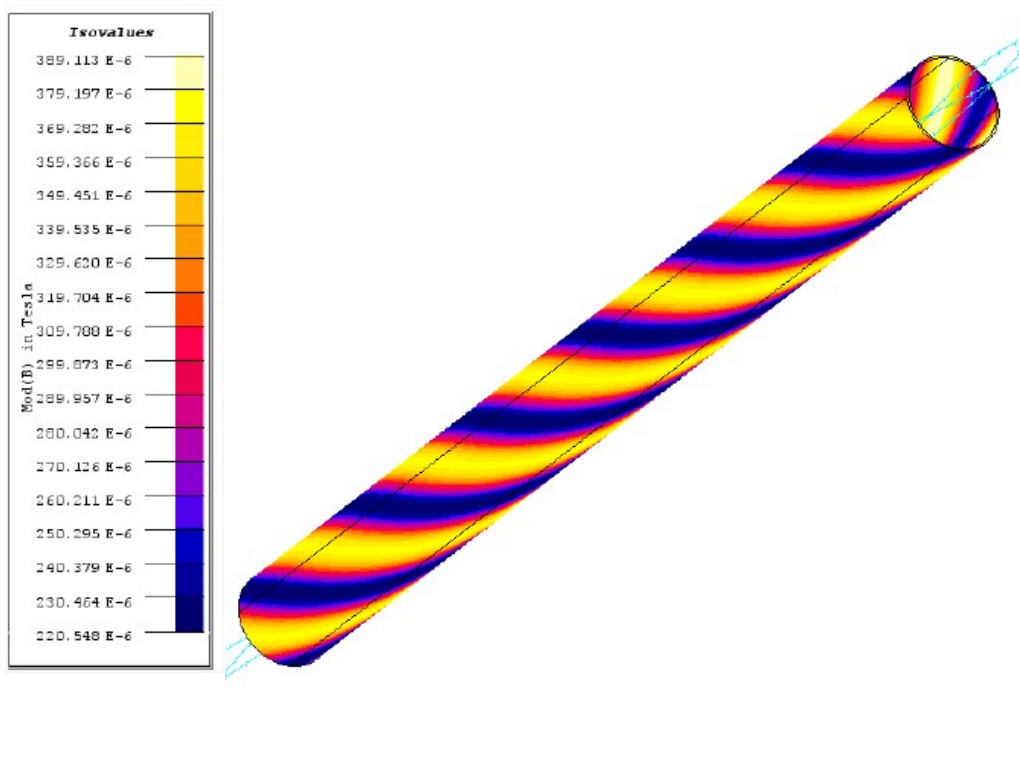


Figura 26: Simulação de indução magnética
Fonte: Marzo (2010)

Utilizando-se das soluções dispostas pelo *software* o autor encontrou uma configuração simples para o cabo de umbilical, devido a um novo trançamento dos condutores deixando a tensão induzida atenuada.

Nesses cinco exemplos citados, podemos verificar o uso real de um *software* de elementos finitos. A escolha de qual *software* utilizar para o cálculo depende especificamente de cada caso, variando de acordo com o gosto do usuário, custo do *software*, tempo de análise, etc.

2.4 INTRODUÇÃO AO SOFTWARE CAD

Nesta seção, abordaremos uma ferramenta importante para o desenvolvimento deste trabalho, a ferramenta CAD (*Computer Aided Design*), em especial o *software* CATIA V5.

Nos anos 50, algumas empresas já possuíam o que seria o princípio dos *softwares* CAD. No entanto, devido aos altos valores envolvidos para aquisição dessas máquinas, poucas empresas possuíam este recurso, a maioria delas, do setor aeroespacial e automobilístico (SOUZA e COELHO, 2003).

Com isso, as próprias empresas fabricantes de aviões e carros e algumas universidades começaram a desenvolver seus próprios *softwares*.

Então, na década de 70 começaram a surgir as aplicações em 3D, ainda que rudimentares, mas já era um avanço.

A partir daí surgiram empresas que até hoje são gigantes no segmento CAD:

- Autodesk, com o *software* AutoCAD (2D) em 1982 e Inventor (3D) em 1999;
- Parametric Technology, com o *software* PRO-E, em 1987;
- Solidworks, com o *software* homônimo, em 1995. No ano de 1997, a companhia foi comprada pela Dassault Systèmes;

Com o *software* CATIA V5 não foi diferente, sua concepção em 1977 foi devido a necessidade de se desenvolver projetos 3D para aeronaves pela fabricante francesa Avion Marcel Dassault, atual Dassault Aviation (HENRIQUE, 2013).

Os benefícios do CATIA são muitos, além de ser um *software* multiplataformas que dá suporte a todas as etapas de desenvolvimento e criação de produtos, também oferece várias ferramentas que ajudam a criar projetos de forma correta rapidamente, garantindo assim a agilidade do projeto.

3 MATERIAL E MÉTODO

A carga útil do veículo lançador VSB-30 a qual foi estudada neste trabalho sofre, durante o lançamento e seu funcionamento, diversos esforços e vibrações devido à vibração dos motores e os choques que tem com a atmosfera e as correntes de ar do planeta.

Essas vibrações e cargas sofridas podem danificar a estrutura e também os equipamentos embarcados em seu interior.

Mediante esse risco a simulação computacional será utilizada para se determinar as possíveis falhas na estrutura da carga útil utilizando duas condições possíveis: livre-livre e engastada. Essas duas condições foram estudadas porque reproduzem o voo livre (condição livre-livre), e acoplada no VSB-30 (condição engastada) (COSTA, 2014).

Este capítulo abordará a carga útil, as condições de modelamento em *software* CAD e execução da simulação em *software* CAE seguindo a sequência ilustrada na figura 27:

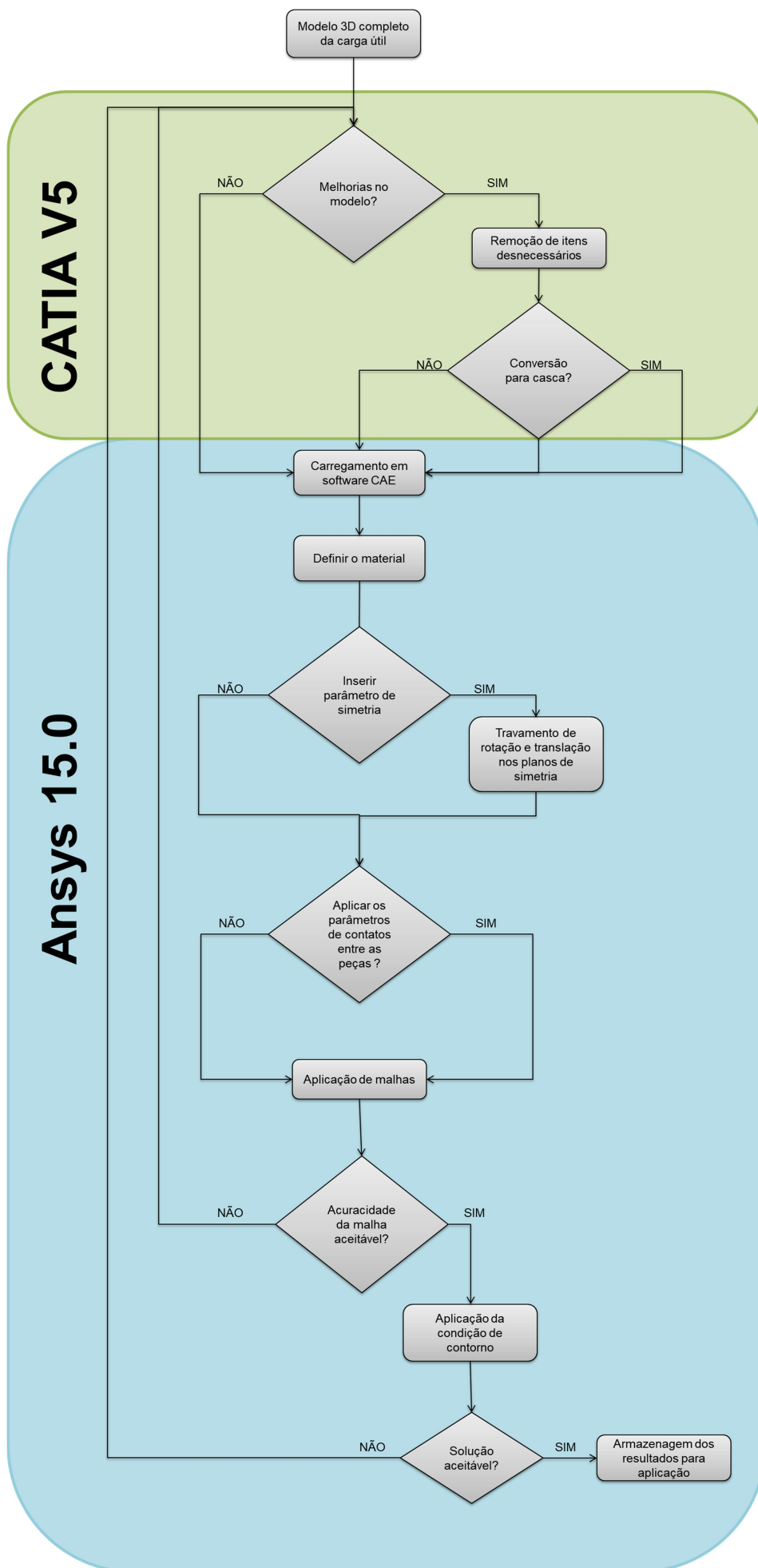


Figura 27: Sequência de etapas desenvolvimento do trabalho
Fonte: Autor

3.1 CARGA ÚTIL

A carga útil é um dos importantes módulos do veículo suborbital lançador VSB-30. Suas dimensões são dispostas na Figura 28. É neste módulo que são embarcados os experimentos científicos, sistemas eletrônicos, como: sistema de telessimetria, sistema de controle e sistema de recuperação utilizado na missão.

Conforme apurou Costa (2014) o VSB-30 possui dois estágios a propulsão sólida e tem capacidade de transportar cargas úteis científicas e tecnológicas com até 400 kg, numa altitude de 270 km. Ele ainda permite que a carga útil permaneça aproximadamente 6 minutos em altitudes acima de 100 km.

Como visto na Figura 28, a estrutura da carga útil possui 3201 mm de comprimento montados em cinco blocos. Estes blocos são unidos por flanges com 32 parafusos M6X20mm em cada uma. Também apresenta 440 mm de diâmetro externo, 390 mm de diâmetro interno, massa de 108 kg e material de aço carbono 1020.

Na simulação computacional esses valores são ligeiramente diferentes justamente porque na modelagem 3D no *software* CAD CATIA V5 o modelo foi simplificado. Esse assunto será abordado adiante.

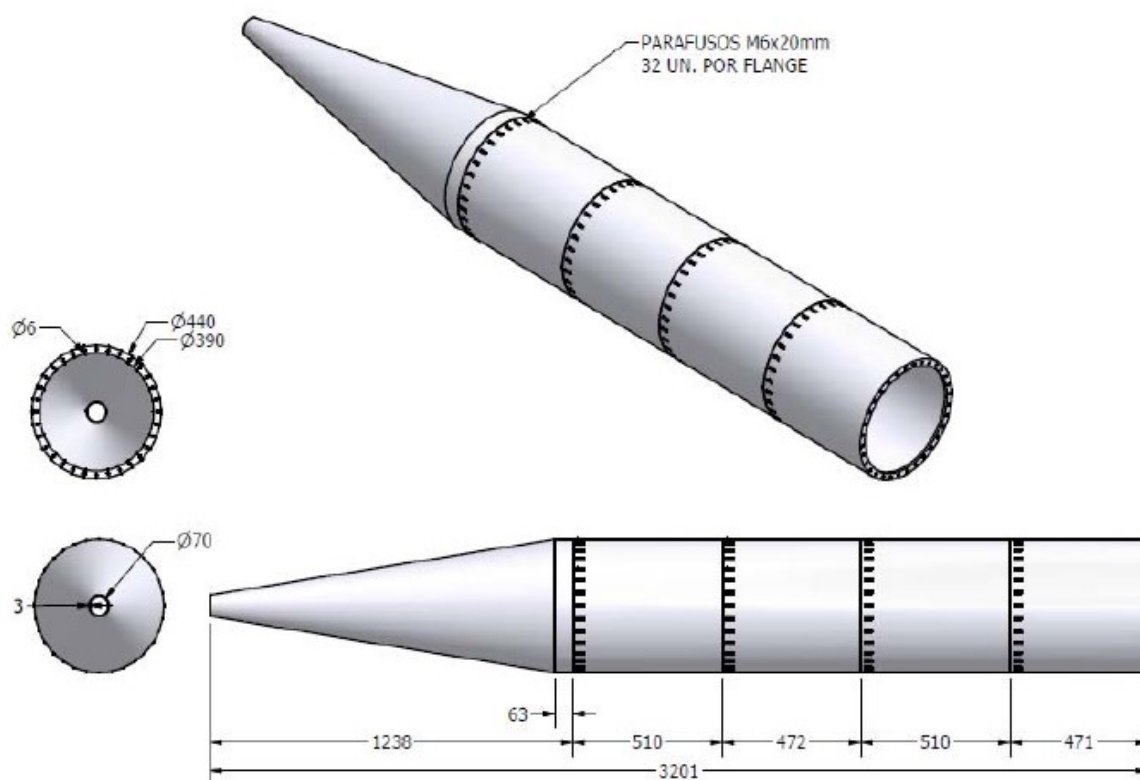


Figura 28: Geometria da carga útil do VSB-30
Fonte: Costa (2014)

Além de contribuir para a mitigação de falhas na estrutura da carga útil, a análise modal é também trabalhada para se identificar as formas modais, estabelecendo assim um correto posicionamento dos equipamentos embarcados na carga útil (COSTA, 2014).

3.2 MODELAGEM DO 3D NO CATIA V5

Como já foi mencionado anteriormente, existe uma gama muito grande de *softwares* de CAD, com aplicações possíveis para praticamente qualquer tecnologia da engenharia.

Com isso, o *software* utilizado, na maioria das vezes, deve ser escolhido baseado no custo, facilidade de uso, interface com outros *softwares* ou, em casos específicos, que possuam ferramentas específicas para um trabalho.

Além dos motivos citados em no capítulo 2.3, o CATIA V5 foi escolhido para ser utilizado nesse trabalho principalmente por ter uma excelente interface com cascas, podendo dessa forma, amenizar o peso e a complexidade da peça a ser estudada.

3.2.1 AVALIAÇÃO E PREPARAÇÃO DO MODELO

A princípio, o modelo é desenvolvido pela engenharia de projetos de maneira complexa e completa dispondo-se de todos os parafusos, roscas e detalhes. Estes itens são desnecessários para a simulação devido a pouca ou quase nenhuma interferência que eles causam nas cargas sofridas pela carga útil do VSB-30.

Como colocou Amaral (2016), para garantir o sucesso do projeto é necessário realizar uma avaliação do modelo CAD, o qual precisa ser tratado antes da importação do *software* CAE.

Isso é essencial para a próxima etapa que é a geração de malha (mesh). Essa malha deve ser o mais retilínea e uniforme possível. Então faces com ângulos agudos e zonas com muitos contornos, provavelmente gerarão malhas deformadas e, muitas vezes, esses detalhes nos modelos não interferem no funcionamento ou no estrutural da peça em estudo.

Sendo assim, a primeira coisa realizada no modelo foi a remoção dos parafusos.

Isso porque no momento da simulação existe a possibilidade de se “colar” os flanges simplesmente usando uma ferramenta do *software*, o que faz o modelo dos parafusos se tornar desnecessário (AMARAL, 2016).

Normalmente essas análises e limpezas feitas no modelo ainda em formato CAD demandam tempo, mas são importantes para que, no momento da simulação em CAE, a malha e a condição de contorno estejam claras e preparadas para o resultado final do cálculo como ilustrado na Figura 29:

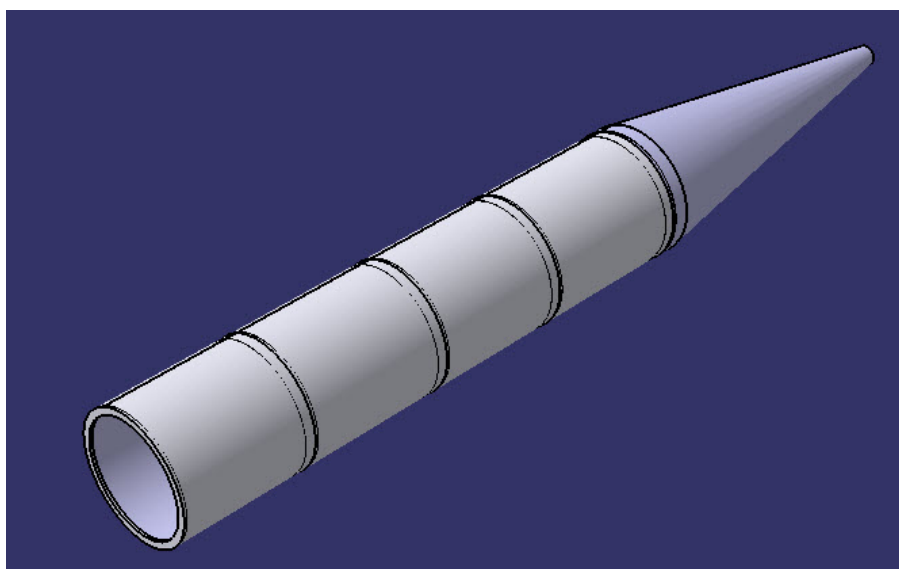


Figura 29: Carga útil completa, CATIA V5
Fonte: Autor

Mesmo após simplificação do modelo CAE, a complexidade da geometria da própria peça não contribuía para o tempo de processamento. Então, utilizou-se outra técnica: a conversão de sólido para casca.

Como citou Beim (2008), um dos motivos para se modelar em casca é o fato de que esse novo modelo exige menos tempo e custo de processamento e permite modelos bem mais simples do que aqueles sólidos.

Essa técnica possibilita representar a seção transversal e as propriedades do núcleo com muita precisão, produzindo, resultados próximos aos resultados do modelo sólido. Isso depende unicamente das propriedades inseridas em cada casca, como material e espessura.

Na Figura 30 podem-se visualizar as etapas de modelamento 3D no CATIA V5:

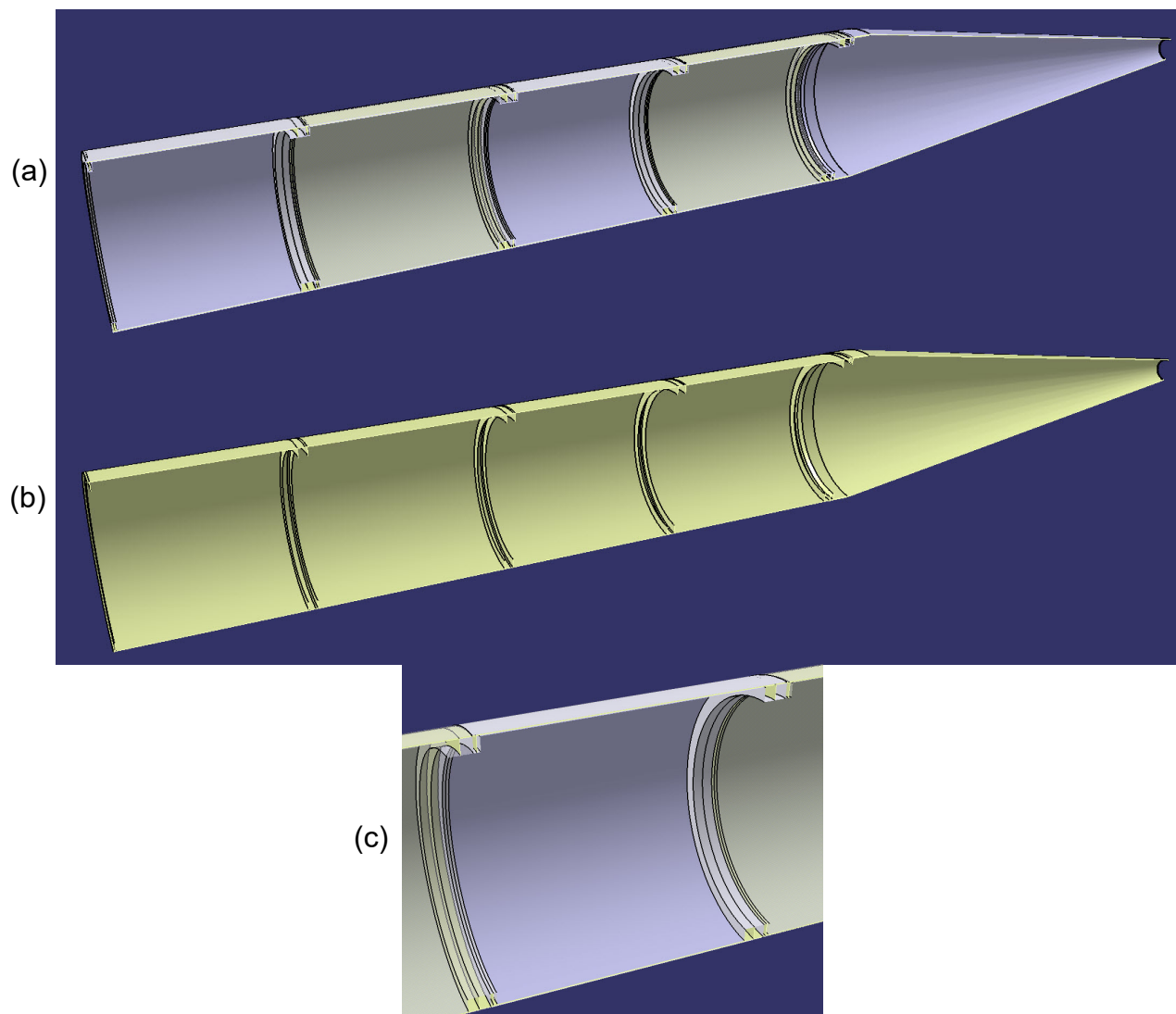


FIGURA 30: Determinação da localização da casca no modelo sólido (a); Casca criada (b); Detalhe da casca no sólido (c);

Fonte: Autor

3.3 INTRODUÇÃO AO SOFTWARE CAE

Os *softwares* CAE são usados em grande escala atualmente. Principalmente quando se trata de produtos que exigem segurança ou custo alto e precisam de uma simulação anterior para que se previnam danos materiais e humanos.

Como já foi citado nos outros capítulos anteriores, os estudos de elementos finitos foram aprimoradas com a chegada dos computadores e, assim como nos *softwares* CAD, seu grande salto foi nos anos 90 com a chegada da internet e a expansão dos PCs.

Em comum com os *softwares* CAD, os *softwares* CAE possuem vários fabricantes, alguns inclusive são os mesmos fabricantes dos *softwares* CAD ou como em alguns *softwares* CAD, as fabricantes inserem nesses mesmos softwares de modelamento, ferramentas ou extensões para análises dinâmicas ou estáticas de maneira simples, conseguindo, já no modelamento do projeto, já se fazer uma prévia da simulação.

A escolha do *software* CAE utilizado para esse estudo seguiu as mesmas diretrizes usadas para a escolha do *software* CAD: facilidade de uso, interface com outros *softwares* e ferramentas específicas para um trabalho.

Além destes motivos, o ANSYS 15.0 foi escolhido para ser utilizado nesse trabalho também pelo baixo custo, pois possui uma versão acadêmica para download no próprio site do fabricante e também a facilidade de uso, visto que tem uma simples interface com o usuário.

3.3.1 MODELAMENTO NO ANSYS 15.0

Já com as devidas análises realizadas no CATIA V5, o modelo é carregado no ANSYS 15.0.

Como já considerado por Costa (2014), o material da carga útil é o aço carbono 1020, sendo portando atribuído neste trabalho. Para isso, se insere os dados no campo *Engineering Data*, conforme ilustrado na figura 31:

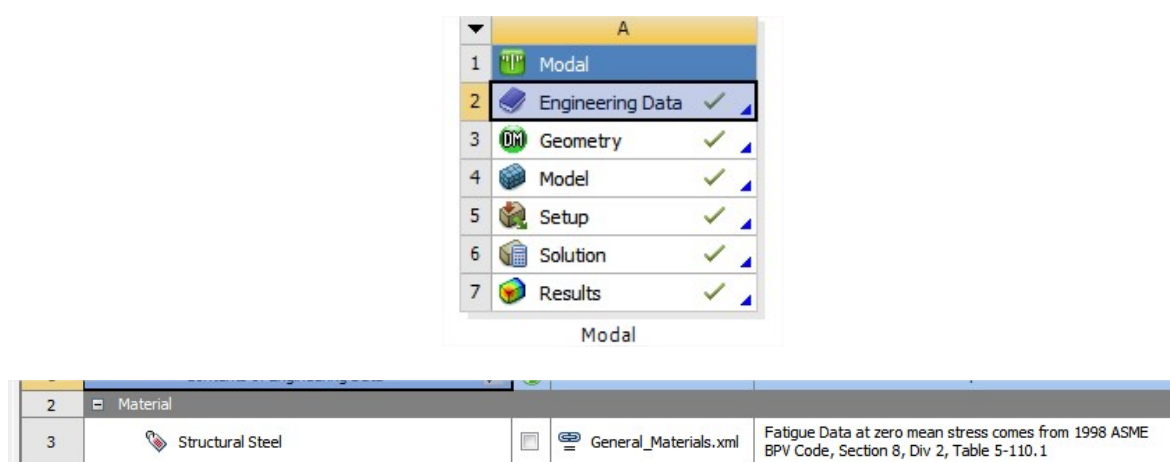


FIGURA 31: Inserindo material desejado no *Engineering Data*
Fonte: Autor

O ANSYS 15.0 também possui uma extensão para criação de modelos, no entanto, ela é muito simplória o que não ajuda nas criações de grandes projetos.

Esta extensão para criação e modelamento 3D será abordada daqui para frente como *Geometry*.

O *Geometry* foi utilizado para, mais uma vez, simplificar a carga útil usando a ferramenta *Symmetry* como se pode visualizar na Figura 32.

Como abordado por (DADKHAH e ZECHER, 2009) o comando *Symmetry* é uma ferramenta muito usada porque permite gerar um modelo mais leve, mesmo representando o modelo completo, para isto se baseando no plano de simetria da peça.

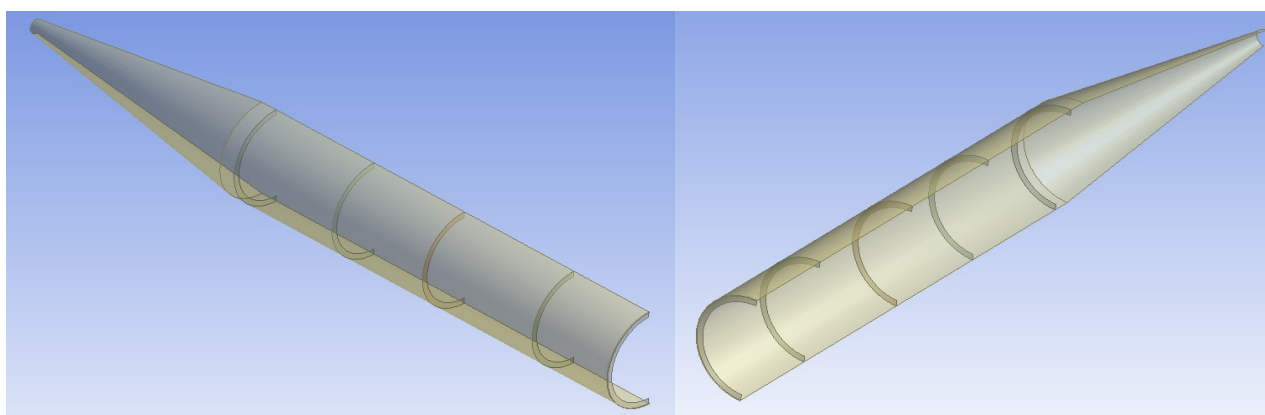


Figura 32: Carga útil com *Symmetry*
Fonte: Autor

O próximo passo foi aplicar o comando *Remote Displacement* para indicar ao *software* que a face cortada para gerar o *Symmetry* possui a outra metade da carga útil invisível devido ao *Symmetry* utilizado no *Geometry*. Esses detalhes estão demonstrados nas Figuras 33 e 34.

Como a simetria está no plano XY, o travamento deve ser o conforme indica a Tabela 1:

Tabela 1: TRAVAMENTO DAS ROTAÇÕES E TRANSLAÇÕES
Fonte: Autor

EIXO	MOBILIDADE
TRANSLAÇÃO EIXO X	LIVRE
TRANSLAÇÃO EIXO Y	LIVRE
TRANSLAÇÃO EIXO Z	TRAVADO
ROTAÇÃO EIXO X	TRAVADO
ROTAÇÃO EIXO Y	TRAVADO
ROTAÇÃO EIXO Z	LIVRE

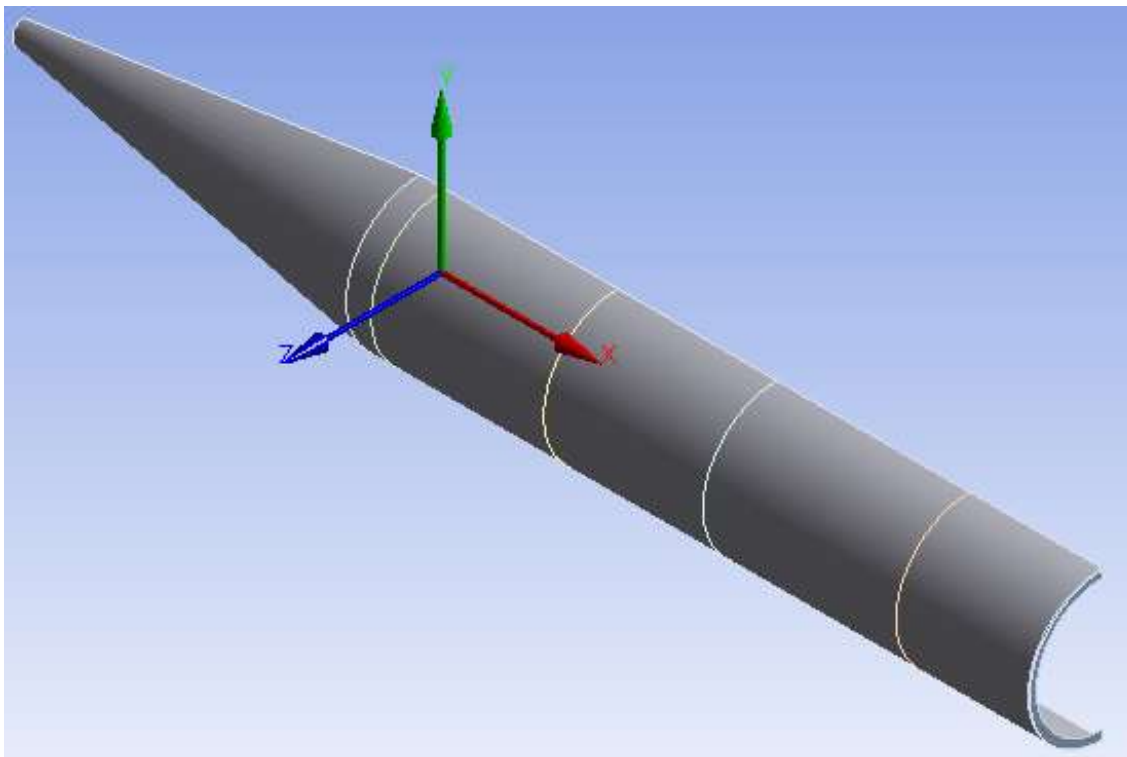


Figura 33: Carga útil com *Symmetry* em relação ao sistema de coordenadas
Fonte: Autor

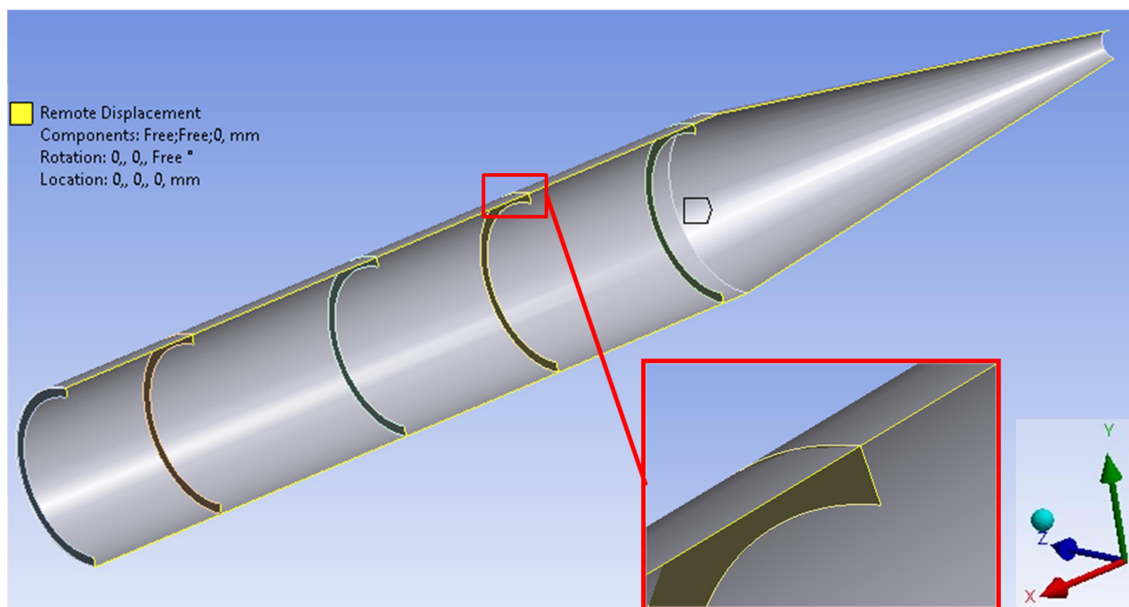


Figura 34: Detalhe dos travamentos das faces utilizando o *Remote Displacement*
Fonte: Autor

3.3.2 CONTATOS

Como citado na seção 3.2.1, a primeira mudança realizada no software CAD para simplificação do modelo foi a remoção dos parafusos. Com isso, foi necessário adicionar manualmente os contatos entre cada um dos módulos da carga útil.

Isso foi possível utilizando a ferramenta *Contact*, na opção *Bonded*, conforme demonstra a figura 35:

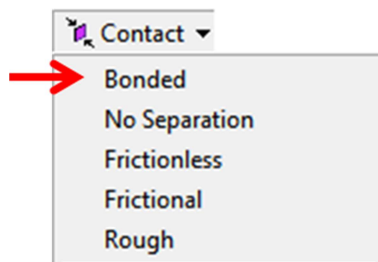


Figura 35: Ferramenta *Contact Bonded* para simular os parafusos
Fonte: Autor

Essa ferramenta possibilita “colar” as faces selecionadas, assim, instruir ao *software* que, mesmo não havendo parafusos, as faces possuem um contato fixo entre elas.

A Figura 36 indica cada *Contact Region* da carga útil:

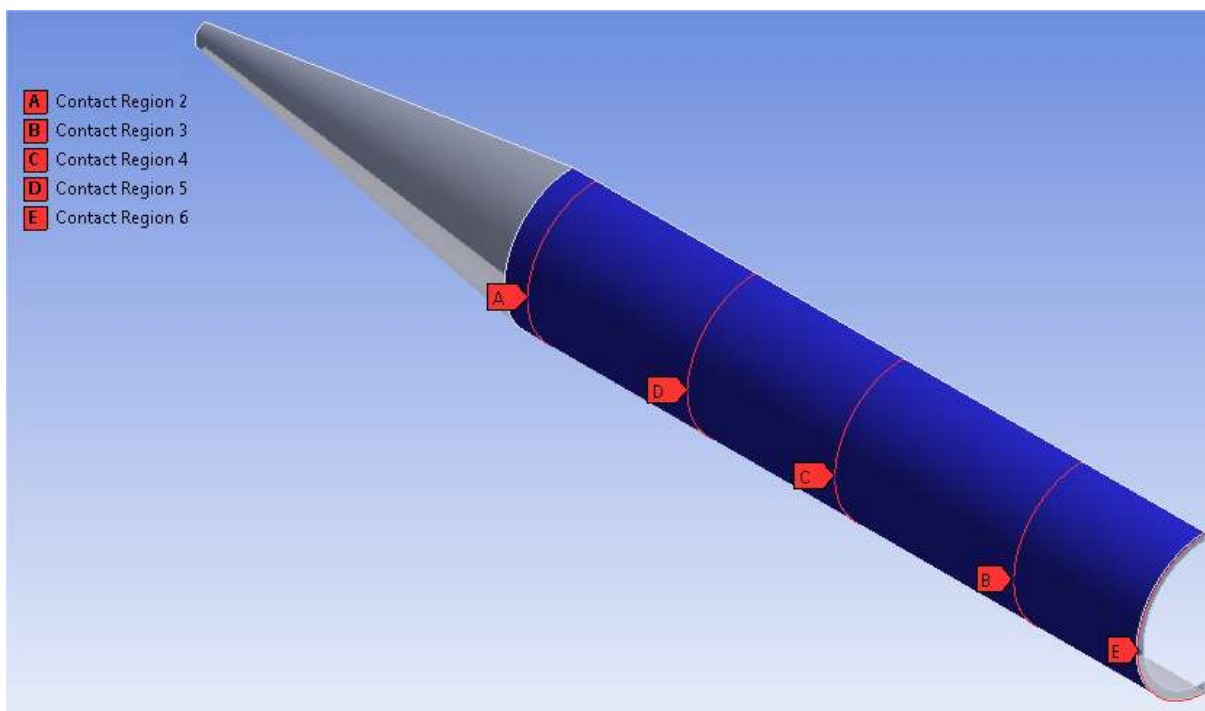


Figura 36: Detalhe de cada *Contact Region* da carga útil
Fonte: Autor

3.3.3 MALHAS

Como já citado, atualmente o próprio *software* analisa as interfaces da peça e cria, por si mesmo, as malhas da peça, podendo o usuário alterar o grau de refinamento, sendo este específico para uma região da peça ou em todo o modelo estudado. Vale ressaltar que neste trabalho não foi necessário refinamento manual visto que a malha criada pelo software já foi suficiente para se obter um bom resultado.

Podemos ver na Tabela 2, as estatísticas do *mesh*, como são chamadas as malhas, tanto no modelo simplificado, como também no modelo completo, bem como o tempo despendido em cada análise:

Tabela 2: Estatísticas do *mesh*; modelo simplificado e modelo completo
Fonte: Autor

	MODELO SIMPLIFICADO	MODELO COMPLETO
NÓS	81106	2703601
ELEMENTOS	79773	1423838
TEMPO DESPENDIDO	3 minutos	10 minutos

Esses valores são encontrados baseados em um computador com 8 GB de memória RAM e processador de 2.20 GHz.

Um dado interessante é a linearidade que se encontra nos elementos do modelo simplificado. Por não ter uma geometria complexa, seus elementos são melhores distribuídos em toda a extensão da carga útil, como demonstra a Figura 37:

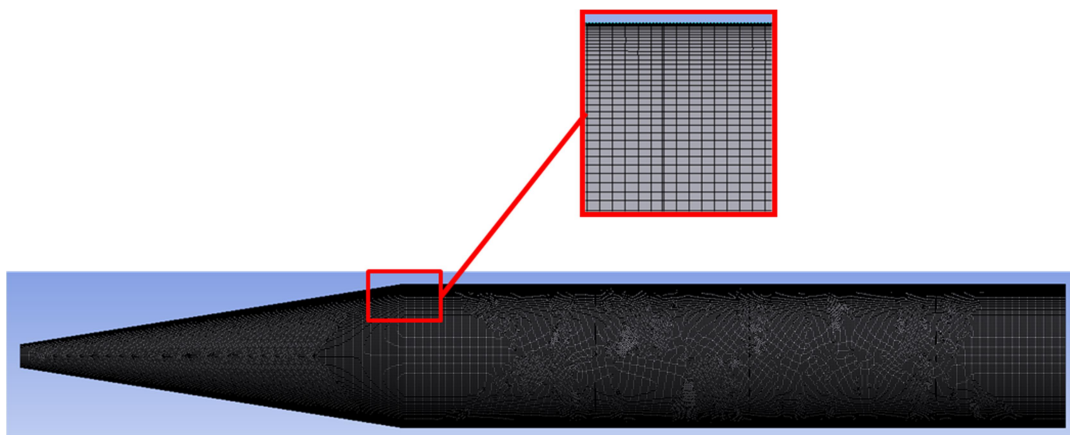


Figura 37: Detalhe dos elementos criados na carga útil; Modelo simplificado
Fonte: Autor

Diferente da geometria simplificada, a geometria complexa apresenta elementos distribuídos de uma maneira descontinuada. Isso se deve à grande quantidade de detalhes a serem preenchidos por elementos, como ilustra a Figura 38:

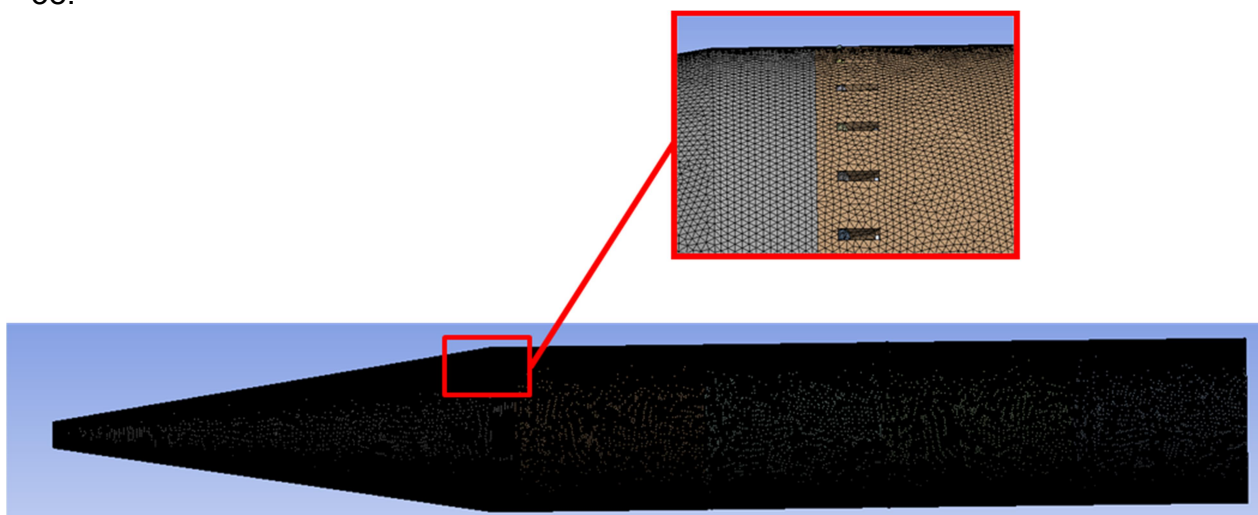


Figura 38: Detalhe dos elementos criados na carga útil; Modelo completo
Fonte: Autor

3.3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Este trabalho foi elaborado baseado em duas circunstâncias de trabalho da carga útil: livre-livre e engastada porque reproduzem o voo livre (condição livre-livre), e acoplada no VSB-30 (condição engastada) (COSTA, 2014).

Apesar de possuírem os apoios diferentes, antes de se colocar os respectivos suportes, ambas as situações devem ter suas cascas e simetrias com valores de espessura e material atribuídos.

Em um breve detalhamento da carga útil podemos dimensionar as espessuras como ilustrado na Figura 39:

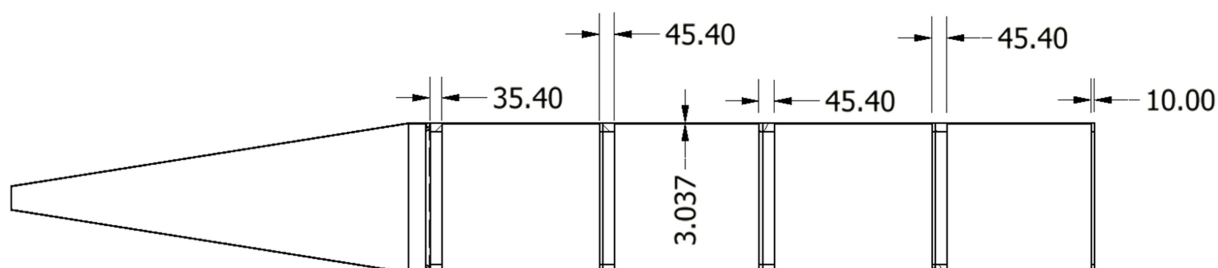


Figura 39: Dimensões das espessuras da carga útil
Fonte: Autor

3.3.4.1 LIVRE-LIVRE

Na situação livre-livre, o cálculo simula a carga útil em um voo sem o veículo lançador VSB-30, por isso não foi inserido nenhum engastamento e foram usadas apenas as condições de contorno citadas no item anterior.

Então, com todos esses dados já imputados no modelo, foi aplicada a análise modal com 32 modos de vibração natural. Essa quantidade de modos foi encontrada até que os valores das frequências dos modos fossem próximos aos encontrados por Costa (2014).

3.3.4.2 ENGASTADA

Na condição de engastamento, a carga útil foi apoiada na base simulando o voo ainda com o veículo lançador VSB-30 como se pode visualizar na Figura 40:

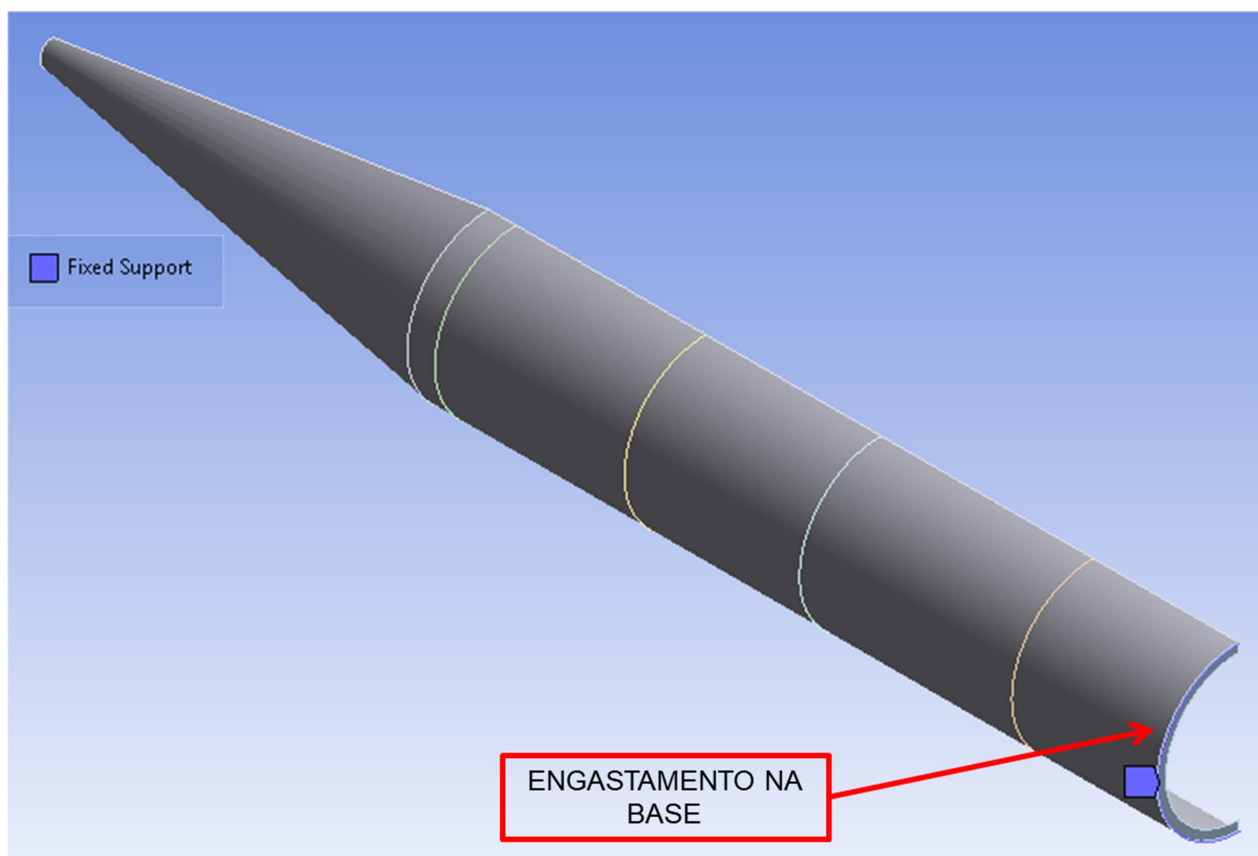


Figura 40: Carga útil engastada na base
Fonte: Autor

Seguindo o mesmo raciocínio da condição livre-livre, após os parâmetros terem sido aplicados ao modelo, foi gerada uma análise modal com 32 modos de vibração natural, para que, também, os valores encontrados nessa análise sejam próximos aos encontrados por Costa (2014).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nos capítulos anteriores foram apresentadas as teorias que determinaram este trabalho, tanto no que diz respeito à análise modal, como também no que diz respeito ao método de elementos finitos.

4.1 LIVRE-LIVRE

Na condição livre-livre, em que se simula a condição real da carga útil durante a missão de voo, foram obtidos os seguintes valores como informa a Tabela 3:

Tabela 3: Frequências na condição livre-livre
Fonte: Autor

continua

Modos	Frequência (Hz)
1	0,00
2	0,00
3	15,94
4	200,73
5	245,43
6	273,23
7	297,02
8	318,14
9	386,42
10	430,89
11	472,39
12	489,77
13	503,64
14	508,76
15	526,26
16	537,49
17	569,55
18	585,08
19	595,79
20	602,21
21	602,99

continuação

Modos	Frequência (Hz)
22	615,32
23	621,80
24	625,60
25	638,37
26	652,54
27	660,89
28	704,67
29	709,14
30	714,95
31	718,01
32	737,16

Os valores da Tabela 4 foram os resultados encontrados por Costa (2014) em seu trabalho:

Tabela 4: Frequências na condição livre-livre encontradas no teste experimental
Fonte: Costa (2014)

Modos	Frequência (Hz)
1	208,7
2	239,4
3	321,7
4	427,4
5	728,3

A Figura 41 compara os valores encontrados na simulação computacional e no teste físico por Costa (2014):

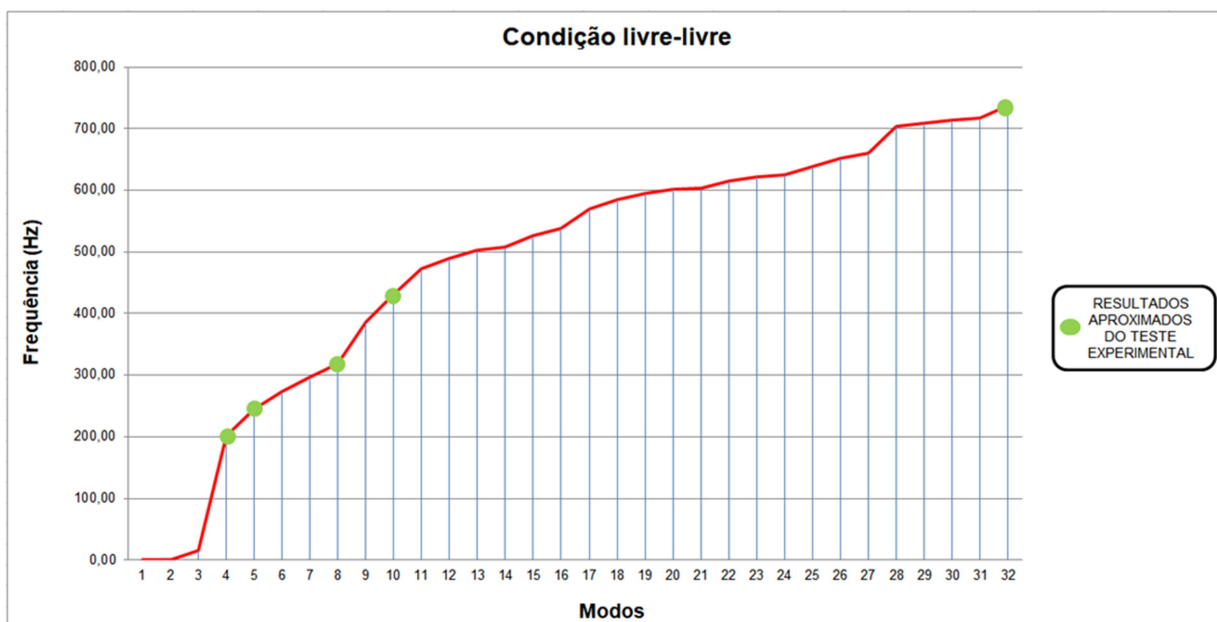


Figura 41: Gráfico das frequências na condição livre-livre
Fonte: Autor

Na condição livre-livre, os modos de flexão 4, 5, 8, 10 e 32 da simulação computacional se aproximaram dos resultados encontrados no teste físico de Costa (2014), conforme ilustrado nas Figuras 42, 43, 44, 45 e 46:

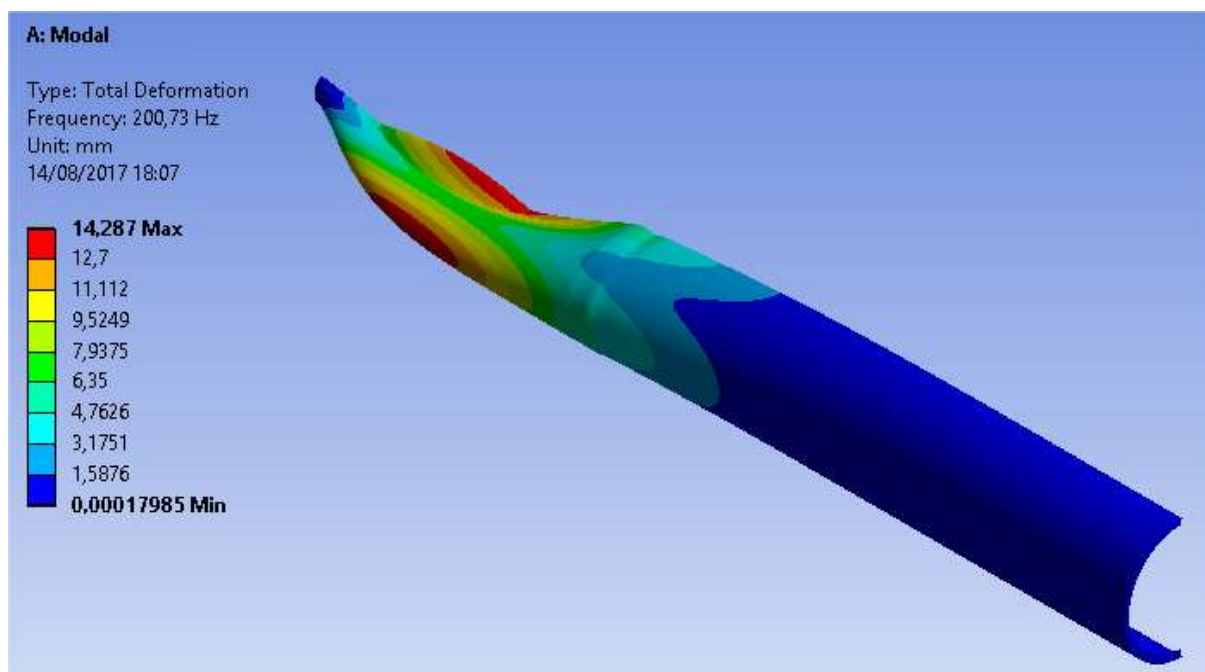


Figura 42: Modo de flexão 4
Fonte: Autor

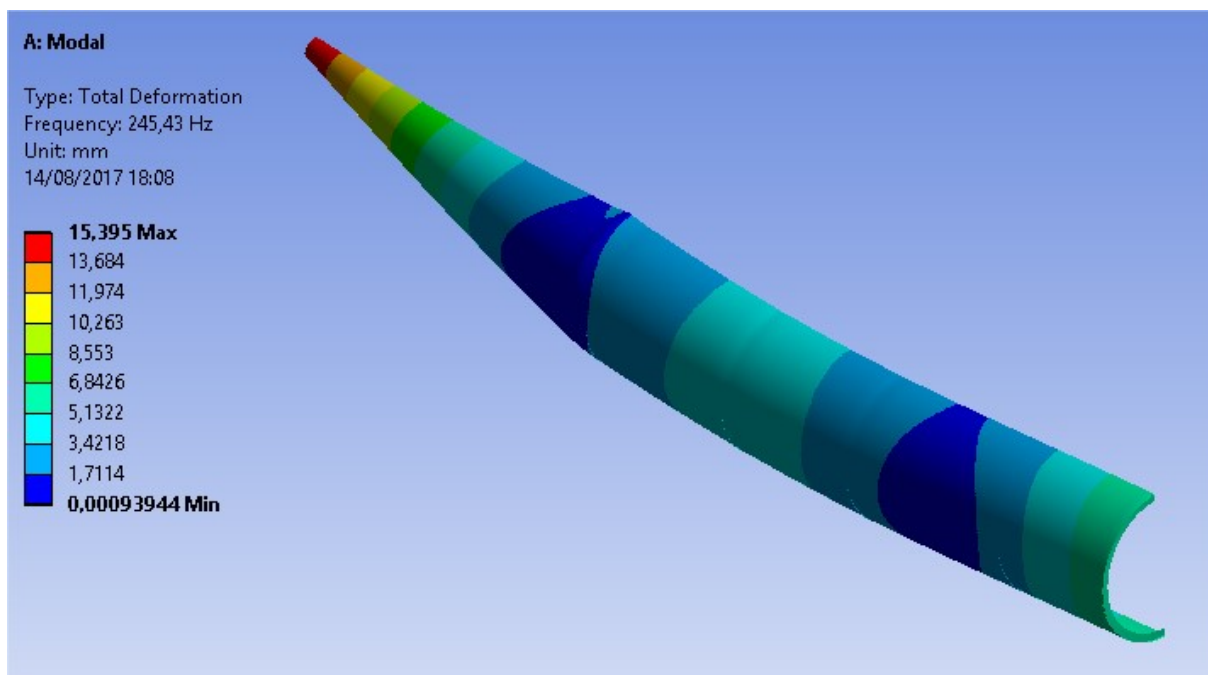


Figura 43: Modo de flexão 5
Fonte: Autor

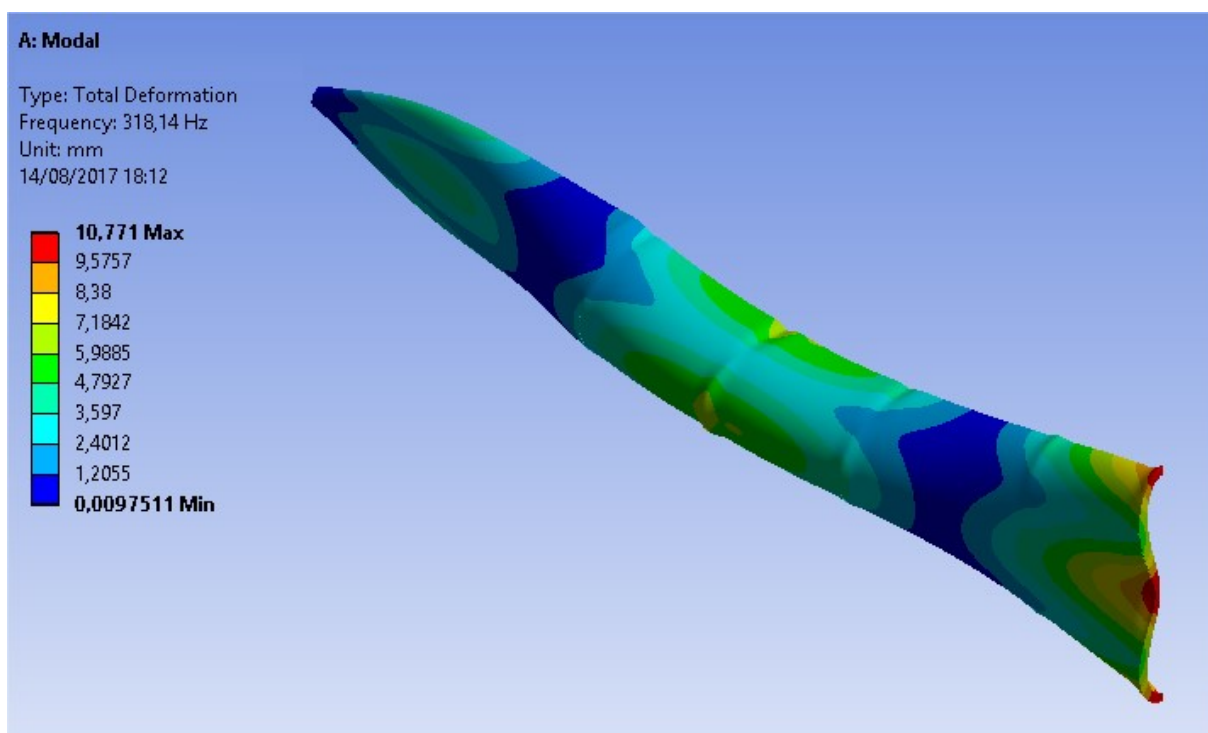


Figura 44: Modo de flexão 8
Fonte: Autor

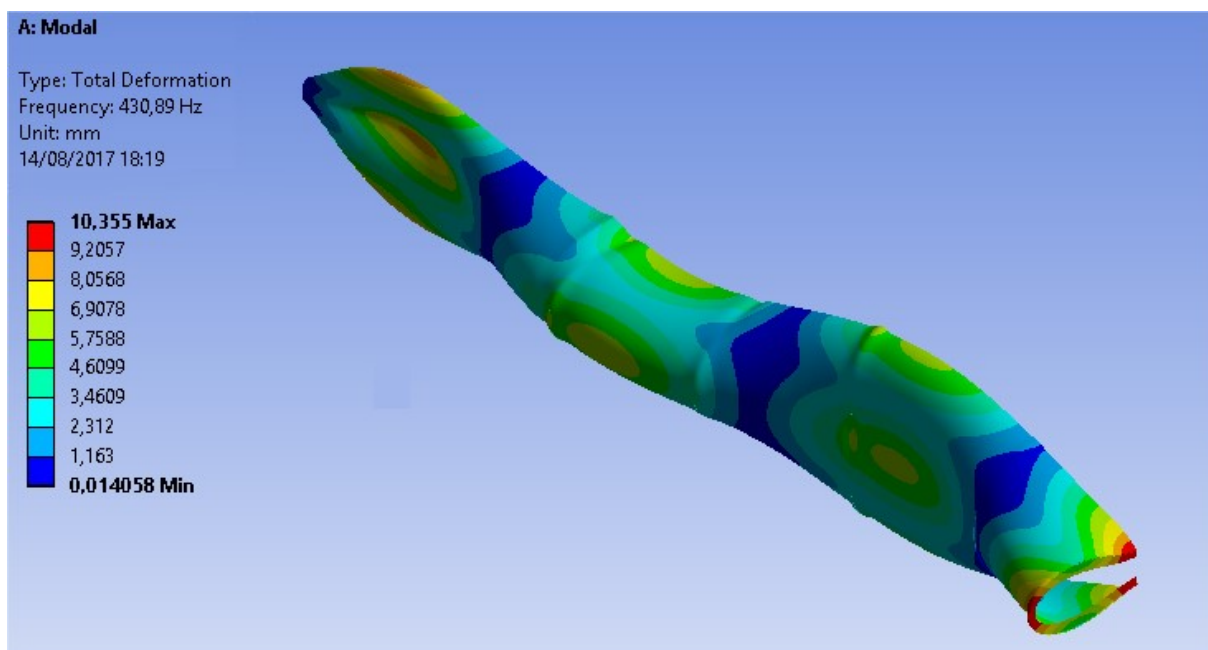


Figura 45: Modo de flexão 10
Fonte: Autor

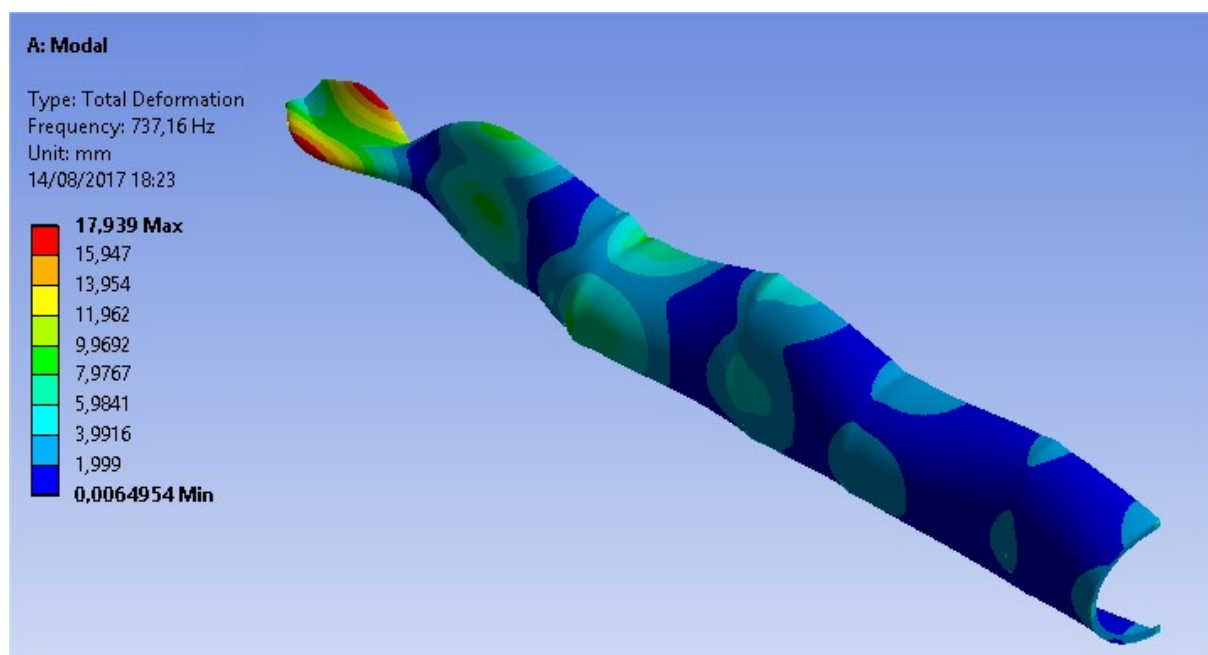


Figura 46: Modo de flexão 32
Fonte: Autor

Além desses modos que coincidiram com o teste experimental, outros modos também foram encontrados, como se pode exemplificar na Figura 47:

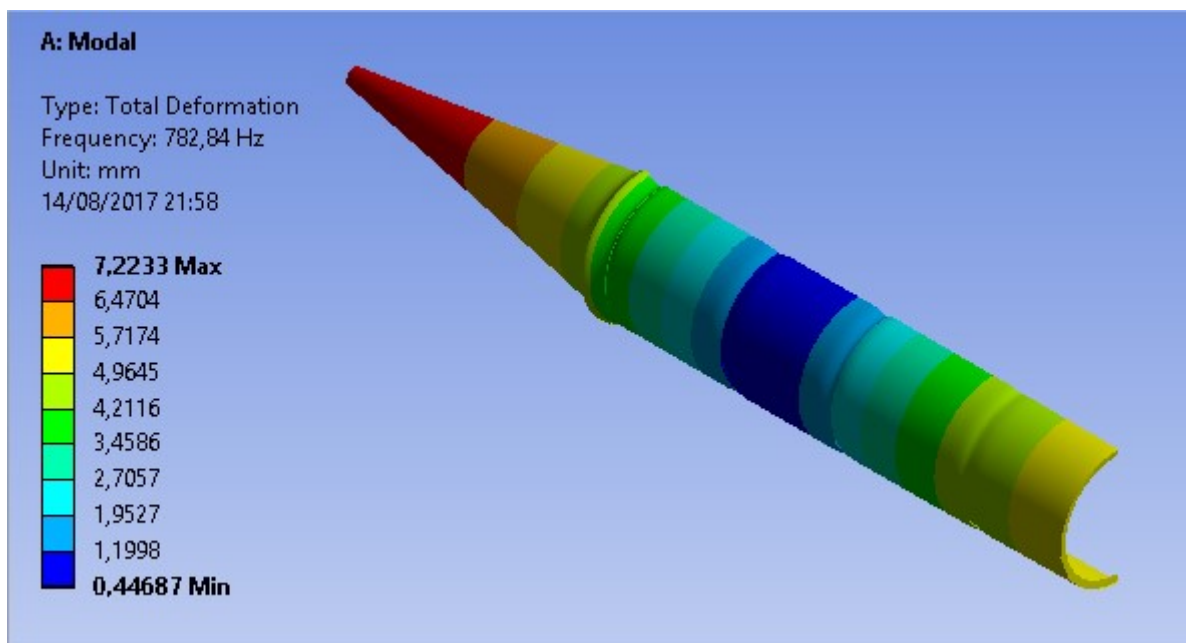


Figura 47: Modo de compressão 37
Fonte: Autor

Analisando cada valor, podemos encontrar a porcentagem de erro entre a simulação computacional e o teste físico, conforme mostra a Tabela 5:

Tabela 5: Porcentagem de erro entre valores encontrado na simulação computacional e teste físico de Costa (2014)

Fonte: Autor

Modos	Frequência (Hz)		% Erro
	Simulação	Teste Físico	
1	200,73	208,7	3,97%
2	245,43	239,4	2,46%
3	318,14	321,7	1,12%
4	430,89	427,4	0,81%
5	737,16	728,3	1,20%

Para efeito de comparação, foi realizada em paralelo uma análise com o modelo completo. Os valores encontrados são mostrados na Tabela 6 junto com os valores encontrados na análise com o modelo simplificado:

Tabela 6: Porcentagem de erro entre valores encontrados na análise com modelo simplificado e modelo completo

Modos	Frequência (Hz)		% Erro
	Simplificado	Completo	
1	200,73	215,06	6,66%
2	245,43	264,86	7,34%
3	318,14	311,09	2,27%
4	430,89	440,33	2,14%
5	737,16	728,56	1,18%

4.2 ENGASTADA

Na condição engastada, em que se simula a condição real da carga útil durante o lançamento pelo veículo lançador VSB-30, foram obtidos os seguintes valores conforme informado na Tabela 7:

Tabela 7: Frequências na condição engastada
Fonte: Autor

continua

Modos	Frequência (Hz)
1	48,6
2	213,42
3	217,18
4	290,43
5	322,84
6	369,1
7	387,22
8	434,33
9	451,03
10	474,72
11	482,19
12	490,84
13	532,78
14	545,38
15	571,88
16	585,99
17	586,78
18	596,45
19	603,28

continuação

Modos	Frequência (Hz)
20	612,37
21	629,47
22	640,76
23	644,63
24	661,47
25	707,92
26	709,43
27	709,95
28	716,73
29	730,22
30	752,13
31	775,29
32	777,80

Os valores da tabela 8 foram os resultados encontrados por Costa (2014) em seu trabalho:

Tabela 8: Frequências na condição livre-livre encontradas no teste experimental
Fonte: Costa (2014)

Modos	Frequência (Hz)
1	195,2
2	310,4
3	394,8
4	437,0
5	767,8

A Figura 48 ilustra a comparação dos valores encontrados na simulação computacional e no teste físico por Costa (2014):

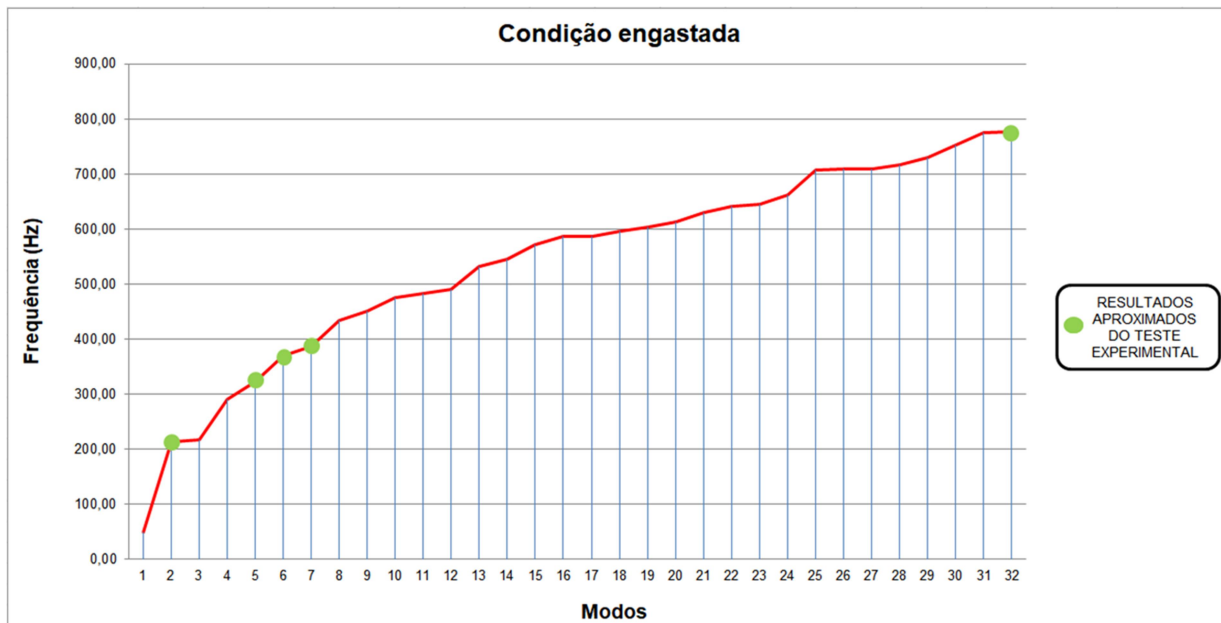


Figura 48: Gráfico das frequências na condição engastada
Fonte: Autor

Na condição engastada, os modos de flexão 2, 5, 6, 7 e 32 da simulação computacional se aproximaram dos resultados encontrados no teste físico de Costa (2014), conforme ilustrado nas Figuras 49, 50, 51, 52 e 53:

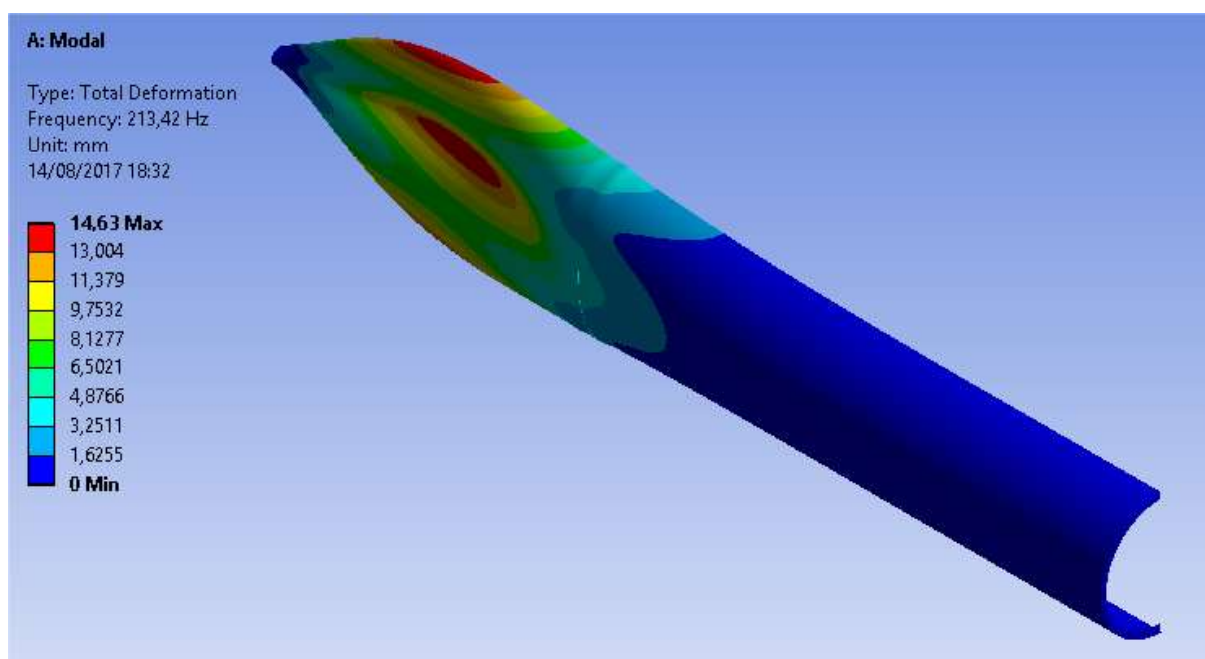


Figura 49: Modo de flexão 2
Fonte: Autor

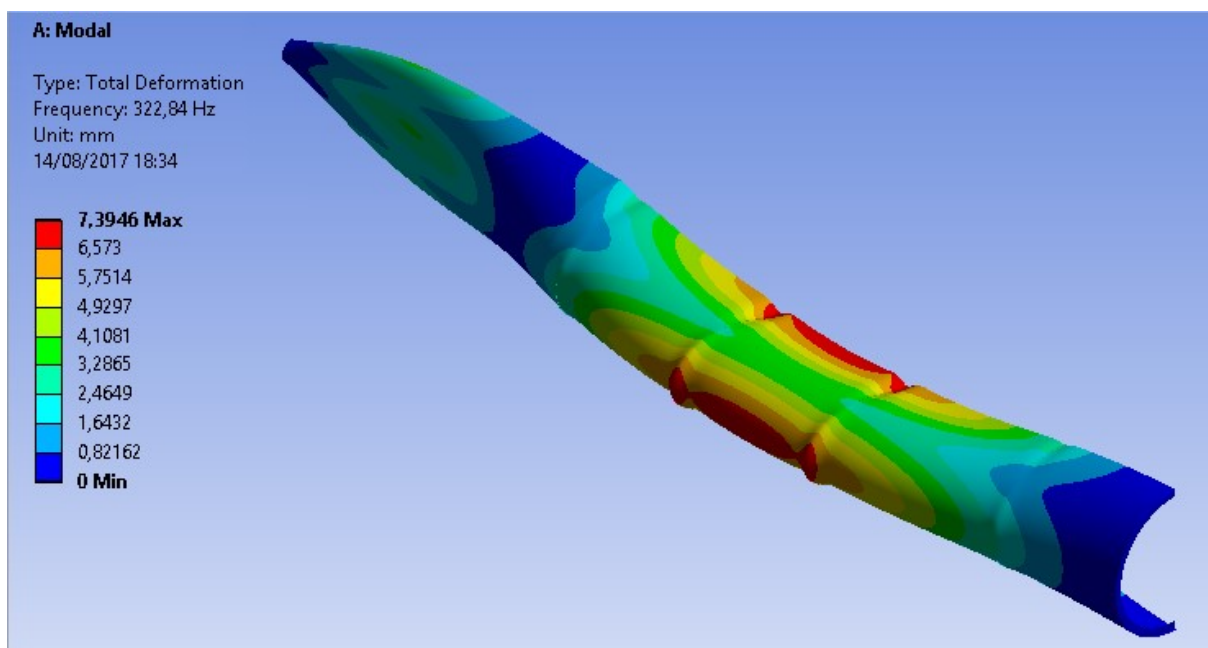


Figura 50: Modo de flexão 5
Fonte: Autor

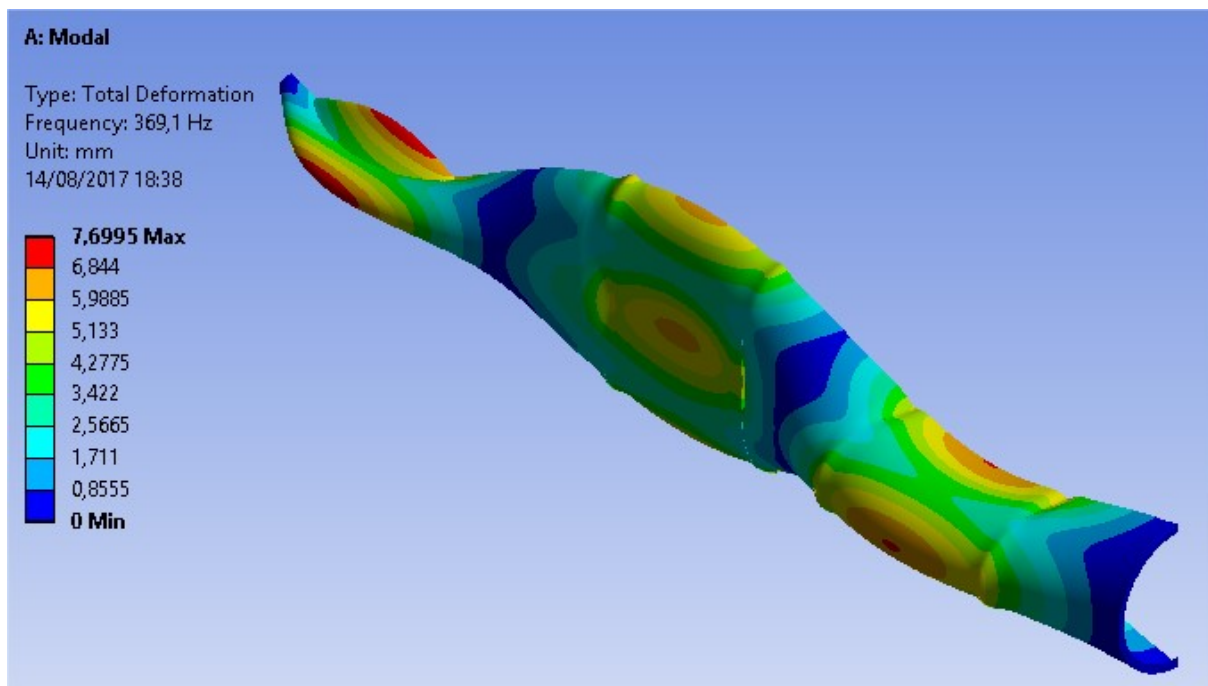


Figura 51: Modo de flexão 6
Fonte: Autor

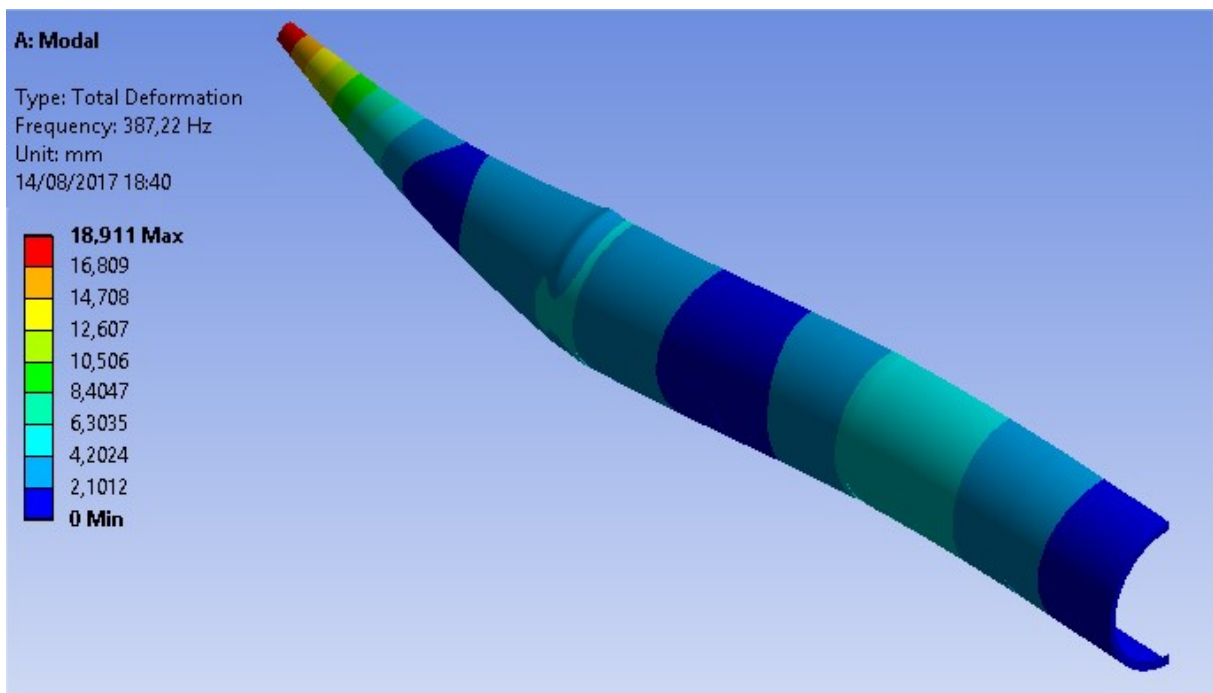


Figura 52: Modo de flexão 7
Fonte: Autor

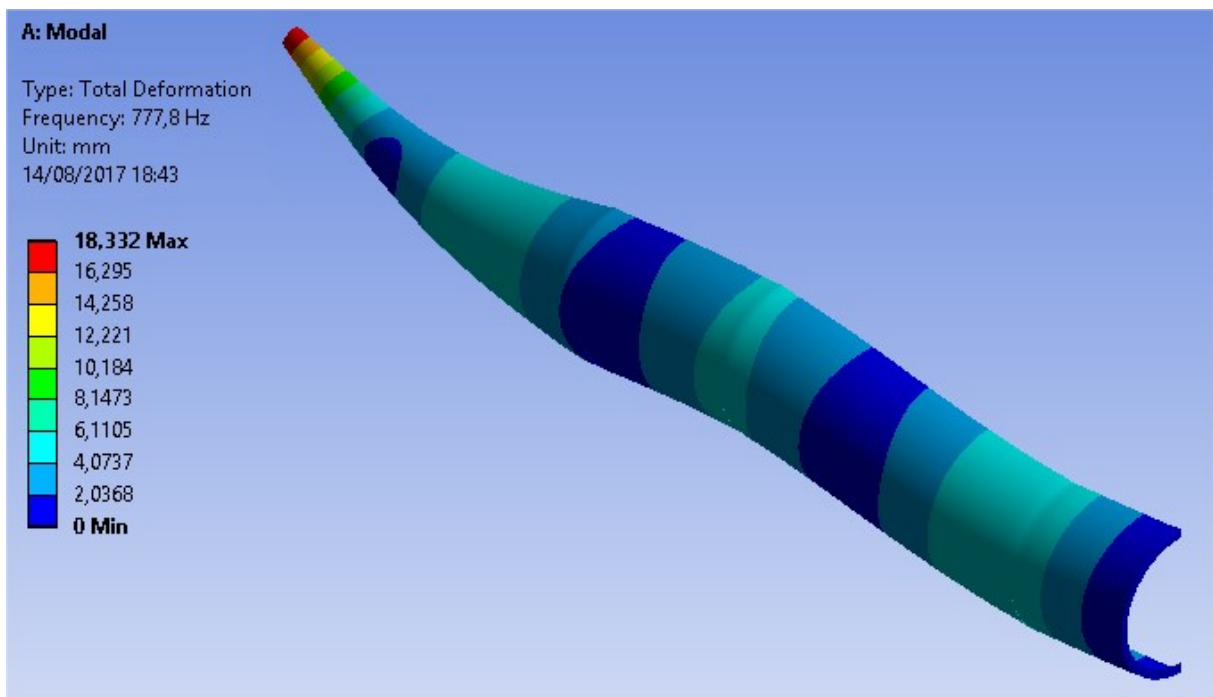


Figura 53: Modo de flexão 32
Fonte: Autor

Além desses modos que coincidiram com o teste experimental, outros modos também foram encontrados, como se pode exemplificar na Figura 54:

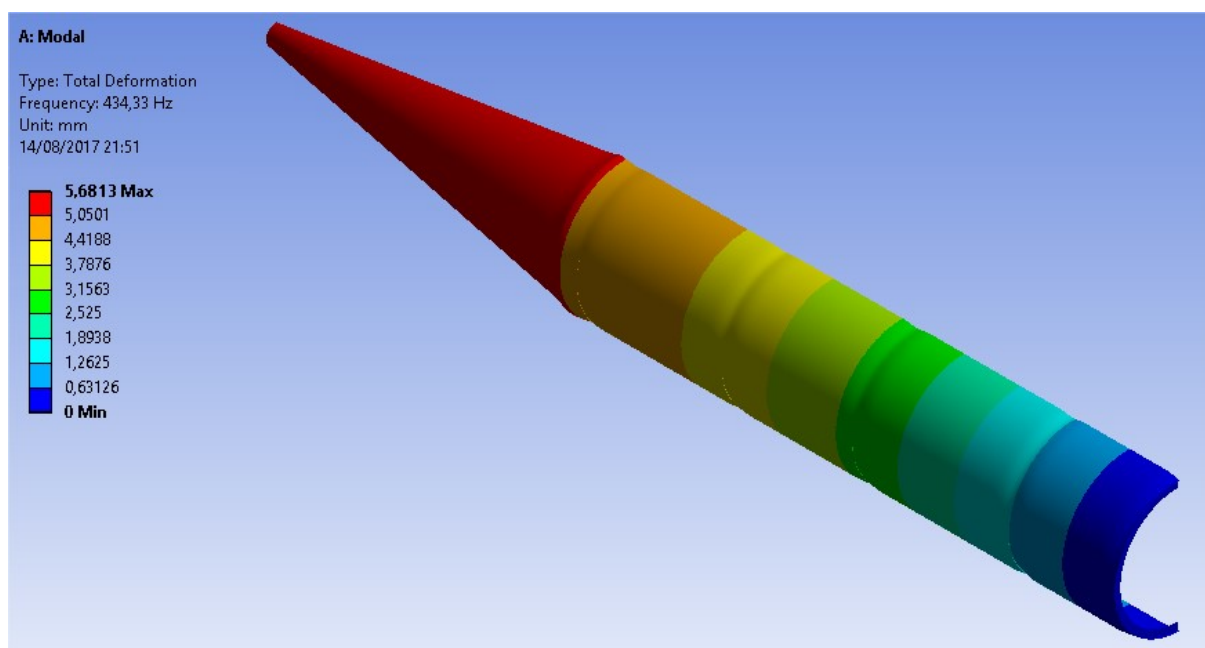


Figura 54: Modo de compressão 8
Fonte: Autor

Analisando cada valor, podemos encontrar a porcentagem de erro entre a simulação computacional e o teste físico como mostra a Tabela 9:

Tabela 9: Porcentagem de erro entre valores encontrado na simulação computacional e teste físico de Costa (2014)

Fonte: Autor

Modos	Frequência (Hz)		% Erro
	Frequência (Hz)	Teste Físico	
1	213,42	195,0	9,33%
2	322,84	310,4	4,01%
3	369,10	394,8	6,51%
4	387,22	437,0	11,39%
5	777,80	767,8	1,30%

Para efeito de comparação, foi realizada em paralelo uma análise com o modelo completo. Os valores encontrados são mostrados na Tabela 10 junto com os valores encontrados na análise com o modelo simplificado:

Tabela 10: Porcentagem de erro entre valores encontrados na análise com modelo simplificado e modelo completo

Modos	Frequência (Hz)		% Erro
	Simplificado	Completo	
1	195,2	191,09	2,15%
2	310,4	311,15	0,24%
3	394,8	401,10	1,57%
4	437	422,00	3,55%
5	767,8	769,00	0,16%

5 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foram apresentados os resultados dos estudos de análise modal na carga útil do veículo lançador VSB-30, realizado por meio do método dos elementos finitos no *software* Ansys 15.0 e modelamento e simplificação do arquivo 3D em Catia V5.

Para a realização do tal, foi exigido o aprofundamento teórico conforme capítulo 2 deste trabalho.

Desta forma, conclui-se que a simulação computacional é de suma importância no projeto devido às previsões que é capaz de fazer, tanto no sentido de prevenir um possível acidente como também impedir que falhas aconteçam, desde a fabricação até o funcionamento do sistema estudado.

Um dado interessante foi a proximidade dos valores encontrados no teste experimental e na simulação computacional, cujos erros variaram de 1 a 11 %.

Outro ponto importante foi a proximidade dos valores encontrados em um modelo simplificado e em um modelo completo que variaram de 0% a 7%. Isso garante que mesmo o modelo estando sem suas características iniciais, os resultados são praticamente os mesmos, validando assim, o método de simplificação do modelo estudado.

Também é preciso ser esclarecido o fato de que no *software* foram encontrados muito mais modos de vibrar do que no físico. Isso se deve à circunstância de que em qualquer teste físico é impossível sem totalmente preciso, seja na instalação dos instrumentos de medição como até mesmo condições do meio em que está sendo realizado o teste como: condições atmosféricas, piso, tolerâncias de fabricação do equipamento, etc.

Esses parâmetros não existem no mundo virtual e perfeito da simulação computacional, visto que a máquina simula em mundo ideal sem agravantes ou elementos que podem desestabilizar o equipamento.

Um dos possíveis trabalhos futuros que Costa (2014) sugeriu foi a verificação da influência dos erros devido às quantidades e posicionamentos dos sensores instalados na carga útil. Este trabalho atual possibilita afirmar, de acordo com os resultados, que a quantidade e o posicionamento são extremamente determinantes para encontrar os modos de vibrar nos planos de simetria da carga

útil, pois dependendo da localização dos sensores eles podem ou não captar as vibrações de um determinado plano de simetria e de outro plano não.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

No sentido de agregar mais informações nesse tipo de estudo, sugere-se que seja realizada uma simulação das cargas de tensão, compressão e cisalhamento na carga útil.

Outro trabalho relevante seria fazer análise modal de todo o sistema VSB-30, trazendo assim, informações para o sistema com um todo.

REFERÊNCIAS

AMADOR, S. D. R. A.; DE SOUZA, R. M., RODRIGUES, J. F., TEIXEIRA, M. R., **Análise Dinâmica Computacional e Experimental da Ponte Metálica de Acesso ao Terminal de Granéis Líquidos do Porto de Vila do Conde, PA.** XXV CILAMCE, Recife, Pernambuco, Brasil, 2004.

AMARAL, L. **Preparação de modelos para geração de malhas**, Geometria & Malha, Tecnologia de Simulação. Disponível em <http://www.esss.com.br/blog/2016/05/preparacao-de-modelos-para-geracao-de-malhas/>>. Acesso em 21/05/2017, 13:10:00.

ARAUJO, D. L.; CARMO, L. C.; NUNES, F. G. T. and TOLEDO FILHO, R. D. **Modelagem computacional de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço submetidas a cisalhamento.** Rev. IBRACON Estrut. Mater. 2010, vol.3, n.1 pp.68-94

AZEVEDO, D. F. O., **Análise estrutural com Ansys Workbench: Static Structural**, 2016, 180 p., Curso de Engenharia auxiliada por computador, Universidade de Mogi das Cruzes, 2016

BATHE, K. J., **Finite Element Procedures in Engineering Analysis.** Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.

BEIM, K. F. **Estudo comparativo das tensões cisalhantes na interface entre camadas de um compósito polimérico de fibra de carbono pelos métodos numérico e experimental**, 2008, 92 p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear) - Universidade de São Paulo, 2008

BÉZIER, P. (1993) – **Curvas e Superfícies em CAD/CAE/CAM.** Aleph. São Paulo.

BITTENCOURT, M. L. **Análise Computacional de Estruturas**, Editora UNICAMP, 2010, 294 p.

CAMARGO, E. A.; JACOBSON, N.; STRAFACCI, D. **Operational modal analysis on a modified helicopter.** IN: Conference Proceeding of the Society for Experimental Mechanics Series, v. a, p. 265-273, 2011.

CAMPOS, M. D. **O Método de Elementos Finitos aplicado à Simulação Numérica de Escoamentos de Fluidos**, III Bienal da SBM - IME/UFG – 2006.

CAMPELLO, T. N.; SILVA, I. N. L. da and SIMOES, M. S.. **Prótese para substituição total de disco intervertebral: desenvolvimento de modelo computacional e análise por elementos finitos.** Coluna/Columna. 2009, vol.8, n.1, pp.38-42.

CAUGHEY, T.H. and O'KELLY, M.E.J.: **Classical modes in damped linear systems.** *Journal of Applied Mechanics*, ASME 32, pages 583-588, 1965.

COOK, R. D. **Concepts and applications of finite elements analysis**, New York: John Wiley & Sons Inc, 1988, 650 p.

COSTA, N. C. **Estudo dos modos de vibração de estruturas aeroespaciais utilizando a técnica de análise modal operacional**, 2014, 199 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

DADKHAH, F; ZECHER, P. E. J. **ANSYS Workbench Software Tutorial with Multimedia CD**, Schroff Development Corporation, 2009, 222 p.

DEN HARTOG J. P. **Mechanical Vibrations**, McGraw-Hill Book Company, Inc, 1972, 476 p.

EWINS, D.J. **Modal testing: theory and practice**. 2ed. Baldock, Hertfordshire, England, 2000, 562 p

FISH, J; BELYTSCHKO, T. **A first course in finite elements**, John Wiley & Sons, Inc, 2007, 241 p.

GARCIA, R. F.; QUEIROZ, D. M. de and DIAS, G. P. **Análise de tensões na face de corte de uma colhedora de forragem**. Rev. bras. eng. agríc. ambient.. 1998, vol.2, n.2, pp.219-223.

HALLYDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K.S. **FÍSICA 1**, LTC, 1996, 339 p.

HALLYDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K.S. **FÍSICA 2**, LTC, 2004, 384 p.

HENRIQUE, M. **CATIA V5: conheça o software e sua história** Disponível em <http://cad.cursosguru.com.br/cad/catia-v5-conheca-o-software-e-sua-historia/> acesso em 10/08/2017 as 19:30:00.

HOLANDA, R. V.; DUARTE, M. A. V.; PENA, J. L. O.; OLIVEIRA, E. L. **Um Estudo Sobre a Utilização de Análise Modal Operacional com Excitação Transiente**, VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil

KELLY S.G. **Fundamentals of mechanical vibrations**, Mc Graw-Hill, Singapore, 2000, cap.6.

LAUNIUS, R. D.; JENKINS, D. R. **TO REACH THE HIGH FRONTIER A History of U.S. Launch Vehicles**, The University Press of Kentucky, 2002, 525 p.

LISBOA, F. A.; SANTOS, R. C, **Ferramenta computacional para análise de estabilidade a pequenos sinais de sistemas elétricos de potência**, 2010, 83 p. Dissertação (Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade de Brasília, Brasília.

MAIA, N. M. M; SILVA, J. M. M.; HE, J.; LIEVEN, N. A. J. **Theoretical and experimental modal analysis**, Taunton Research Studies Press Ltd, 1997, 468 p.

MARZO, G. R, **Aplicação do método dos elementos finitos na análise de tensões induzidas em cabos umbilicais**, 2010, 107 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo

MARTHA, L. F. CIV 2118 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, PUC-RIO, 1994, 16 P.

MOBLEY R. K. **Root cause failure analysis**, Butterworth–Heinemann, 1999, 302 p

NUNES, A. **Análise Modal Teórica e Experimental Acústica de Cavidades com Absorção Sonora**, 2001, 125 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de Campinas, 2001

PAVANELLO, R. **Introdução Ao Método Dos Elementos Finitos**, 1997, 183 p. Notas de aula – Curso de Elementos Finitos – Universidade de Campinas, 1997

SANCHES, C. A. A, Estudo de impacto usando elementos finitos e análise não linear. 2001, 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de São Carlos, 2001

SILVA, C. W. **VIBRATION: Fundamentals and Practice**, CRC PRESS, 1999, 938 p.

SILVA, L. H. B. F. M.; WATANABE, F. Y. **Análise teórica e simulação computacional de absorvedores dinâmicos de vibração**, XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica -13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP

SOUZA A. F.; COELHO, R. T. **Tecnologia CAD/CAM - Definições e estado da arte visando auxiliar sua implantação em um ambiente fabril**, XXIII Encontro Nac. de Eng. de Produção - Ouro Preto, 2003

STERNICK, M. B.; DALLACOSTA, D.; BENTO, D. A. and REIS, M. L.. **Relação entre rigidez de fixador externo e quantidade de pinos: análise computacional por elementos finitos**. Rev. bras. ortop. 2012, vol.47, n.5, pp.646-650.

VIEIRA, J. M. N. **Matlab num Instante**, Departamento de Eletronica e Telecomunicações da Universidade de Aveiro, 2004, 29 p.