

**UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ**

**Leilane Aparecida da Silva  
Taiana Michel Carvalho Cortés**

**INFLUÊNCIA DA LOCALIZAÇÃO E TIPO DE  
EMPENAGEM HORIZONTAL NA ESTABILIDADE  
DINÂMICA LONGITUDINAL EM AERONAVES  
CARGUEIRAS**

**Taubaté - SP  
2018**

**LEILANE APARECIDA DA SILVA  
TAIANA MICHEL CARVALLO CORTÉS**

**INFLUÊNCIA DA LOCALIZAÇÃO E TIPO DE  
EMPENAGEM HORIZONTAL NA ESTABILIDADE  
DINÂMICA LONGITUDINAL EM AERONAVES  
CARGUEIRAS**

Trabalho de Graduação apresentado para  
obtenção do Certificado de Graduação do  
curso de Engenharia Aeronáutica do  
Departamento de Engenharia Mecânica  
da Universidade de Taubaté.

Orientador(a): Prof. Pedro Augusto da  
Silva Alves.

**Taubaté - SP  
2018**

**SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas / UNITAU**

C831i Cortés, Taiana Michel Carvalho  
Influência da localização e tipo de empenagem horizontal na estabilidade  
dinâmica longitudinal em aeronaves cargueiras / Taiana Michel Carvalho  
Cortés; Leilane Aparecida da Silva. -- 2018.  
49 f. : il.

Monografia (graduação) – Universidade de Taubaté, Departamento de  
Engenharia Mecânica e Elétrica, 2018.  
Orientação: Prof. Pedro Augusto da Silva Alves, Departamento de  
Engenharia Mecânica.

1. Aeronave cargueira. 2. Empenagem horizontal. 3. Estabilidade.  
I. Título. II. Silva, Leilane Aparecida da. III. Graduação em Engenharia  
Aeronáutica.

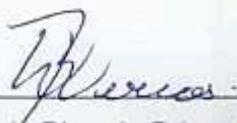
CDD – 629.133

LEILANE APARECIDA DA SILVA  
TAIANA MICHEL CARVALLO CORTÉS

INFLUÊNCIA DA LOCALIZAÇÃO E TIPO DE EMPENAGEM HORIZONTAL NA  
ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL EM AERONAVES CARGUEIRAS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO APROVADO COMO PARTE  
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE GRADUADO EM  
ENGENHARIA AERONÁUTICA

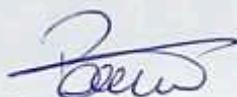
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO COORDENADOR DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



---

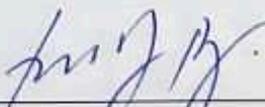
Prof. Me. Luiz Ricardo Prieto Hercos  
Coordenador de Trabalho de Graduação

**BANCA EXAMINADORA:**



---

Prof. Pedro Augusto da Silva Alves.  
Orientador  
UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ



---

Prof. Me. Paulo de Tarso de Moraes Lobo  
UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

21 de Novembro de 2018.

“Criar uma máquina voadora não é nada, construir  
uma também não é muito, fazê-la voar é tudo.”  
(OTTO LILIENTHAL)

## RESUMO

Ao longo da história da aviação, o desenvolvimento de aeronaves cada vez mais tecnológicas facilitou o transporte aéreo de cargas. Neste cenário, as aeronaves cargueiras desempenham relevantes contribuições para a globalização do transporte, dado sua abrangência e rapidez. Não obstante o avançado estágio tecnológico dos aviões cargueiros, a indústria aeronáutica ainda enfrenta grandes adversidades no desenvolvimento deste modelo em virtude da amplitude e complexidade dos estudos que o envolve, com especial ênfase na estabilidade dinâmica. O objetivo do trabalho é explicar os métodos básicos da Estabilidade Dinâmica Longitudinal, e com isso, observar a influência dos tipos e do posicionamento da empenagem horizontal utilizada em aeronaves cargueiras. Inicialmente, foi realizado o estudo bibliográfico para explicar as diferenças entres os períodos “Período Curto” e “Fugóide” que são a base da estabilidade dinâmica longitudinal. Então, obteve-se os dados oriundos de uma aeronave radio controlada projetada pela equipe AEROTAU no ano de 2018 e o tipo de empenagem horizontal utilizado, e assim, montam-se os gráficos para analisar os resultados obtidos. A partir dos resultados, analisa-se a influência do ângulo de posicionamento de cada empenagem horizontal e, com isso, pretende-se observar o efeito “downwash”.

**Palavras-chave:** Aeronave Cargueira. Estabilidade. Empenagem horizontal.

## **ABSTRACT**

Throughout the history of aviation, the development of increasingly technological aircraft facilitated the air transport of cargo. In this scenario, the cargo aircraft play relevant contributions to the globalization of transport, given its scope and speed. Despite the advanced technological stage of the cargo planes, the aeronautical industry still faces great adversities in the development of this model due to the breadth and complexity of the studies that involve it, with special emphasis on stability Dynamic. The objective of this work is to explain the basic methods of Longitudinal dynamic stability, and thus to observe the influence of the types and positioning of the horizontal engagement used in cargo aircraft. Initially, the bibliographical study was conducted to explain the differences between the periods "short period" and "fugoid" that are the basis of longitudinal dynamic stability. So, we obtained data from a controlled radio aircraft Designed By the Aerotau team in the year 2018 and the Horizontal Empenagem Type Used, and thus, the graphs are assembled to analyze the results obtained. From the results, we analyze the influence of the positioning angle of each horizontal engagement and, with this, it is intended to observe the "downwash" effect.

**KEYWORDS:** Cargo Aircraft. Stability. Horizontal Empennage.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1– Estaticamente Positiva (Estável).....	18
Figura 3.2– Estaticamente Neutro.....	19
Figura 3.3– Estaticamente Negativo (Instável).....	19
Figura 3.4 – Dinamicamente Positivo (Estável).....	20
Figura 3.5 – Dinamicamente Neutro.....	20
Figura 3.6 – Dinamicamente Negativo (Instável).....	21
Figura 3.7 – Sistema de Coordenadas da Aeronave.....	22
Figura 3.8 – Modo de Oscilação “Fugóide” .....	23
Figura 3.9 – Modo de Oscilação “Período Curto” .....	24
Figura 3.10 – Cauda Convencional.....	28
Figura 3.11 – Cauda em T.....	29
Figura 3.12 – Simulação do escoamento na asa e na empenagem em T .....	29
Figura 3.13 – Antonov An- 225.....	30
Figura 3.14 – Cauda em V .....	30
Figura 3.15 – Cauda Dupla .....	31
Figura 3.16 – Downwash interferindo na posição da empenagem horizontal .....	32
Figura 4.1 – Aeronave Cargueira Projetada pela Equipe de Aerodesign AEROTAU	33
Figura 4.2 – Matriz Longitudinal .....	37
Figura 4.3 – Representação dos dados do método matricial para short period .....	41
Figura 4.4 – Representação dos dados do método aproximado para short period ...	41
Figura 3.5 – Diferença porcentual entre o método matricial e o método aproximado para short period .....	42
Figura 4.6 – Representação dos dados do método matricial para phugoid .....	43
Figura 4.7 – Representação dos dados do método aproximado para phugoid .....	43
Figura 4.8 – Diferença porcentual entre o método matricial e o método aproximado para phugoid .....	44
Figura 4.9 – Tabela de qualidade de voo longitudinal.....	44
Figura 4.10 – Qualidade de voo para período curto.....	45
Figura 4.11 – Resultados através do método matricial para período curto.....	46
Figura 4.12 – Resultados através do método matricial para período longo.....	46

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de dados de entrada.....	36
Tabela 2- Derivadas Longitudinais.....	37
Tabela 3 - Resultados obtidos para período curto no método matricial .....	38
Tabela 4 - Resultados obtidos para período longo no método matricial.....	38
Tabela 5 - Resultados para Short Period da taxa de amortecimento e frequência natural .....	39
Tabela 6 - Resultados para Phugoid da taxa de amortecimento e frequência natural .....	39
Tabela 7-Resultados obtidos para período curto no método aproximado .....	39
Tabela 8-Resultados obtidos para período longo no método aproximado. ....	40
Tabela 9- Demonstração de diferença percentual para short period.....	40
Tabela 10- Demonstração de diferença percentual para phugoid.....	42

## LISTA DE SÍMBOLOS

$q$	pressão dinâmica
$S_w$	área da asa
$C_{ma}$	corda média aerodinâmica
$u_0$	velocidade cruzeiro
$CD_0$	coeficiente de elevação de referência
$CD_u$	derivada do coeficiente adimensional em relação a velocidade axial
$g$	Gravidade
$m$	Massa
$Cl_u$	derivada do coeficiente adimensional da sustentação em relação a velocidade axial
$Cl_0$	coeficiente de sustentação para ângulo nulo
$C_{d\alpha}$	coeficiente angular da curva $c_{d\alpha}$
$C_{l\alpha}$	coeficiente angular da curva $c_{l\alpha}$
$C_{m\alpha}$	coeficiente angular da curva (avião completo)
$V_H$	razão de volume da empenagem horizontal
$L_t$	distância do centro de gravidade até a quarta parte da corda da empenagem
$Cl_{\alpha t}$	inclinação da curva do elevador da empenagem
$\eta$	fator de eficiência da empenagem horizontal
$d\varepsilon/d\alpha$	mudança no downwash devido a uma mudança no ângulo de ataque
$b$	Envergadura
$\Theta_0$	ângulo de subida no momento de perturbação
$S_v$	área da empenagem vertical
$Cl_{\alpha v}$	coeficiente da curva $c_l \times \alpha$ do estabilizador vertical
$d\sigma/d\beta$	mudança no ângulo do sidewash com uma mudança no ângulo do lado esquerdo
$C_n\beta$	coeficiente angular da curva de momento direcional na superfície vertical da empenagem
$C$	eficiência na estabilidade lateral com contribuição do diedro
$Cl$	coeficiente de sustentação
$\lambda$	Afilamento
$AR$	Alongamento
$\Lambda$	ângulo de enflechamento da asa
$l_v$	distância do centro de gravidade até o centro aerodinâmico da empenagem vertical
$\eta_v$	fator de eficiência da empenagem vertical
$V_v$	razão de volume da empenagem vertical
$Z_v$	distância do centro de pressão da empenagem vertical para a linha central da fuselagem
$I_{yy}$	momento de inércia no eixo $y$
$C_{m\dot{q}}$	coeficiente que representa a mudança nos coeficientes do momento de pitching em relação à velocidade de pitching $\dot{q}$
$t_{1/2sp}$	tempo para meia amplitude
$T$	Período
$f$	Frequência

$A_{mt}$	Amortecimento
$I_{xx}$	momento de inercia do eixo x
$I_{zz}$	momento de inercia no eixo z
$\omega_{\eta sp}$	frequência natural período curto (short period) -utilizado no método da aproximada
$\zeta_{sp}$	taxa de amortecimento período curto (short period) -utilizado no método da aproximada
$\omega_{\eta p}$	frequência natural período longo (phugoid) -utilizado no método da aproximada
$\zeta_p$	taxa de amortecimento período longo (phugoid) -utilizado no método da aproximada
$X_u, X_w, Z_u, Z_w, Z_{wp}, Z_q, M_u, M_w, M_{wp}, M_q$	derivadas longitudinais

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>16</b>
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>18</b>
3.1.	CONCEITO DE ESTABILIDADE DE AERONAVES.....	18
3.1.1.	Estabilidade Estática .....	18
3.1.2.	Estabilidade Dinâmica .....	20
3.2.	INFLUÊNCIA DA ESTABILIDADE NO SISTEMA DE EIXOS ORTOGONAIS.....	21
3.3.	ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL.....	23
3.3.1.	Modo de Oscilação “Phugoid” – Período Longo .....	23
3.3.2.	Modo de Oscilação “Short-Period” – Período Curto .....	24
3.3.3.	Equações para Derivadas Longitudinais .....	24
3.3.3.1.	Equação Matricial.....	26
3.3.3.2.	Equações de Respostas para “Período Curto” e “Fugóide” .....	26
3.3.3.3.	Equações para Análise de Aproximação para “Período Curto” e “Fugóide”.....	27
3.4.	DEFINIÇÃO DE EMPENAGEM E SUA CLASSIFICAÇÃO .....	27
3.4.1.	Empenagem Convencional.....	28
3.4.2.	Cauda em T .....	28
3.4.3.	Cauda em H.....	29
3.4.4.	Cauda em V.....	30
3.4.5.	Cauda Dupla e Cruciforme .....	31
3.5.	EFEITO DOWNWASH E SUA INFLUÊNCIA NA ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL .....	31
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>33</b>
4.1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	33
4.1.1.	Atrito e Arrasto.....	34
4.2.	DIMINUIÇÃO DOS EFEITOS.....	34
4.3.	ESTUDO DE UMA AERONAVE RADIOCONTROLADA DE AERODESIGN DA EQUIPE AEROTAU .....	34
4.4.	ESTUDO DA ESTABILIDADE ESTÁTICA LONGITUDINAL.....	35

4.4.1. Contribuição da Empenagem Horizontal na Estabilidade Estática Longitudinal.....	35
4.5. ESTUDO DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL.....	35
4.5.1. Métodos de Estabilidade Dinâmica Longitudinal .....	37
4.5.1.1. Método Matricial .....	37
4.5.1.2. Método Aproximado.....	39
4.5.1.3. Comparativo dos Dois Métodos.....	40
4.6. Respostas Finais.....	44
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>47</b>
<b>6. REFERÊNCIAS .....</b>	<b>49</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo estudar a estabilidade dinâmica longitudinal com a finalidade de compreender a influência das principais configurações e posicionamentos da empenagem horizontal aptas a garantir a estabilidade dinâmica longitudinal de aeronaves cargueiras.

Para tanto, inicialmente será abordado os conceitos fundamentais de estabilidade de aeronaves, especificando os seus tipos e a influência no sistema de eixos ortogonais do avião com ênfase na estabilidade dinâmica longitudinal.

A estabilidade revela-se necessária para a manutenção do equilíbrio da aeronave em voo, de modo que um avião possa voar em uma condição pré-estabelecido ainda que seja perturbado por rajadas de vento ou comandos de controle provenientes do piloto, dentre outras perturbações. A estabilidade é dividida em duas categorias: Estabilidade Estática e Estabilidade Dinâmica. Neste trabalho será analisada a estabilidade dinâmica dirigida apenas aos movimentos oriundos do eixo longitudinal da aeronave.

Para o cálculo da estabilidade dinâmica longitudinal de uma aeronave são consideradas duas formas principais de oscilação. A primeira é o modo de oscilação “*phugoid*”, também chamado de “*long-period*” que é uma oscilação de longo período e considerada lenta, e a segunda é um modo de oscilação chamada de “*short-period*”, ou seja, oscilação de período curto.

Não obstante, será tratado a definição de empenagem e suas principais configurações, haja vistas que o posicionamento e o tipo da empenagem é essencial para o cálculo de estabilidade da aeronave, de modo que o ângulo de posicionamento da empenagem horizontal influencia diretamente no resultado da estabilidade dinâmica longitudinal.

A empenagem é uma estrutura localizada na parte traseira da fuselagem e tem como função primária auxiliar na estabilidade e no equilíbrio de aeronaves. Por sua vez, a empenagem horizontal é responsável pela estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave. O estabilizador horizontal é composto por superfícies fixas e móveis, das quais as fixas são responsáveis pela estabilidade longitudinal e as móveis atuam nos movimentos de arfagem da aeronave.

Superado essas premissas teóricas, serão analisados as principais configurações e ângulos de posicionamentos da empenagem horizontal e sua influência na estabilidade dinâmica longitudinal em aeronaves cargueiras com vistas a indicar e classificar as empenagens horizontais adequadas para o modelo de aeronaves cargueiras.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao longo da história da aviação, o desenvolvimento de aeronaves cada vez mais tecnológicas facilitou o transporte aéreo de cargas. Neste cenário, as aeronaves cargueiras desempenham relevantes contribuições para a globalização do transporte, dado sua abrangência e rapidez.

Não obstante o avançado estágio tecnológico dos aviões cargueiros, a indústria aeronáutica ainda enfrenta grandes adversidades no desenvolvimento deste modelo em virtude da amplitude e complexidade dos estudos que o envolve, com especial ênfase na estabilidade dinâmica. RODRIGUES (2014) ensina que o estudo da estabilidade de uma aeronave na fase de desenvolvimento do projeto é um dos temas mais difíceis devido à complexidade das equações algébricas.

A análise de estabilidade representa um dos pontos mais complexos do projeto de uma aeronave, pois geralmente envolve uma série de equações algébricas difíceis de serem solucionadas e que em muitas vezes só podem ser resolvidas com o auxílio computacional (RODRIGUES, 2014, p. 9).

A estabilidade dinâmica é imprescindível para a manutenção do equilíbrio de qualquer aeronave em voo, especialmente para os aviões cargueiros que, no entendimento de RODRIGUES (2014), são considerados os mais estáveis em decorrência de sua finalidade.

Embora seja importante o estudo de estabilidade dinâmica para o desenvolvimento de aeronaves, esse tema ainda é pouco abordado no âmbito acadêmico e nas literaturas aeronáuticas, principalmente em português. Deste modo, o presente estudo se fundamenta, em grande proporção, nas contribuições literárias de NELSON (1998) e ROSKAM (1995).

NELSON (1998) leciona que a análise da estabilidade dinâmica está relacionada ao período e a forma com que uma aeronave em posição de equilíbrio, após sofrer uma perturbação, demora para se reestabelecer.

Nesse trabalho será analisado a estabilidade dinâmica dirigidas apenas aos movimentos oriundos do eixo longitudinal da aeronave. Para o cálculo da estabilidade dinâmica longitudinal, ROSKAM (1995) propõe que seja considerado as duas principais formas de oscilação, a saber: “*Fugóide*” e “*Período Curto*”.

Ademais, é de comum conhecimento que a configuração e o ângulo de posicionamento da empenagem influenciam diretamente no cálculo da estabilidade dinâmica longitudinal, haja vistas que impactam no ângulo de ataque do perfil.

A empenagem possui como função principal estabilizar e controlar o avião durante o voo. A empenagem é dividida em duas superfícies, a horizontal que contém o profundor e é responsável pela estabilidade e controle longitudinal da aeronave e a vertical que é responsável pela estabilidade e controle direcional da aeronave (RODRIGUES, 2014, p. 16)

RODRIGUES (2010) classifica as principais configurações de empenagem geralmente utilizadas em aeronaves como sendo convencional, cauda em T, cauda em V, cauda dupla e cruciforme. Embora sejam essas as configurações de empenagem convencionais, deve-se atentar para o efeito “downwash”, o que, em termos práticos, pode tornar instável sua utilização em aeronaves cargueiras.

A diferença de pressão entre a superfície inferior e superior da asa gera um fluxo de ar, próximo as pontas de asa, da superfície inferior para a superior, formando redemoinhos que são denominados por vórtices de ponta de asa. Estes vórtices de ponta de asa induzem, por sua vez, um fluxo de ar para baixo, denominado de downwash. (BENINI, 2002, p. 26).

Diante do exposto, serão analisados as principais configurações e ângulos de posicionamentos da empenagem horizontal e sua influência na estabilidade dinâmica longitudinal em aeronaves cargueiras com vistas a indicar e classificar as empenagens horizontais adequadas para o modelo de aeronaves cargueiras.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. CONCEITO DE ESTABILIDADE DE AERONAVES

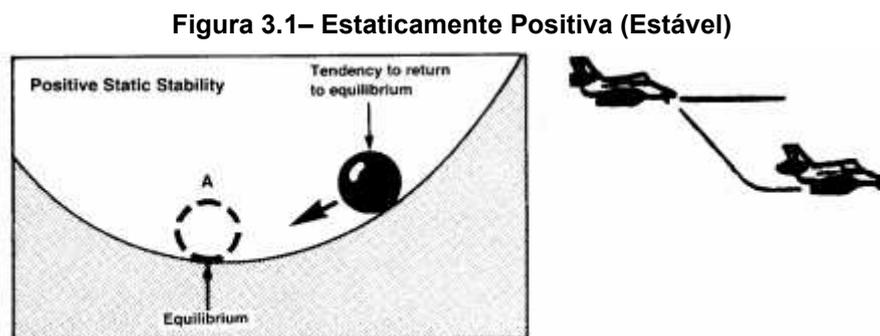
Para se conceituar a estabilidade, deve-se inicialmente definir o que se entende por equilíbrio. O estado de equilíbrio consiste em um sistema cuja a força e o momento resultante em torno do centro de gravidade são iguais a zero.

A estabilidade é a propriedade de um corpo em equilíbrio que tende a retomar a sua posição inicial, quando dela for desviado. Nesse sentido, a estabilidade é essencial para a manutenção do equilíbrio de uma aeronave em voo, de modo que o avião possa voar em uma condição pré-estabelecida ainda que seja perturbado por rajadas de vento ou comandos de controle provenientes do piloto, dentre outras perturbações.

Para efeitos didáticos, a estabilidade é usualmente dividida em duas categorias: Estabilidade Estática e Estabilidade Dinâmica.

##### 3.1.1. Estabilidade Estática

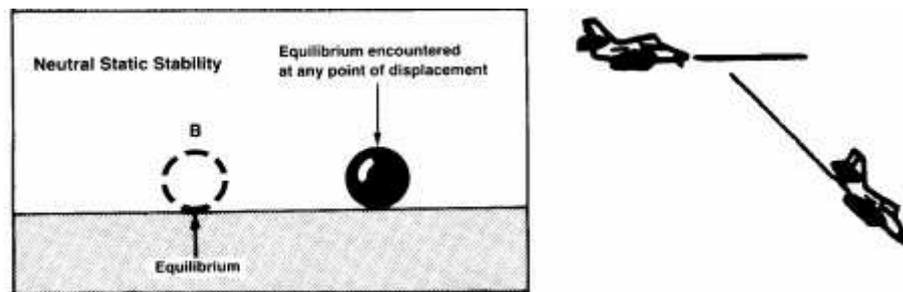
Estabilidade estática é a tendência inicial de um corpo retornar ao seu estado de equilíbrio, após sofrer qualquer perturbação. Classifica-se como positiva, se o avião tende a voltar à posição inicial, neutra, se o distúrbio é mantido, ou negativa, se a perturbação aumenta.



Fonte: Alex Blin (2016)

Extrai-se da figura 3.1, que o avião, após sofrer um distúrbio, sai da sua posição de equilíbrio, porém possui a tendência natural de retornar a sua posição inicial, sendo, pois, considerado estaticamente estável.

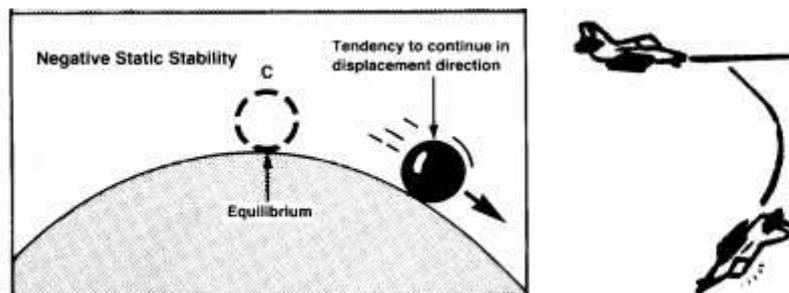
**Figura 3.2– Estaticamente Neutro**



Fonte: Alex Blin (2016)

Na figura 3.2, é possível perceber que o avião, após sofrer qualquer distúrbio, não retorna ao ponto inicial, atingindo uma nova posição de equilíbrio, o que indica tratar-se de um corpo estaticamente neutro.

**Figura 3.3– Estaticamente Negativo (Instável)**



Fonte: Alex Blin (2016)

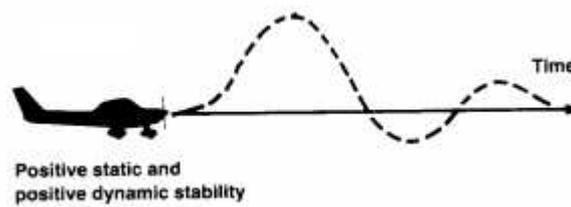
Observa-se que na figura 3.3 a aeronave, após sofrer alguma perturbação, tende a se afastar cada vez mais de sua posição de equilíbrio, o que a classifica como estaticamente instável.

### 3.1.2. Estabilidade Dinâmica

Estabilidade dinâmica é a tendência de que as amplitudes do movimento perturbado de um corpo diminuam gradualmente ou de maneira oscilatória no decorrer do tempo. Para sua análise, leva-se em conta a história do tempo, do movimento e do corpo perturbado no seu ponto de equilíbrio.

Na hipótese da amplitude causada pela perturbação diminuir, classifica-o como dinamicamente positivo (estável); neutra, se a amplitude de oscilação permanece constante; ou negativa, quando a amplitude aumentar.

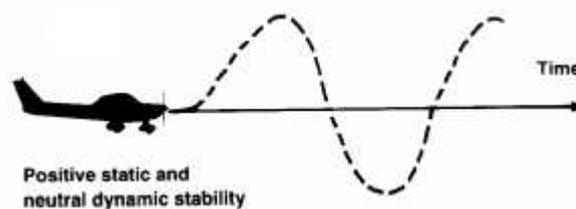
**Figura 3.4 – Dinamicamente Positivo (Estável)**



Fonte: Alex Blin (2016)

Observe-se que a aeronave constante na figura 3.4 retorna a sua posição de equilíbrio de forma oscilatória, após determinado intervalo de tempo, sendo considerado dinamicamente estável.

**Figura 3.5 – Dinamicamente Neutro**

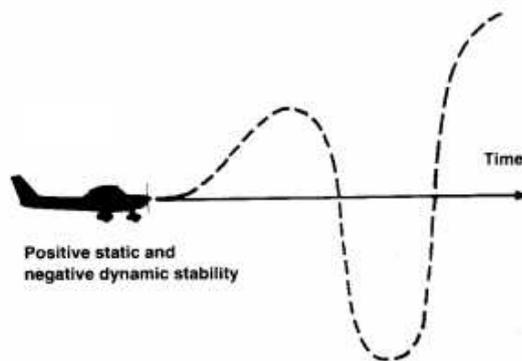


Fonte: Alex Blin (2016)

Na figura 3.5, denota-se que o avião, após sofrer qualquer perturbação, oscila com a manutenção da amplitude inicial, resultando em estabilidade dinâmica neutra.

Na ilustração abaixo (Figura 3.6), a aeronave sofre oscilações com amplitude crescente, o que lhe afasta cada vez mais da posição de equilíbrio, classificando-se como dinamicamente negativo (instável):

**Figura 3.6 – Dinamicamente Negativo (Instável)**



Fonte: Alex Blin (2016)

Convém pôr em relevo que a estabilidade dinâmica está intimamente atrelada a estabilidade estática, isto porque um avião dinamicamente estável necessariamente é estaticamente estável. Entretanto a estabilidade estática não assegura a estabilidade dinâmica, de modo que um avião pode ser estaticamente estável, mas dinamicamente instável.

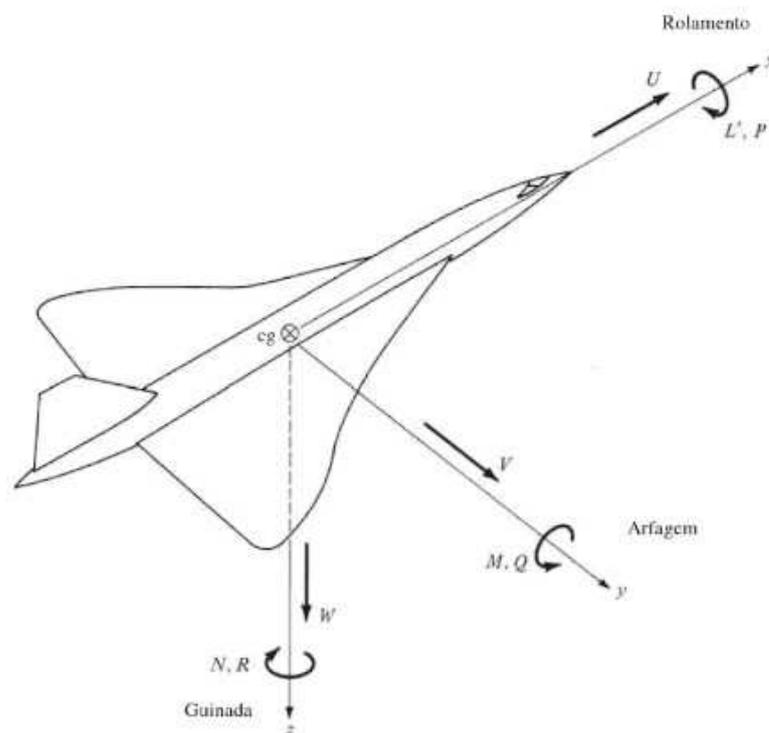
### 3.2. INFLUÊNCIA DA ESTABILIDADE NO SISTEMA DE EIXOS ORTOGONAIS

Superado a definição de estabilidade, faz-se necessário tecer breves comentários sobre os eixos de coordenadas de um avião e seus movimentos rotacionais e translacionais no entorno desses eixos com a finalidade de compreender o comportamento da estabilidade em relação aos eixos, com especial ênfase na estabilidade dinâmica longitudinal.

Uma aeronave pode ser representada pelo sistema tridimensional de eixos ortogonais entre si que se interceptam no centro de gravidade. Nesse contexto, o avião pode efetuar três possíveis movimentos de rotação e três possíveis movimentos de translação ao redor de seus eixos.

A origem do sistema de coordenadas  $xyz$  encontra-se no centro de gravidade da aeronave. O eixo  $x$ , também denominado eixo longitudinal, direciona-se em relação ao longo da fuselagem, ao passo que o eixo  $y$ , chamado eixo lateral, passa pela envergadura, estando perpendicular ao eixo  $x$ , já o eixo  $z$ , também denominado eixo vertical, é direcionado para baixo, sendo perpendicular ao plano  $xy$ , conforme pode-se observar na Figura 3.7:

**Figura 3.7 – Sistema de Coordenadas da Aeronave**



**Fonte: Anderson Jr. (2015)**

Depreende-se de simples leitura da ilustração acima que o movimento de rotação ao redor do eixo longitudinal é designado *rolamento*, enquanto que o movimento entorno do eixo lateral é intitulado *arfagem*, e o movimento de rotação entorno do eixo vertical, por sua vez, é chamado *guinada*.

A estabilidade longitudinal vincula-se a rotação de uma aeronave ao redor do eixo direcional; enquanto que a estabilidade direcional relaciona-se a guinada de uma aeronave entorno do eixo vertical; já a estabilidade lateral está atrelada a arfagem de uma aeronave ao redor do eixo longitudinal.

Nesse sentido, o estudo da estabilidade de uma aeronave deve necessariamente abordar a análise de sua influência em relação aos eixos longitudinal, lateral e vertical. Porém este trabalho restringir-se-á a abordar estabilidade dinâmica longitudinal.

### 3.3. ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

A estabilidade dinâmica longitudinal está intrinsicamente relacionada ao movimento rotacional ao entorno do eixo lateral de uma aeronave, ou seja, trata-se do movimento de rotação que envolve a arfagem e a variação das velocidades longitudinal e normal.

O estabilizador horizontal contribui significativamente para com o controle da curva de momento de uma aeronave, sendo, pois, o responsável por assegurar estabilidade longitudinal.

Para o cálculo da estabilidade dinâmica longitudinal de uma aeronave são consideradas duas formas principais de oscilação. A primeira é o modo de oscilação “*phugoid*”, também chamado de “*long-period*”, que é uma oscilação de longo período e considerada lenta, e a segunda é um modo de oscilação chamada de “*short-period*”, ou seja, oscilação de período curto, conforme passa-se a articular:

#### 3.3.1. Modo de Oscilação “*Phugoid*” – Período Longo

O modo de oscilação “*Fugóide*”, também chamado de “*Período Longo*”, caracteriza-se por ser, entre os dois modos longitudinais, o de maior período e de menor amortecimento, conforme pode-se observar na Figura 3.8:



**Fonte: Rosa (2006)**

Nesse período, há uma grande variação de amplitude de velocidade do ar, ângulo de inclinação e altitude, em que ocorre a troca gradual de energia potencial e energia cinética sobre a altitude e velocidade do ar.

A aplicação da inércia é relativamente elevada nesse período, razão pelo qual o movimento da oscilação é lento, com frequências naturais entre 0.1 rad/s e 1 rad/s; não obstante, usualmente a aeronave é projetada para que apresente resistência mínima, e, por isso, o amortecimento do movimento é baixo.

### 3.3.2. Modo de Oscilação “*Short-Period*” – Período Curto

O modo de oscilação “*Período Curto*”, caracteriza-se por ser o de menor período e o amortecimento, apesar de estabilizador, é mais baixo do que o desejável, conforme pode-se observar na Figura 3.9:

**Figura 3.9 – Modo de Oscilação “Período Curto”**



**Fonte: Rosa (2006)**

Esse modo tem a oscilação amortecida por um período de poucos segundos, com frequência natural entre 1 rad/s e 10 rad/s. A movimentação ocorre devido a uma taxa de arfagem sobre o centro de gravidade da aeronave.

A movimentação é tão rápida que a velocidade não muda, pois, por se tratar de um período curto, a inércia e o efeito do momento garantem que a velocidade de resposta na escala do tempo do modo seja insignificante.

### 3.3.3. Equações para Derivadas Longitudinais

Para o cálculo da influência da empenagem horizontal na estabilidade longitudinal, far-se-á necessário calcular inicialmente a estabilidade longitudinal estática, através das seguintes equações:

$$C_{M0_{ht}} = V_{ht} \cdot \eta_{ht} \cdot C_{L\alpha_{ht}} \cdot (i_w - i_{ht} + \varepsilon_0) \quad (01)$$

$$C_{M\alpha_{ht}} = -V_{ht} \cdot \eta_{ht} \cdot C_{L\alpha_{ht}} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (02)$$

Com efeito, para a análise da estabilidade longitudinal dinâmica, deve-se utilizar método das equações de dinâmica de corpo rígido. Os cálculos devem considerar a aeronave em velocidade de cruzeiro, a fim de entender o comportamento da aeronave nos períodos curto e longo. Portanto, para determinar as derivadas, utiliza-se as seguintes Equações:

$$X_u = \frac{-(C_{Du} + 2 \cdot C_{D0}) \cdot QS}{m \cdot u_0} \quad (03)$$

$$X_w = \frac{-(C_{D\alpha} - C_{L0}) \cdot QS}{m \cdot u_n} \quad (04)$$

$$Z_u = \frac{-(C_{Lu} + 2 \cdot C_{L0}) \cdot QS}{m \cdot u_n} \quad (05)$$

$$Z_w = \frac{-(C_{L\alpha} + C_{D0}) \cdot QS}{m \cdot u_n} \quad (06)$$

$$Z_{\dot{w}} = -C_{z\dot{a}} \cdot \frac{c}{u_n} \cdot \frac{QS}{u_n \cdot m} \quad (07)$$

$$Z_q = -C_{zq} \cdot \frac{c}{2 \cdot u_n} \cdot \frac{QS}{m} \quad (08)$$

$$M_u = C_{mu} \cdot \frac{QS \cdot \bar{c}}{u_0 \cdot I_y} \quad (09)$$

$$M_w = C_{m\alpha} \cdot \frac{QS \cdot \bar{c}}{u_0 \cdot I_y} \quad (10)$$

$$M_{\dot{w}} = C_{m\dot{a}} \cdot \frac{\bar{c}}{2 \cdot u_0} \cdot \frac{QS \cdot \bar{c}}{u_0 \cdot I_y} \quad (11)$$

$$M_q = C_{mq} \cdot \frac{\bar{c}}{2 \cdot u_n} \cdot \frac{QS \cdot \bar{c}}{I_y} \quad (12)$$

### 3.3.3.1. Equação Matricial

Após a obtenção das derivadas longitudinais, monta-se a equação característica matricial:

$$\dot{X} = A_X \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_w \cdot Z_u & M_w + M_w \cdot Z_w & M_q + M_w \cdot u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

Através do software MATrix LABoratory (MATLAB) acha-se o polinômio característico e os autovalores para posteriormente serem utilizados na análise para “Período Curto” e “Fugóide”.

- Introduz a Matriz descrita na equação 14;
- Dá-se comando para obtenção do polinômio característico;
- Dá-se comando para obtenção dos autovalores;
- Executa o programa;

### 3.3.3.2. Equações de Respostas para “Período Curto” e “Fugóide”

Determina-se o período, a frequência, o amortecimento e o tempo para redução da amplitude pela metade, utilizando as seguintes equações:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \quad (15)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad (16)$$

$$\text{Amt} = \frac{\text{real}}{\text{imaginário}} \quad (17)$$

$$t_{1/2} = 0,69/|\eta| \quad (18)$$

### 3.3.3.3. Equações para Análise de Aproximação para “Período Curto” e “Fugóide”

- PERÍODO CURTO

$$\omega_{\eta sp} = \sqrt{\frac{Z_{\alpha} * M_q}{u_0} - M_{\alpha}} \quad (19)$$

$$Z_{\alpha} = u_0 * Z_w \quad (20)$$

$$M_{\alpha} = u_0 * M_{\alpha} \quad (21)$$

$$\zeta_{sp} = -\frac{M_q + M_{\alpha} + \frac{Z_{\alpha}}{u_0}}{2 * \omega_{\eta sp}} \quad (22)$$

- FUGÓIDE

$$\omega_{\eta p} = \sqrt{\frac{-Z_u * g}{u_0}} \quad (23)$$

$$\zeta_p = \frac{-X_u}{2 * \omega_{\eta p}} \quad (24)$$

## 3.4. DEFINIÇÃO DE EMPENAGEM E SUA CLASSIFICAÇÃO

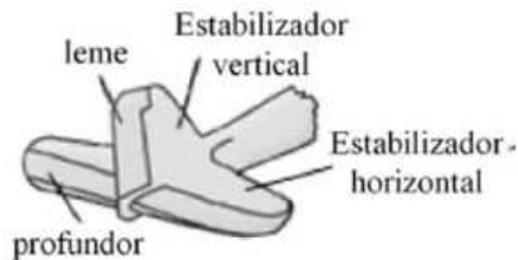
A empenagem é uma estrutura localizada na parte traseira da fuselagem e tem como função primária auxiliar na estabilidade e no equilíbrio de aeronaves. Por sua vez, a empenagem horizontal, também chamada de estabilizador horizontal, é responsável pela estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave. O estabilizador horizontal é composto por superfícies fixas e móveis, das quais as fixas são responsáveis pela estabilidade longitudinal e as móveis atuam nos movimentos de arfagem da aeronave.

RODRIGUES (2010) classifica as principais configurações de empenagem geralmente utilizadas em aeronaves como sendo convencional, cauda em T, cauda em V, cauda cruciforme e dupla, conforme passa-se a especificar:

#### 3.4.1. Empenagem Convencional

A empenagem convencional é caracterizada pelo estabilizador horizontal posicionado abaixo do estabilizador vertical e possui menor peso estrutural em relação às demais caudas, sendo, pois, a configuração mais utilizada em aeronaves.

**Figura 3.10 – Cauda Convencional**



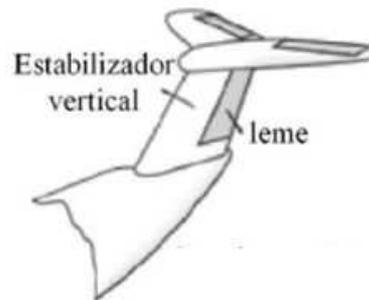
**Fonte: Rodrigues (2010)**

Entre as vantagens dessa configuração, RODRIGUES (2010) destaca que o estabilizador horizontal pode ser posicionado para mostrar a proximidade do stall em altos ângulos de ataque através da esteira da asa; entre as desvantagens, o autor menciona a tendência do estabilizador horizontal em sombrear o leme e a parte do estabilizador vertical.

#### 3.4.2. Cauda em T

A empenagem em T se caracteriza pela posição do estabilizador horizontal e do profundor acima do estabilizador vertical e possui uma estrutura mais rígida para suportar as cargas aerodinâmicas e o peso da superfície horizontal.

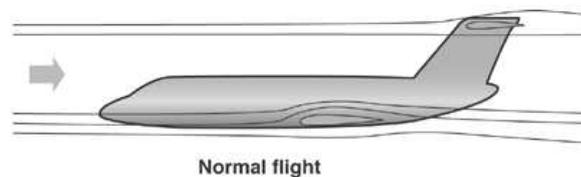
**Figura 3.11 – Cauda em T**



**Fonte: Rodrigues (2010)**

Entre as vantagens desta configuração, destaca-se a aerodinâmica de alta performance e a condição favorável de planeio, haja vistas que a empenagem não é afetada pelo arrasto induzido produzido pela asa, conforme ilustra a imagem 4.3.

**Figura 3.12 – Simulação do escoamento na asa e na empenagem em T**



**Fonte: Benini (2012)**

Entre as desvantagens, a aeronave tende a entrar em uma condição perigosa de Estol, anulando o fluxo de ar sobre a superfície da cauda e os profundos por causa de uma asa estolada, podendo levar até a perda total do controle de arfagem.

### 3.4.3. Cauda em H

Esse tipo de configuração é formado por um conjunto de lemes duplos posicionados nas bordas direita e esquerda do profundo. KIELING (2017) sustenta que, nessa configuração, os lemes funcionam como winglets e amenizam a esteira de vórtices formada.

**Figura 3.13 – Antonov An- 225**



**Fonte: Airliners (2012)**

Esse tipo de configuração em aeronaves com mais de um motor permite melhor controle do cone de aspiração e em aviões de combate permite o controle da aeronave mesmo que um dos lemes de direção seja atingido.

#### 3.4.4. Cauda em V

A empenagem em V é caracterizada por duas estruturas inclinadas nas extremidades da cauda, cujo combinam as funções de profundor e leme, conforme observa-se na imagem 4.5.

**Figura 3.14 – Cauda em V**



**Fonte: Rodrigues (2010)**

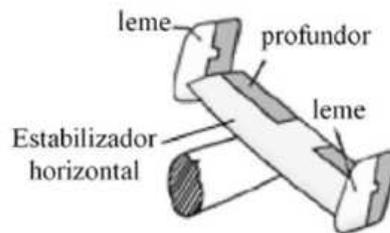
RODRIGUES (2010) leciona que esta configuração reduz a área molhada da empenagem e propicia um melhor arrasto de interferência; porém sua desvantagem consiste na complexidade do controle da aeronave, isto porque o leme o profundor devem trabalhar em conjunto para manobrar o avião.

A configuração em V geralmente pode ser utilizada na intenção de se reduzir a área molhada da empenagem além de propiciar um menor arrasto de interferência, porém sua maior penalidade é com relação a complexidade dos controles uma vez que leme e profundor devem trabalhar em conjunto como forma de se manobrar a aeronave. (RODRIGUES, 2010, p. 2).

#### 3.4.5. Cauda Dupla e Cruciforme

A cauda dupla, também denominada de cruciforme, se notabiliza por sua configuração peculiar, cujo apresenta uma configuração similar entre a empenagem convencional e a cauda em T, permitindo a instalação de propulsores na sua parte inferior e evitando a interferência dos gases de exaustão na empenagem horizontal.

**Figura 3.15 – Cauda Dupla**



**Fonte: Rodrigues (2010)**

RODRIGUES (2010) ensina que a cauda dupla normalmente é utilizada como forma de posicionar o estabilizador vertical fora da esteira de vórtices, principalmente em elevados ângulos de ataque.

### 3.5. EFEITO DOWNWASH E SUA INFLUÊNCIA NA ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

A sustentação que uma asa produz é regida pela terceira lei de Newton, também chamada de lei da Ação e Reação. Quando o fluxo de ar deixa o bordo de fuga da asa, ele possui uma força de magnitude igual e direção oposta a força de sustentação, essa força é suficiente para criar o efeito “downwash”.

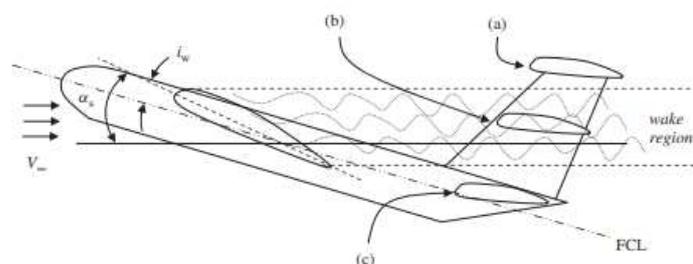
O ar que deixa o bordo de fuga da asa, deflete para baixo e flui para traz atingindo a empenagem horizontal. Se o escoamento na empenagem é modificado, vai alterar o ângulo de ataque da mesma, o que afeta diretamente da eficácia da cauda, reduzindo a estabilidade da aeronave.

No caso de um avião de asa alta, a asa pela qual o escoamento passa primeiro experimenta um escoamento induzido para cima (upwash) que tende a aumentar a força de sustentação, a asa pela qual se dá a fuga do escoamento fica submetida a um escoamento induzido para baixo (downwash) e, assim, uma menor força de sustentação é criada, provocando desse modo um momento de rolamento devido ao desbalanceamento da força de sustentação entre as duas asas, esse momento possui a tendência estabilizadora na aeronave.

Para o caso de uma aeronave de asa baixa, o processo é o inverso e, assim, a asa pela qual o escoamento passa primeiro experimenta um escoamento induzido para baixo (downwash) que tende a reduzir a força de sustentação, a asa pela qual se dá a fuga do escoamento fica submetida a um escoamento induzido para cima (upwash) e, assim, uma maior força de sustentação é criada, provocando desse modo um momento de rolamento devido ao desbalanceamento da força de sustentação entre as duas asas, esse momento possui a tendência desestabilizadora na aeronave.

A Figura 3.16 demonstra o projeto de uma aeronave cargueira com configuração de empenagem em “T” e a influência do efeito downwash aplicado em três diferentes posições da empenagem horizontal: (a) fora da região de downwash, (b) dentro da região de downwash e (c) também fora da região de downwash.

**Figura 3.16 – Downwash interferindo na posição da empenagem horizontal**



**Fonte: Autor (2018)**

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Numa situação real é obvio que tanto a asa quanto a superfície horizontal da empenagem estão acopladas à fuselagem e ao avião como um todo, porém torna-se mais fácil e didático o estudo separado de cada componente de uma aeronave.

Desta forma, os cálculos apresentados a seguir serão baseados na aeronave cargueira projetada pela equipe de AeroDesign AEROTAU do ano de 2018.

**Figura 4.1 – Aeronave Cargueira Projetada pela Equipe de Aerodesign AEROTAU**



**Fonte: AEROTAU (2018)**

### 4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A asa e a superfície horizontal da empenagem estão acopladas à fuselagem e ao avião como um todo, porém para facilitar a compreensão o estudo será feito separando cada componente de uma aeronave.

No início do estudo deve-se atentar para duas considerações muito importantes: o escoamento induzido “downwash” (definido na seção 3.5) e o atrito com o arrasto.

#### 4.1.1. Atrito e Arrasto

O arrasto é feito de forças de fricção (atrito), que agem em direção paralela à superfície do objeto (primariamente pelos seus lados, já que as forças de fricção da frente e de trás se anulam), e de forças de pressão, que atuam em uma direção perpendicular à superfície do objeto (primariamente na frente e atrás, já que as forças de pressão se cancelam nas laterais do objeto). Ao contrário de outras forças resistivas, como o atrito, que é quase independente da velocidade, forças de arrasto dependem da velocidade. Devido a esse atrito e arrasto atuantes na asa, o escoamento que atinge a empenagem possui uma velocidade menor que o escoamento que atua sobre a asa e, portanto, a pressão dinâmica na empenagem é menor que a pressão dinâmica atuante na asa.

#### 4.2. DIMINUIÇÃO DOS EFEITOS

O escoamento induzido, arrasto e atrito podem afetar diretamente o comportamento de uma aeronave em voo. Uma forma de se diminuir esses efeitos são posicionar a empenagem fora da região da esteira de vórtices da asa.

Geralmente com a empenagem localizada em um ângulo compreendido entre  $7^\circ$  e  $10^\circ$  acima do bordo de fuga da asa praticamente não existe influência da esteira de vórtices sobre a empenagem para uma condição de vôo reto e nivelado.

#### 4.3. ESTUDO DE UMA AERONAVE RADIOCONTROLADA DE AERODESIGN DA EQUIPE AEROTAU

Na construção de uma aeronave radio controlado temos a participação de diversas disciplinas como: aerodinâmica, estabilidade, estruturas, aeroelasticidade, projeto, projeto elétrico e desempenho, mas este trabalho focou-se na estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave.

Para a realização do estudo precisou-se de alguns dados gerados em estabilidade estática longitudinal da aeronave da equipe AEROTAU.

#### 4.4. ESTUDO DA ESTABILIDADE ESTÁTICA LONGITUDINAL

A análise de estabilidade representa um dos pontos mais complexos do projeto de uma aeronave, pois geralmente envolve uma série de equações algébricas difíceis de serem solucionadas e que em muitas vezes só podem ser resolvidas com o auxílio computacional.

Para dar início ao estudo de estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave, precisou-se dos dados da estabilidade estática longitudinal da aeronave.

##### 4.4.1. Contribuição da Empenagem Horizontal na Estabilidade Estática Longitudinal

Para o estudo foi necessário o cálculo da empenagem horizontal que posteriormente será utilizado no estudo da estabilidade longitudinal dinâmica. Foram utilizadas as seguintes equações:

$$C_{M0ht} = 0,172$$

$$C_{M\alpha ht} = -0,599 \text{ rad}$$

#### 4.5. ESTUDO DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

Os cálculos dinâmicos foram realizados a fim de compreender os modos longitudinais da aeronave em período curto e longo. Eles foram feitos por dois métodos para comparação de resultados.

No início precisou-se de dados de entrada de algumas áreas do projeto, como: aerodinâmica e desempenho. Os dados da Tabela 1 possibilitaram o estudo.

Tabela 1 – Tabela de dados de entrada

<b>q</b>	237,8698
<b>Sw</b>	0,9806
<b>cma</b>	0,422
<b>u0</b>	20
<b>CD0</b>	0,0629
<b>Cdu</b>	0
<b>g</b>	9,80665
<b>m</b>	14
<b>Clu</b>	0
<b>Cl0</b>	0,936
<b>Cd<math>\alpha</math></b>	0,0076
<b>Cl<math>\alpha</math></b>	4,34
<b>Cm<math>\alpha\alpha</math>(grau)</b>	-0,00760908
<b>VH</b>	0,3008
<b>lt</b>	0,5669
<b>Cl<math>\alpha t</math></b>	4,8
<b><math>\eta</math></b>	0,9
<b>d<math>\epsilon</math>/d<math>\alpha</math></b>	0,539
<b>b</b>	2,43166
<b><math>\theta_0</math></b>	0
<b>Sv</b>	0,07309
<b>Cl<math>\alpha v</math></b>	3,13
<b>d<math>\sigma</math>/d<math>\beta</math></b>	1,093099
<b>Cn<math>\beta</math>(grau)</b>	0,00133159
<b>Cl<math>\beta</math>(grau)</b>	-0,00124503
<b>Cl</b>	0,936
<b><math>\lambda</math></b>	0,3297872
<b>AR</b>	6
<b><math>\Lambda</math></b>	0
<b>lv</b>	0,5719
<b><math>\eta v</math></b>	0,9
<b>Vv</b>	0,01727
<b>Zv</b>	0,03

Foram calculadas as derivadas longitudinais, obtendo os resultados que mostram a Tabela 1 e deu-se início aos cálculos para os métodos de estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave da equipe AEROTAU.

**Tabela 2- Derivadas Longitudinais**

Xu: -0,104798196	Zu: -1,559477127
Mu: 0	Xw: 0,773407353
Zw: -3,667853549	Mw: -5,768424344
Zẇ: -0,012311358	Mẇ: -0,262662163
Zq: 0	Mq: -9,746276935

#### 4.5.1. Métodos de Estabilidade Dinâmica Longitudinal

Existem dois métodos para obter os resultados da estabilidade dinâmica longitudinal de uma aeronave um é o aproximado e o matricial.

Após obtidas as derivadas longitudinais, foi possível dar início aos cálculos dos métodos longitudinais, que possibilitou um melhor entendimento deles.

##### 4.5.1.1. Método Matricial

Para o matricial precisou-se das derivadas longitudinais para realizar a matriz de estabilidade como mostra a Figura 4.2, e dessa forma analisar o resultado de seus autovalores através do Software Matlab.

**Figura 4.2 – Matriz Longitudinal**

$$\begin{bmatrix} -0,104 & 0,7734 & 0 & -9,80665 \\ -1,559 & -3,668 & 20 & 0 \\ 0,4096 & -4,805 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fonte: Autor (2018)

Foram obtidos os autovalores e o polinômio característico da matriz, observando suas respostas tanto para período curto quanto para longo, da seguinte maneira:

✓ AUTOVALORES

$$\lambda_{1,2} = -0,068 \pm 0,760i \text{ (phugoid)}$$

$$\lambda_{3,4} = -9,317 \pm 8,020i \text{ (short period)}$$

Em seguida determinou-se a resposta da aeronave no domínio do período, da frequência, seu amortecimento e seu tempo para redução da amplitude pela metade para período curto e longo, como mostra a Tabela 3 e Tabela 4.

**Tabela 3 - Resultados obtidos para período curto no método matricial**

<b>Análise de Short Period</b>	
tempo para meia amplitude	
t1/2sp (s)	0,074054192
T (s)	0,783422849
f (Hz)	1,276449878
Amt	1,161758365

**Tabela 4 - Resultados obtidos para período longo no método matricial**

<b>Análise de Pughoid</b>	
tempo para meia amplitude	
t1/2p (s)	10,06049655
T (s)	8,257464614
f (Hz)	0,121102547
Amt	0,090135636

#### 4.5.1.2. Método Aproximado

Realizou-se as análises dinâmicas de período curto e longo através do método aproximado (Ref Nelson), para dessa forma poder comparar os resultados obtidos.

**Tabela 5 - Resultados para Short Period da taxa de amortecimento e frequência natural**

Short Period	
$\omega_{\eta sp}$ (rad/seg)	$\zeta_{sp}$
12,2929412	0,759272067

**Tabela 6 - Resultados para Phugoid da taxa de amortecimento e frequência natural**

Phugoid	
$\omega_{\eta p}$ (rad/seg)	$\zeta_p$
0,874449723	0,059922368

#### ✓ AUTOVALORES

$$\lambda_{1,2} = -0,056 \pm 0,816i \text{ (phugoid)}$$

$$\lambda_{3,4} = -9,733 \pm 6,751i \text{ (short period)}$$

Obteve-se os seguintes resultados mostrados na Tabela 7 e Tabela 8.

**Tabela 7-Resultados obtidos para período curto no método aproximado**

Análise de Short Period	
T (s)	0,785406185
f (Hz)	1,27322654
$t_{1/2sp}$ (s)	0,073925771
$N_{1/2}$ (ciclos)	0,09428118
Amt	1,166722776

**Tabela 8-Resultados obtidos para período longo no método aproximado.**

<b>Análise de Pughoid</b>	
T (s)	7,198236897
f (Hz)	0,138922908
t1/2p(s)	11,51489879
N1/2 (ciclos)	1,60235025
Amt	0,068649161

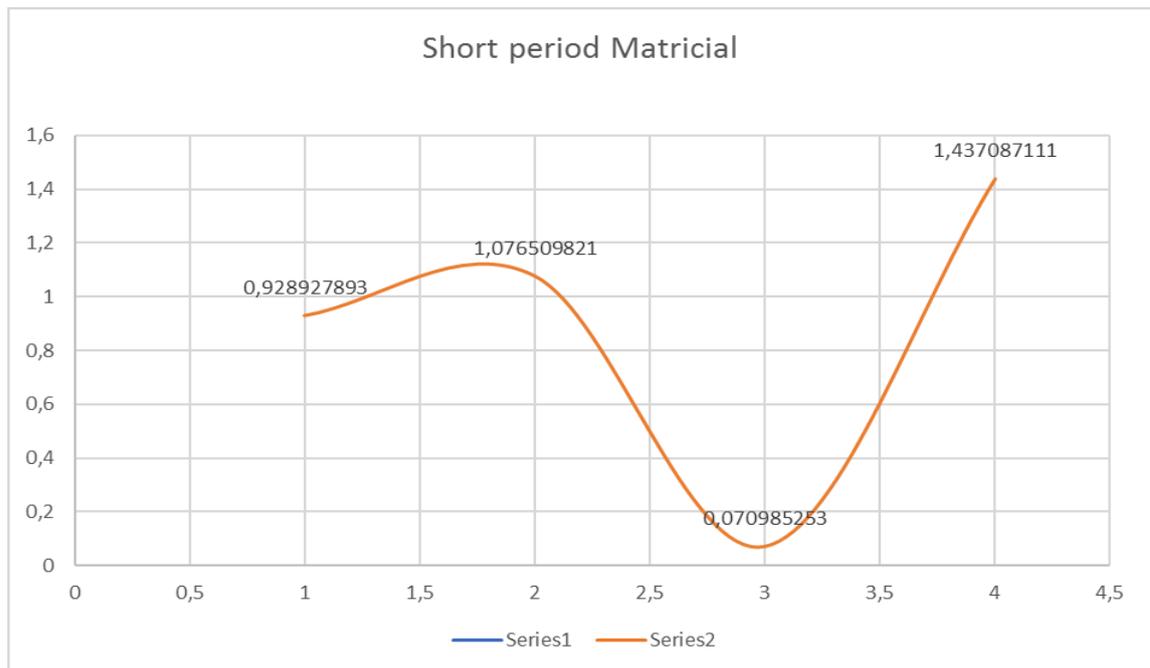
#### 4.5.1.3. Comparativo dos Dois Métodos

Através dos resultados obtidos pelos dois métodos, decidiu-se realizar um estudo de comparativo, para ver a viabilidade de ambos métodos, sua diferença de percentual e qual método seria mais adequado para ser utilizado para cálculos de futuros projetos.

**Tabela 9- Demonstração de diferença percentual para short period**

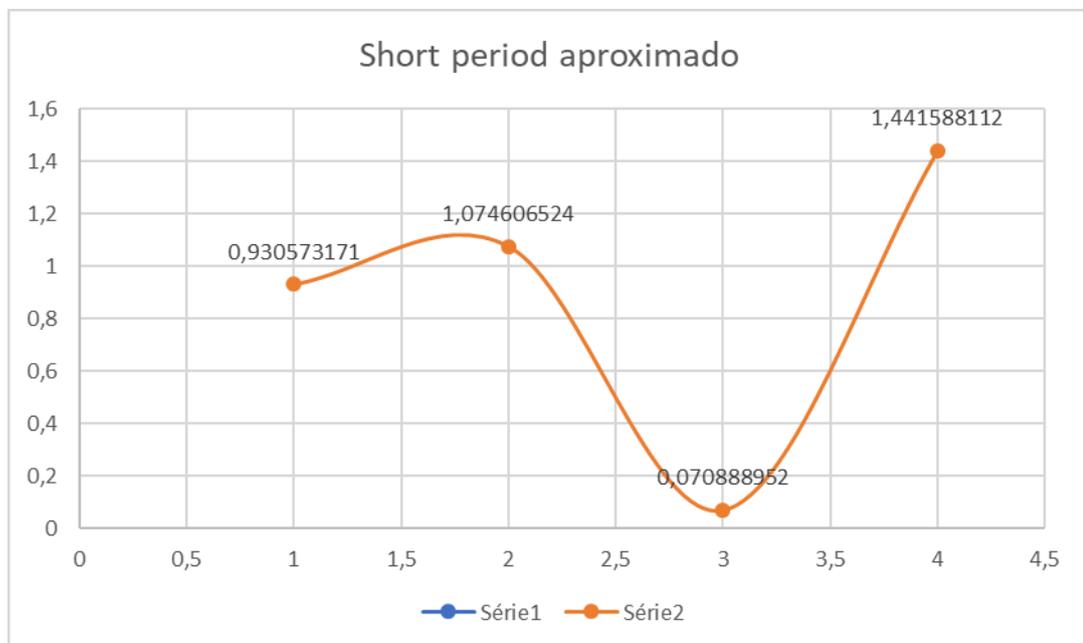
<b>Período Curto</b>	<b>Método aproximado</b>	<b>Método Matricial</b>	<b>Diferença porcentual %</b>
T (s)	0,9305	0,9289	0,1771
f (Hz)	1,074	1,076	0,1768
t1/2sp (s)	0,0708	0,0709	0,1356
Amt	1,441	1,43708	0,3132

**Figura 4.3 – Representação dos dados do método matricial para short period**



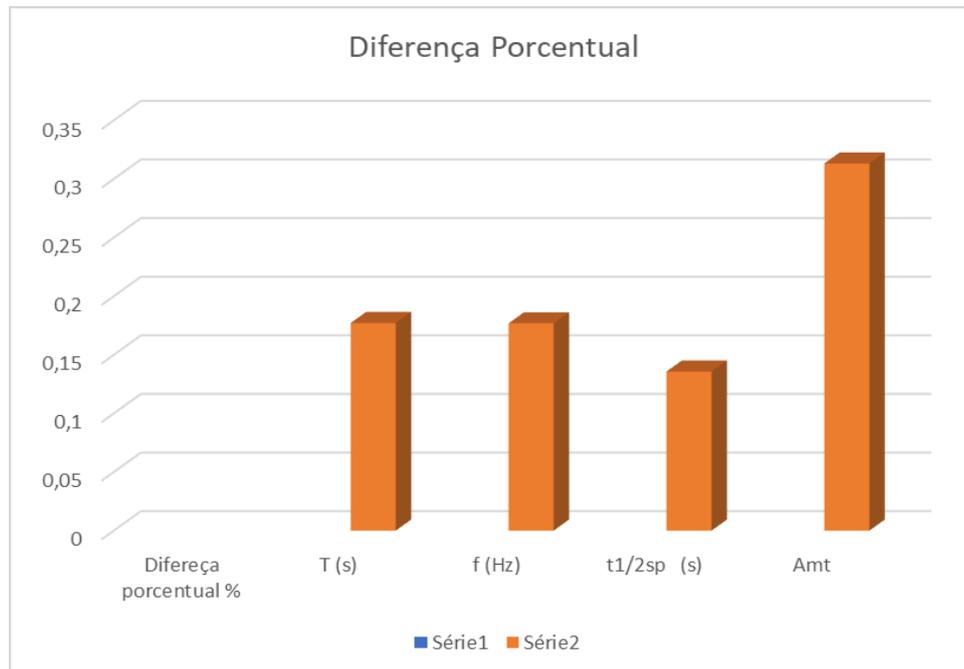
**Fonte: Autor (2018)**

**Figura 4.4 – Representação dos dados do método aproximado para short period**



**Fonte :Autor (2018)**

**Figura 3.5 – Diferença percentual entre o método matricial e o método aproximado para short period**

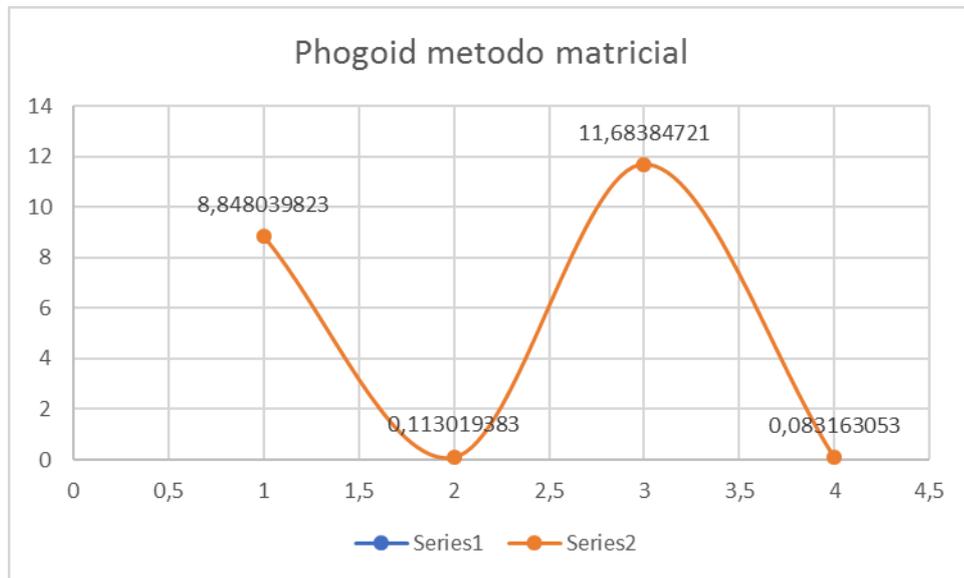


Fonte: Autor (2018)

**Tabela 10- Demonstração de diferença percentual para phugoid**

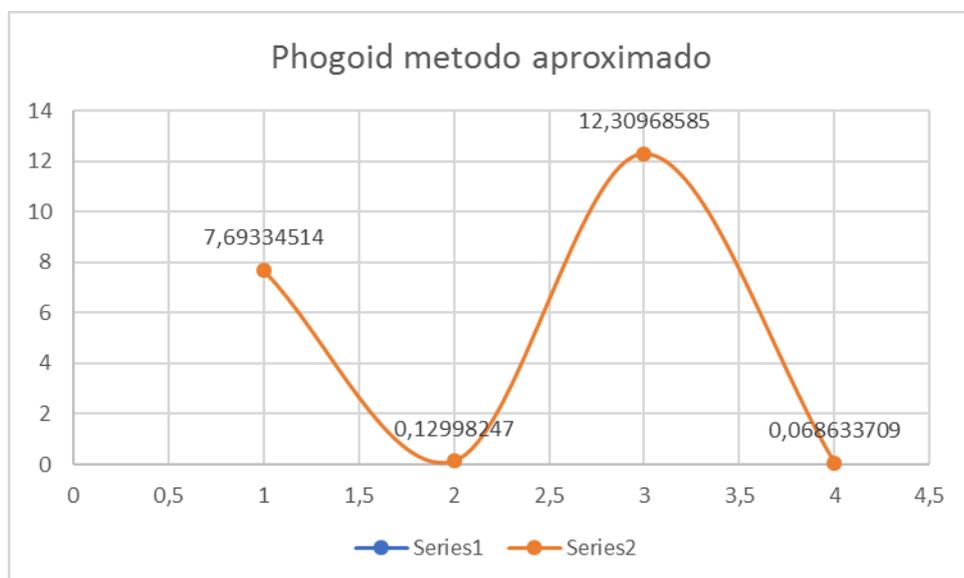
<b>Período Longo</b>	<b>Método aproximado</b>	<b>Método Matricial</b>	<b>Diferença percentual %</b>
T (s)	7,6933	8,848	13,0502
f (Hz)	0,1299	0,113	15,009
t1/2sp (s)	12,309	11,683	5,3564
Amt	0,068	0,0831	17,4709

**Figura 4.6 – Representação dos dados do método matricial para phugoid**



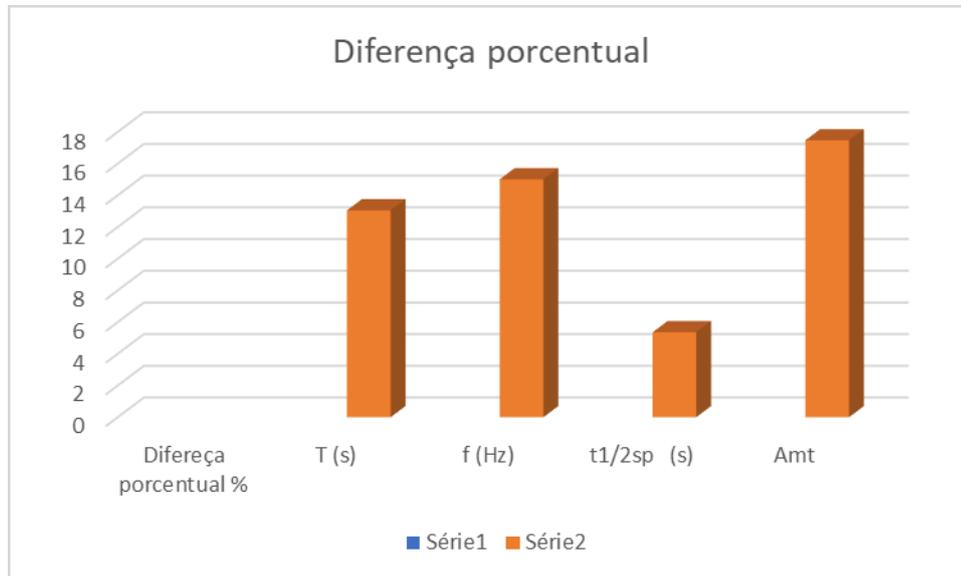
**Fonte: Autor (2018)**

**Figura 4.7 – Representação dos dados do método aproximado para phugoid**



**Fonte: Autor (2018)**

**Figura 4.8 – Diferença percentual entre o método matricial e o método aproximado para phugoid**



Fonte: Autor (2018)

#### 4.6. Respostas Finais

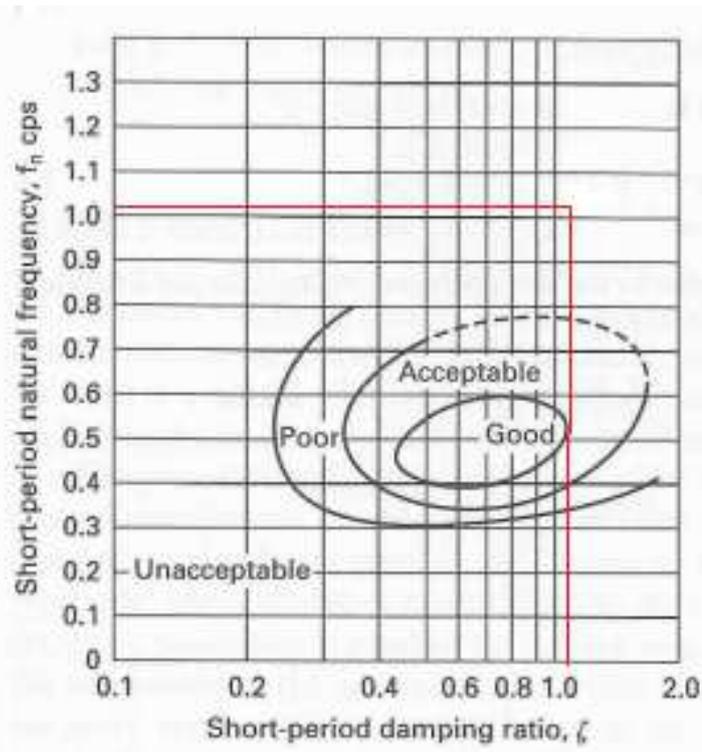
Ao compara-los, os métodos demonstraram resultados muito parecidos, dessa forma, os resultados foram avaliados nas tabelas abaixo de qualidade de voo longitudinal obtidas no Nelson.

**Figura 4.9 – Tabela de qualidade de voo longitudinal.**

Phugoid mode				
Level 1	$\zeta > 0.04$			
Level 2	$\zeta > 0$			
Level 3	$T_2 > 55 \text{ s}$			
Short-period mode				
Level	Categories A and C		Category B	
	$\zeta_{sp}$ min	$\zeta_{sp}$ max	$\zeta_{sp}$ min	$\zeta_{sp}$ max
1	0.35	1.30	0.3	2.0
2	0.25	2.00	0.2	2.0
3	0.15	—	0.15	—

Fonte: Nelson (1997)

Figura 4.10 – Qualidade de voo para período curto.

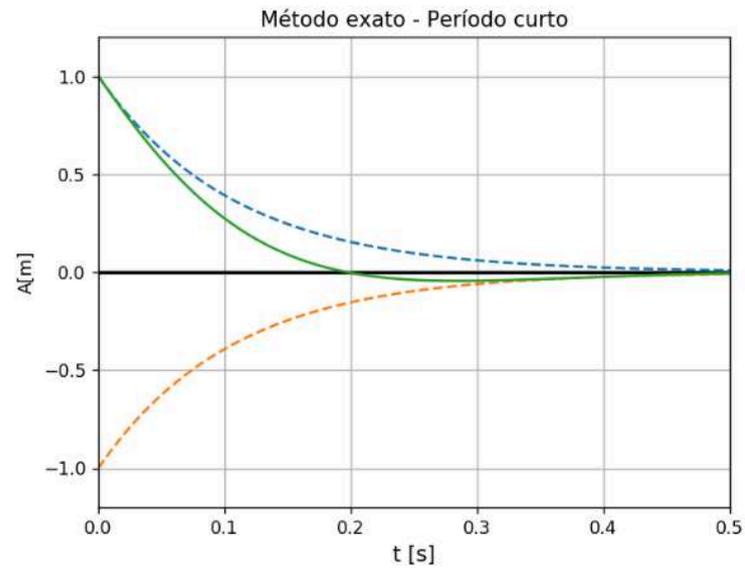


Fonte: Nelson (1997)

A partir dos resultados obtidos, ambos os métodos classificam o período longo para nível 1 e período curto a nível 2. Embora o valor obtido da frequência natural na análise de período curto seja acima do valor considerado como desejável, durante os ensaios em voo a aeronave apresentou bom comportamento dinâmico, mesmo quando forçada a realizar uma arfagem com alto grau de inclinação.

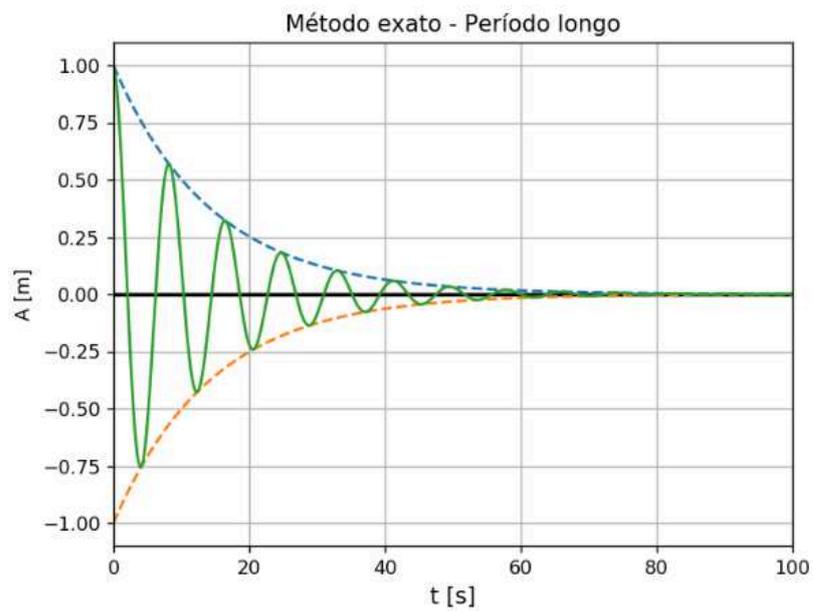
Observou-se grandes diferenças nas respostas obtidas nas duas análises e decidiu-se utilizar os valores do método matricial por se demonstrar mais confiável para a realização dos gráficos de estabilidade dinâmica longitudinal para período curto e longo da aeronave da equipe AEROTAU.

Figura 4.11 – Resultados através do método matricial para período curto.



Fonte: Autor (2018)

Figura 4.12 – Resultados através do método matricial para período longo.



Fonte: Autor (2018)

## 5. CONCLUSÃO

Através do presente trabalho logrou-se estudar melhor sobre a influência das principais configurações das aeronaves e o posicionamento da empenagem horizontal, podendo compreender qual seria a melhor opção de configuração de empenagem horizontal para uma aeronave cargueira e de alguma forma evitar a influência do fenômeno de downwash.

Na leitura foi estudado que se uma aeronave é estaticamente estável não significa que será necessariamente dinamicamente estável, mas no estudo também se percebeu que a ligação entre alguns parâmetros obtidos na estabilidade estática longitudinal acaba influenciando diretamente no resultado da estabilidade dinâmica longitudinal.

Parte do estudo do trabalho foi baseado na aeronave cargueira da equipe AEROTAU do ano 2018 da Universidade de Taubaté, a empenagem horizontal escolhida pela área de estabilidade foi em "T" por uma restrição de projeto estrutural e a mesma deveria estar a uma altura mínima de 0,31 m para atender os requisitos de downwash. O ângulo de incidência da empenagem horizontal no protótipo foi de  $-1^\circ$ , mas através dos testes em voo observou-se que a aeronave apresentava uma tendência de arfagem negativa e um conseqüente excesso de trimagem do profundor. Afim de otimizar a qualidade de voo com cargas mais elevadas, alterou-se a incidência da empenagem horizontal para  $-3^\circ$ .

Após finalizados o cálculo sobre a influência da empenagem horizontal, seu ângulo e posicionamento, deu-se início ao estudo da estabilidade dinâmica longitudinal. Em primeiro momento observou-se através das tabelas dos cálculos desenvolvidos, que a aeronave teria um bom amortecimento no período certo de tempo. Analisou-se mais profundamente o período de short period devido ao percurso de voo menor da aeronave da equipe AEROTAU. Percebeu-se que mesmo ela sofrendo alguma perturbação lateral ela voltaria ao estado de equilíbrio em um tempo adequado e do mesmo jeito isso foi observado nos testes de voo da aeronave, se comportando estável em voo e com um bom amortecimento, atingindo os resultados esperados para a aeronave.

Dessa forma poderíamos garantir a estabilidade dinâmica longitudinal da aeronave cargueira que estávamos analisando.

Baseado no estudo feito, percebeu-se alguns aspectos que devem ser empregados num projeto. O objetivo do projeto de ser o primeiro a ser respondido, vantagens e desvantagens de cada componente da aeronave é importante estudar, portanto empenagens são realmente um dos fatores que entregam diferenças para cada projeto, devido a que cada aeronave possuem uma missão diferente a cumprir.

Por exemplo se falamos de aeronaves convencionais que cumprem funções como transporte de passageiros, as empenagens mais utilizadas e recomendadas são as empenagens convencionais, assim como por exemplo se falamos de missões específicas como o de veículos de transporte, devemos pensar em facilidades de carga e descarga e a empenagem em T é a mais adequada para essa missão, mesmo sua empenagem sendo mais pesada que qualquer outra, ela cumpre os requisitos de projeto tendo menor arrasto induzido e as superfícies de cauda são mantidas fora do fluxo de ar atrás da asa (downwash), dando um fluxo mais suave e um controle melhor de arfagem.

Portanto antes de projetar deve-se ter muito claro que aspectos devem ser empregados ou não devido a função que deve cumprir a aeronave e que pode ser vantajoso para o projeto porque isso pode afetar diretamente qualquer condição das aeronaves, desde a aerodinâmica o desempenho até a estabilidade da mesma.

## 6. REFERÊNCIAS

ANDERSON JR., John D. Fundamentos de Engenharia Aeronáutica: Introdução ao voo. Tradução: Francisco Araújo da Costa. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015. 923 p.

BENINI, Guilherme Ribeiro. Modelo numérico para simulação da resposta aeroelástica de asas fixas. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2002. 96. P

FEDERAL AVIATION REGULATIONS, Part 23 Airworthiness standards: normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes, USA.

NELSON, Robert C. Flight Stability and Automatic Control. 2nd ed. New York: Mc Graw-hill, 1998. 441 p.

RAYMER, DANIEL, P. Aircraft design: a conceptual approach, AIAA, Washington 1992.

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda José. Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: Estabilidade e Estrutura. Salto/SP: Engbrasil, 2014. 208 p.

ROSA, Edison. Introdução ao Projeto Aeronáutico. Florianópolis: Editora UFSC, 2006.

ROSKAM, Jan. Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls. 3rd ed. [Lawrence]: DARcorporation, 1995.

SADRAEY, MOHAMMAD H. Aircraft design: a systems engineering approach. 1 ed, John Wiley & Sons, Ltd., Publication. New york 2013.