

**UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ  
KHALIL VICENTE ABDOUNI**

**DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA PARA  
ANÁLISE DE FLUTTER EM REGIME TRANSÔNICO**

**Taubaté-SP  
2024**

**KHALIL VICENTE ABDOUNI**

**DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA PARA  
ANÁLISE DE FLUTTER EM REGIME TRANSÔNICO**

Trabalho de Graduação apresentado para obtenção do Certificado de Graduação do curso de Engenharia Aeronáutica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.

Orientadora: Me. Maria Regina Hidalgo de Oliveira Lindgren

Coorientador: Dr. Breno Moura Castro

**Taubaté-SP  
2024**

**Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBi/UNITAU**  
**Biblioteca Setorial de Engenharias e Informática**

A135d Abdouni, Khalil Vicente  
Desenvolvimento de metodologia para análise de Flutter em regime transônico/ Khalil Vicente Abdouni. -- 2024.  
79 f. : il.

Monografia (graduação) – Universidade de Taubaté,  
Departamento de Engenharia Aeronáutica, 2024.  
Orientação: Profa. Ma. Maria Regina Hidalgo de Oliveira  
Lindgren, Departamento de Engenharia Mecânica.  
Coorientação: Dr. Breno Moura Castro, Embraer.

1. Aerelasticidade. 2. Flutter. 3. Transônico. 4. CFD. 5.  
Elementos finitos. I. Universidade de Taubaté. Departamento  
de Engenharia Aeronáutica. II. Título.

CDD- 629.1

**KHALIL VICENTE ABDOUNI**

**DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE FLUTTER EM  
REGIME TRANSÔNICO**


Trabalho de Graduação apresentado para obtenção do Certificado de Graduação do curso de Engenharia Aeronáutica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.

**DATA:** 16/05/2024

**RESULTADO:** APROVADO

**BANCA EXAMINADORA:**

Profa. Me Maria Regina Hidalgo Oliveira Lindgren      UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

Assinatura: 

Prof. Me. Paulo Cesar Correa Lindgren      UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

Assinatura: 

Prof. Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto      UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

Assinatura: 

16/05/2024

Dedico este trabalho aos meus queridos avós, Maria Célia e José, mesmo não estando mais conosco fisicamente, vocês continuam vivos em nossos corações e memórias.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família por sempre me apoiar e me ajudar a passar por todos os obstáculos que encontrei.

À minha mãe, Mara, cujo empenho em me educar sempre veio em primeiro lugar. Aqui estão os resultados dos seus esforços.

Ao meu padrasto, João, e à minha irmã, Luiza, que sempre estiveram ao meu lado; e ao meu pai, Fauzi, por todo o apoio.

À minha orientadora, Prof<sup>a</sup>. Me. Maria Regina Hidalgo de Oliveira Lindgren, pela confiança, incentivo e apoio.

Ao meu coorientador, Eng. Dr. Breno Moura Castro, pela orientação, contribuição e por estar sempre disponível para compartilhar todo seu vasto conhecimento.

À Eng. Me. Amanda Picão Perroni pela orientação, revisão e colaboração fundamentais para o desenvolvimento do trabalho.

Aos Engenheiros Dr. Eduardo Silveira Molina e Marlus Rafael Bially Kerninski pela orientação e auxílio na realização das análises de *CFD*.

À Eng. Marcela Marques da Cruz Pellegrini por todo o apoio e incentivo no meu aprendizado.

Ao Eng. Me. Renato Otto Diniz pela oportunidade de estágio, a qual foi crucial para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Aos Professores Me. Paulo Cesar Corrêa Lindgren e Me. Pedro Marcelo Alves Ferreira Pinto por aceitarem compor a banca examinadora.

Aos meus amigos, companheiros de trabalho e todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram na execução dessa obra.

“Quando nós atingimos nosso ponto mais baixo, nós estamos abertos para a maior mudança.”

(Aang)

## RESUMO

Aeroelasticidade é definida como a ciência que estuda a mútua interação entre forças aerodinâmicas, forças elásticas e/ou inerciais e possui análises que são fundamentais para a certificação e segurança de um projeto aeronáutico. Os estudos de Aeroelasticidade requerem um número elevado de simulações. No caso de a aeronave voar no regime transônico, as simulações necessitam de ferramentas computacionais com a utilização de malhas aerodinâmicas tridimensionais. Porém, atualmente, estas possuem alto custo atrelados ao tempo de processamento computacional. O presente trabalho visa o desenvolvimento de uma metodologia para o estudo do fenômeno de *Flutter* em regime transônico, com a utilização de malhas bidimensionais, oferecendo assim uma redução significativa no custo computacional. Inicialmente, a metodologia foi aplicada no perfil NACA64A010, em regime subsônico, com a finalidade de validá-la comparando com os resultados disponíveis na literatura. Ao atingir resultados compatíveis, partiu-se para uma avaliação no regime transônico. Utilizando como base uma pesquisa realizada pela NASA em 2001 em regime transônico, definiu-se uma seção típica por meio do método de elementos finitos. Essa seção típica originou uma geometria com a qual foi gerada uma malha bidimensional, cujos resultados das análises foram comparados com os obtidos em ensaios em túnel de vento realizados pela NASA.

**Palavras-chave:** Aeroelasticidade. Flutter. Transônico. CFD. Elementos finitos. Seção típica. Ensaio em túnel de vento. NASA.



## **ABSTRACT**

Aeroelasticity is defined as the science that studies the mutual interaction among aerodynamic, elastic and/or inertial forces and has analyses that are fundamental for the certification and safety of an aeronautical project. Aeroelasticity studies require a large number of simulations. In the case of aircraft flying in transonic regime, simulations demand computational tools using three-dimensional aerodynamic meshes. However, currently, these have high costs linked to computational processing time. The present work aims to develop a methodology for studying the Flutter phenomenon in transonic regime, using a two-dimensional mesh, thus offering a significant reduction in computational cost. Initially, the methodology was deployed on the NACA64A010 airfoil in subsonic regime, with the purpose of validating it by comparison with the results available in literature. By reaching compatible results, an evaluation was carried out in transonic regime. Using the research developed by NASA in 2001 in transonic regime as a basis, a typical section was defined using the finite element method. This typical section gave rise to a geometry with which a two-dimensional mesh was generated, whose analysis results were compared with those obtained in wind tunnel tests carried out by NASA.

**KEYWORDS:** Aeroelasticity. Flutter. Transonic. CFD. Finite elements. Typical section. Wind tunnel test. NASA.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de Collar .....	19
Figura 2 – Bombardeiro Handley Page 0/400 .....	20
Figura 3 – Colapso da ponte de Tacoma Narrows, 7 de novembro de 1940.....	21
Figura 4 – Convenção utilizada para as equações.....	22
Figura 5 – Exemplo de diagrama $V_{gf}$ .....	26
Figura 6 – Definição dos movimentos de <i>Plunge</i> e <i>Pitch</i> .....	30
Figura 7 – Malha do perfil NACA64A010 .....	31
Figura 8 – Malha no bordo de ataque do perfil NACA64A010 .....	32
Figura 9 – Distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil NACA64A010.	34
Figura 10 – Convergência para $k=2,00$ NACA64A010.....	34
Figura 11 – Diagrama $V_{gf}$ do perfil NACA64A010.....	35
Figura 12 – Desenho esquemático do modelo aerodinâmico.....	36
Figura 13 – Desenho esquemático do modelo estrutural .....	37
Figura 14 – Meio modelo em elementos finitos .....	38
Figura 15 – Asa com folha de alumínio e revestimento em madeira balsa .....	38
Figura 16 – Modelo NASA para análise modal.....	39
Figura 17 – Folha de alumínio utilizada na análise modal.....	39
Figura 18 – Formas modais e linhas nodais do modelo Mavric.....	40
Figura 19 – Intersecção das linhas nodais .....	41
Figura 20 – Geometria do perfil SC2-0409p5.....	41
Figura 21 – Malha do perfil SC2-0409p5.....	42
Figura 22 – Refinamento na região próxima a parede do perfil.....	43
Figura 23 – Distribuição do número de Mach em torno do perfil SC2-0409p5.....	47
Figura 24 – Distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil SC2-0409p5.	48
Figura 25 – Convergência para $k=0,09$ e $M_a=0,95$ SC2-0409p5 .....	49
Figura 26 – Convergência para $k=0,4$ e $M_a=0,95$ SC2-0409p5 .....	49
Figura 27 – Diagrama $V_{GF}$ para Mach 0,8 .....	51
Figura 28 – Interface para inserção dos dados .....	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de entrada para a solução de estabilidade aeroelástica.....	29
Tabela 2 – Dados de entrada para o perfil NACA64A010 .....	33
Tabela 3 – Frequências da análise modal do modelo Mavric .....	40
Tabela 4 – Dados gerais de entrada para o perfil SC2-0409p5.....	45
Tabela 5 – Dados para análise de <i>CFD</i> de cada número de Mach .....	46
Tabela 6 – Dados para cálculo da pressão dinâmica .....	50
Tabela 7 – Resultados do estudo para os valores de número de Mach .....	51
Tabela 8 – Matriz aerodinâmica do perfil NACA64A010.....	70
Tabela 9 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.8 .....	72
Tabela 10 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.9 .....	74
Tabela 11 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.95 .....	76

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD	Computational, Fluid, Dynamics (Dinâmica de Fluidos Computacional)
NASA	National Aeronautics and Space Administration (Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica)
Vgf	Velocity, damping and frequency (Velocidade, Amortecimento e Frequência)
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
SA	Spalart-Allmaras

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	Massa
$h$	Deslocamento vertical da seção típica ( <i>Plunge</i> )
$K_h$	Rigidez linear vinculada ao modo de translação vertical ( <i>Plunge</i> )
$S_\alpha$	Primeiro momento de inércia da seção típica
$\alpha$	Deslocamento angular da seção típica ( <i>Pitch</i> )
$L$	Força de sustentação por unidade de comprimento
$I_\alpha$	Segundo momento de inércia da seção típica
$K_\alpha$	Rigidez angular vinculada ao modo de rotação ( <i>Pitch</i> )
$M$	Momento de arfagem por unidade de comprimento ( <i>Pitch</i> )
$q$	Pressão dinâmica
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$C_m$	Coefficiente de momento de arfagem
$S$	Área de referência
$l$	Comprimento de referência
$p$	Autovalor
$t$	Tempo
$e$	Número de Euler
$\omega_h$	Frequência natural do modo de translação vertical ( <i>Plunge</i> )
$\omega_\alpha$	Frequência natural do modo de rotação ( <i>Pitch</i> )
$x_\theta$	Distância até o centro de massa
$r_\theta$	Raio de giração da seção típica
$b$	Semi corda da seção típica
$K_{ij}$	Matriz de rigidez
$A_{ij}$	Matriz aerodinâmica
$M_{ij}$	Matriz de massa
$g$	Amortecimento estrutural artificial
$i$	Base dos números complexos

$k$	Frequência reduzida
$\omega$	Frequência angular do movimento
$V$	Velocidade do escoamento
$\lambda$	Autovalor após a inclusão do amortecimento artificial
$V_D$	Velocidade de mergulho
$C$	Função de Theodorsen
$H$	Função de Hankel
$\mu$	Razão de massa ou massa aparente
$a$	Posição adimensional do eixo elástico referente ao ponto médio da corda
$\alpha_m$	Ângulo de ataque do perfil
$k_\Omega$	Frequência angular
$t_s$	Passo no tempo
$n$	Número de passos no tempo por período
$M_t$	Tempo máximo de simulação
$N$	Número de períodos
$M_0$	Origem do movimento
$\rho$	Densidade do ar
$CP$	Coefficiente de pressão
$V_f$	Velocidade de <i>Flutter</i>
$\varphi$	Espessura da placa
$Ma$	Número de Mach
$T$	Temperatura
$T_t$	Temperatura de estagnação
$V_s$	Velocidade do som
$\gamma$	Razão entre os calores específicos do ar a pressão e volume constantes
$R$	Constante dos gases para o ar
$Re$	Número de Reynolds
$\mu_{ar}$	Viscosidade dinâmica do ar
$\mu_0$	Viscosidade de referência do ar

$T_0$	Temperatura de referência do ar
$\rho_s$	Densidade linear da seção típica
$\varphi_s$	Espessura da seção típica
$\rho_{AL}$	Densidade do alumínio
$Q$	Pressão dinâmica

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
1.1	OBJETIVO GERAL.....	17
1.2	OBJETIVO ESPECÍFICO .....	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>18</b>
2.1	AEROELASTICIDADE.....	18
2.2	REVISÃO HISTÓRICA .....	20
2.3	FENÔMENO DE <i>FLUTTER</i> .....	22
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b> .....	<b>29</b>
4.1	CRIAÇÃO DO CÓDIGO EM <i>PYTHON</i> PARA O MÉTODO V-G .....	29
4.2	DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS PARA ANÁLISE DE <i>CFD</i> .....	30
4.3	AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA COM O PERFIL NACA64A010 .....	31
4.3.1	<b>Definição dos parâmetros para o regime subsônico</b> .....	<b>31</b>
4.3.2	<b>Resultados para o regime subsônico</b> .....	<b>33</b>
4.4	ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS .....	36
4.4.1	<b>Definição dos parâmetros geométricos</b> .....	<b>36</b>
4.4.2	<b>Análise modal em Elementos Finitos</b> .....	<b>37</b>
4.4.3	<b>Definição da seção típica</b> .....	<b>41</b>
4.5	IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA NO MODELO MAVRIC .....	42
4.5.1	<b>Criação da malha para o perfil SC2-0409p5</b> .....	<b>42</b>
4.5.2	<b>Definição dos dados para o regime transônico</b> .....	<b>43</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>47</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>55</b>
	<b>APÊNDICE A – MÉTODO V-G EM <i>PYTHON</i></b> .....	<b>57</b>



<b>APÊNDICE B – CÓDIGOS PARA ANÁLISES DE <i>CFD</i> (SU2).....</b>	<b>62</b>
<b>APÊNDICE C – MATRIZES AERODINÂMICAS.....</b>	<b>70</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Aeroelasticidade é o estudo dos efeitos das forças aerodinâmicas em corpos elásticos com ou sem distribuição inercial, comumente definida como a ciência que estuda a interação mútua entre forças aerodinâmicas, elásticas e/ou inerciais e suas influências na estrutura da aeronave. Problemas ocasionados por essas forças na estrutura apenas ocorrem pelo fato de que ela é flexível e essa flexibilidade é fundamentalmente responsável por diversos tipos de fenômenos aeroelásticos (BISPLINGHOFF, ASHLEY e HALFMAN, 1996).

Dentre todos os fenômenos aeroelásticos existentes, tem-se como principais exemplos, o *Flutter*, uma instabilidade dinâmica causada pelas interações das forças inerciais, aerodinâmicas e elásticas; o *Buffeting*, um movimento irregular de uma estrutura ou partes de uma estrutura em um fluido, excitado pelas turbulências no fluido; e a Divergência, um fenômeno de Aeroelasticidade estática, no qual o efeito da deformação elástica é tão severo que pode deixar a asa instável (WRIGHT e COOPER, 2007). No presente trabalho, tem-se como foco o estudo do fenômeno de *Flutter*, sendo um fenômeno bastante conhecido no cenário de Aeroelasticidade e com potencial para acidentes catastróficos.

No cenário atual, uma análise aeroelástica é indispensável para a segurança de voo e certificação da aeronave, pois fenômenos aeroelásticos são geralmente de caráter indesejável, levando à perda de eficácia do *design* ou até mesmo, às vezes, a falha estrutural da aeronave conforme circular consultiva de substituição da categoria de estabilidade aeroelástica de transporte (AC 25.629-1B, 27 de outubro, 2014). No entanto, atualmente, análises aeroelásticas de alta fidelidade para o regime transônico são feitas com o auxílio de ferramentas de aerodinâmica computacional tridimensionais, não estacionárias, baseadas no regime compressível (IM, KWON e PARK, 2012). Estas análises possuem alto custo computacional, o que gera um alto custo para o desenvolvimento e certificação de aeronaves que voam no regime transônico (MANNION, LEEN e NASH, 2018).

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento, implementação e avaliação de um método de análises aeroelástica no regime transônico que fornecerá informações tais como diagrama *Vgf*, (*Velocity, Damping and Frequency*), com os quais será possível observar o comportamento da aeronave e determinar a velocidade de *Flutter*. Busca-se uma redução significativa no custo com a utilização de análises aerodinâmicas computacionais bidimensionais, garantindo ainda assim uma boa fidelidade, podendo ser avaliada a utilização do método em fases iniciais do projeto aeronáutico.

## 1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

O presente trabalho tem como objetivo específico a obtenção das matrizes aerodinâmicas que serão utilizadas nos cálculos aeroelásticos por uma análise de *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*), realizada por meio do *software* livre SU2. Após a implementação das matrizes nos cálculos aeroelásticos para um perfil convencional (NACA64A010) os resultados serão comparados com dados fornecidos pela literatura para avaliar a implementação do método. Por fim, a metodologia será utilizada no regime transônico através de uma seção típica, e os resultados das análises serão avaliados e comparados com os obtidos pelas *NASA*, (*National Aeronautics and Space Administration*) no ensaio em túnel de vento (EDWARDS et al., 2001).

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

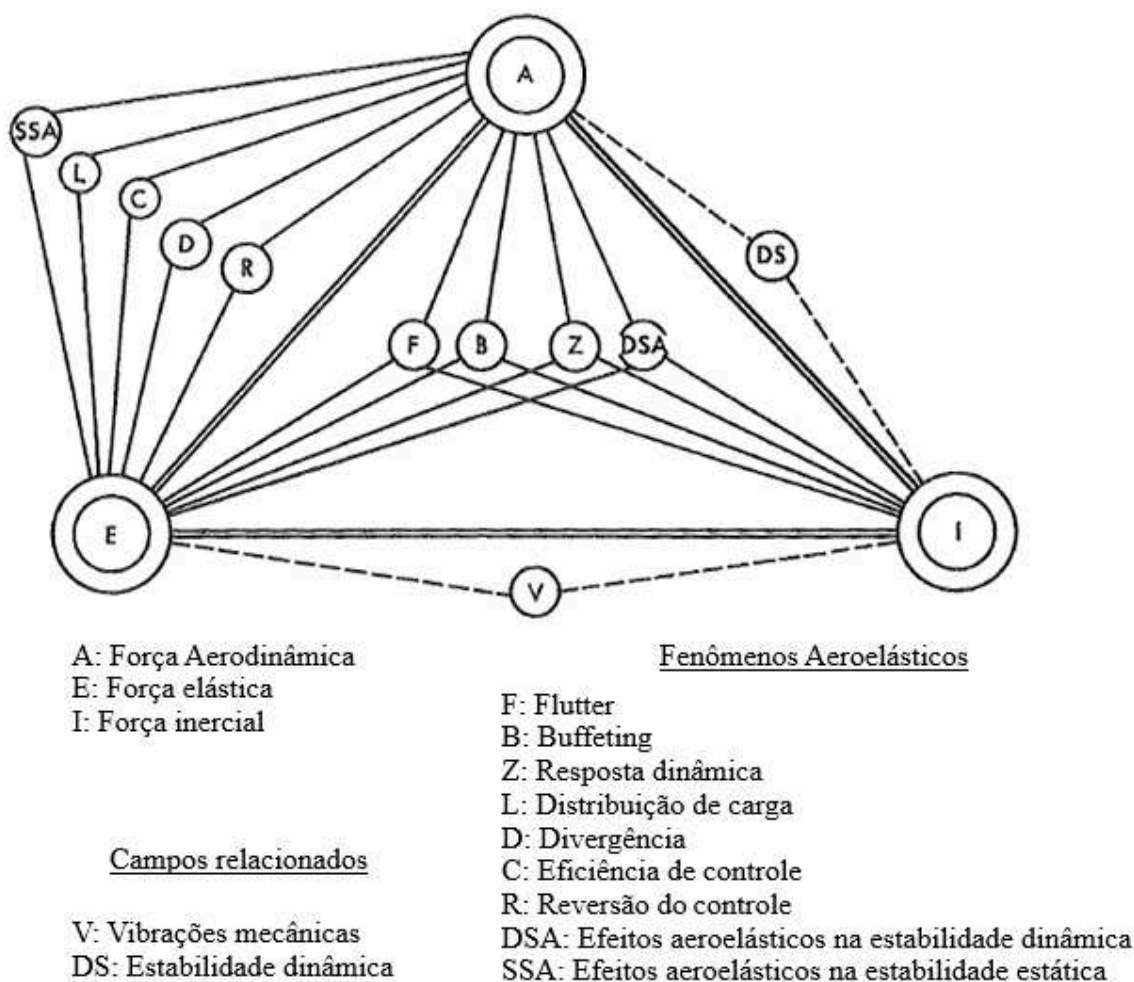
### 2.1 AEROELASTICIDADE

Segundo Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1996), nenhuma estrutura aeronáutica é totalmente rígida e, ao ser exposta a forças aerodinâmicas, normalmente sofre deformações e oscilações por flexão, torção ou pela combinação destas. A flexibilidade estrutural por si só não gera o problema; no entanto, fenômenos aeroelásticos podem surgir se a estrutura flexível for realimentada com a energia advinda do escoamento provocando deformações, as quais induzem mais forças aerodinâmicas ao sistema, que por sua vez produzem mais deformações na estrutura, num evento cíclico. Tais interações possuem duas tendências:

- O fenômeno tende a ser atenuado até atingir a condição de equilíbrio estável;
- O fenômeno tende a se intensificar, ficando cada vez mais violento, até atingir o colapso da estrutura.

Os problemas em Aeroelasticidade foram classificados por meio de um triângulo de forças, ilustrado no diagrama da Figura 1. Na figura, as forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais estão representadas pelos símbolos  $A$ ,  $E$ , e  $I$ , respectivamente, e cada fenômeno aeroelástico dinâmico e estático pode ser encontrado no diagrama de acordo com a sua relação com as três forças. Por exemplo, o fenômeno de *Flutter* ( $F$ ), encontra-se no centro do diagrama por envolver todas as três forças, tratando-se assim de um fenômeno aeroelástico dinâmico. Já o fenômeno de divergência de asa ( $D$ ), encontra-se fora do diagrama por envolver apenas as forças aerodinâmicas e elásticas, tratando-se assim, de um fenômeno aeroelástico estático (COLLAR, 1946).

Figura 1 – Diagrama de Collar



Fonte: Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1996) – adaptado pelo autor.

Dentre todos os fenômenos aeroelásticos conhecidos, o presente trabalho terá como foco o estudo de análises de *Flutter*, a fim de observar o comportamento da estrutura por meio de diagramas *Vgf*, bem como determinar a velocidade de *Flutter* (que é a velocidade onde o sistema se torna instável). Em casos mais graves, essa instabilidade pode levar ao colapso da estrutura, portanto as normas que regulam a certificação de aeronaves exigem que a velocidade de *Flutter* esteja fora do envelope de voo da aeronave, conforme circular consultiva de substituição da categoria de estabilidade aeroelástica de transporte (AC 25.629-1B, 27 de outubro, 2014).

## 2.2 REVISÃO HISTÓRICA

Fenômenos de Aeroelasticidade nos dias de hoje são fatores conhecidos e levados em consideração em um projeto de engenharia. Porém até antes da Segunda Guerra Mundial tais fenômenos eram desconhecidos para o homem devido ao fato de as aeronaves da época serem consideravelmente mais lentas que as aeronaves modernas (BISPLINGHOFF, ASHLEY e HALFMAN, 1996).

Um dos primeiros casos de *Flutter* a ser registrado foi o do bombardeiro *Handley Page O/400*, onde observou-se um caso de *Flutter* na empenagem horizontal da aeronave no início da Primeira Guerra Mundial. Lanchester e Bairstow foram os responsáveis pela investigação do que causava forte vibrações na superfície da fuselagem e na cauda do bombardeiro. Eles descobriram que a fuselagem e cauda da aeronave possuíam dois tipos de modos de vibração de baixa frequência: em um modo, os profundores oscilavam em torno de  $180^\circ$  fora de fase, já no outro modo, a fuselagem oscilava em torção. Chegaram à conclusão de que a causa do problema estava atrelada a uma possível auto-excitação devido a um acoplamento dos dois modos de vibração (BISPLINGHOFF, ASHLEY e HALFMAN, 1996).

**Figura 2 – Bombardeiro Handley Page O/400**



Fonte: Australian War Memorial (1918). Disponível em: <https://www.awm.gov.au/collection/C41844>. Acesso em 13/03/2024.

O caso mais famoso de *Flutter* aconteceu no estado de Washington em 7 de novembro de 1940. O fenômeno foi provocado por fortes rajadas de vento, sendo registradas velocidades de aproximadamente 64 km/h, levando ao colapso da ponte de Tacoma Narrows, uma ponte que interligava a cidade de Tacoma em Washington, à península de Kitsap (FUNG, 1993).

**Figura 3 – Colapso da ponte de Tacoma Narrows, 7 de novembro de 1940**



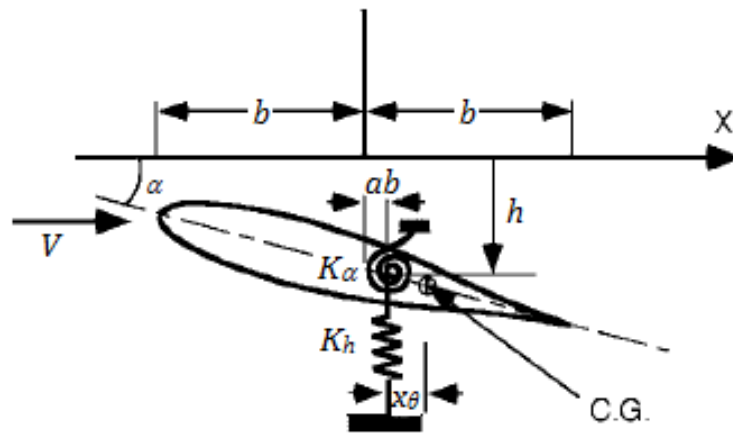
**Fonte: F. B. Farquharson (1940) *apud* Fung (1993).**

A ponte possuía uma estrutura suspensa, com um vão central de 850 metros e dois vãos laterais de 335 metros cada, com uma largura de aproximadamente 12 metros e com a estrutura do reforçamento do tipo viga-placa. Oscilações verticais de amplitudes consideráveis foram observadas no momento que a ponte foi erguida, tais oscilações continuaram até sua queda, porém a estrutura não sofreu nenhum dano proveniente destas. Na manhã de 7 de novembro de 1940, quatro meses após a inauguração da ponte, fortes ventos provocaram um movimento de torção na região do vão central. Como resultado desta interação com um vento a 64 km/h, a frequência da oscilação diminuiu subitamente de 37 para 14 ciclos por minuto e a amplitude do movimento cresceu violentamente até a falha da estrutura (FUNG, 1993).

### 2.3 FENÔMENO DE FLUTTER

O *Flutter* é, sem dúvidas, o fenômeno aeroelástico mais importante e o mais difícil de se prever (COLLAR, 1978). Aqui será introduzido um tipo de *Flutter* utilizando uma seção típica e um modelo aerodinâmico de escoamento não-estacionário (Figura 4). Para simplificação, foram definidas como as equações do movimento as equações (1) e (2) (DOWELL, 2015):

Figura 4 – Convenção utilizada para as equações



Fonte: Nam, Kim e Weisshaar (2001) – adaptado pelo autor.

$$m\ddot{h} + K_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} = -L \quad (1)$$

$$I_\alpha \ddot{\alpha} + S_\alpha \dot{h} + K_\alpha \alpha = M \quad (2)$$

onde tem-se como modelo aerodinâmico:

$$L = qS \left( \frac{\partial C_L}{\partial h} h + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha \right) \quad (3)$$

$$M = qSl \left( \frac{\partial C_m}{\partial h} h + \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \alpha \right) \quad (4)$$

Ao se aplicar o modelo aerodinâmico nas equações (1) e (2), tem-se as equações (5) e (6):



$$m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha} + K_h h + qS \left( \frac{\partial C_L}{\partial h} h + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha \right) = 0 \quad (5)$$

$$I_\alpha\ddot{\alpha} + S_\alpha\ddot{h} + K_\alpha\alpha - qSl \left( \frac{\partial C_m}{\partial h} h + \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \alpha \right) = 0 \quad (6)$$

As soluções do sistema de equações representados por (5) e (6) são da forma apresentada em (7) e (8):

$$h = \bar{h}e^{pt} \quad (7)$$

$$\alpha = \bar{\alpha}e^{pt} \quad (8)$$

Os valores de  $p$  representam o comportamento do sistema aeroelástico e são fruto da solução de um problema de autovalor, associado às equações (5) e (6). A fim de investigar a estabilidade do sistema, analisa-se o valor de  $p$ . Se a parte real de qualquer valor de  $p$  é positiva, o movimento irá divergir exponencialmente com o tempo, definindo a seção típica como instável. Para determinar, substitui-se as equações (7) e (8) em (5) e (6). Assim, utilizando-se a notação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [mp^2 + K_h] + qS \left( \frac{\partial C_L}{\partial h} \right) & S_\alpha p^2 + qS \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) \\ S_\alpha p^2 - qSl \left( \frac{\partial C_m}{\partial h} \right) & I_\alpha p^2 + K_\alpha - qSl \left( \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h}e^{pt} \\ \bar{\alpha}e^{pt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Transforma-se a equação (9) em adimensional por meio da divisão da primeira linha por  $(mb)$  e da segunda linha por  $(mb^2)$  e sabendo que:

$$K_h = m\omega_h^2 \quad (10)$$

$$K_\alpha = I_\alpha\omega_\alpha^2 \quad (11)$$

$$S_\alpha = mx_\theta \quad (12)$$

$$I_\alpha = mr_\theta^2 \quad (13)$$

substituindo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [p^2 + \omega_h^2] + \frac{q S}{m b} \frac{\partial C_L}{\partial \left(\frac{h}{b}\right)} & x_\theta p^2 + \frac{q S}{m b} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ x_\theta p^2 - \frac{q S l}{m b b} \frac{\partial C_m}{\partial \left(\frac{h}{b}\right)} & r_\theta^2 p^2 + r_\theta^2 \omega_\alpha^2 - \frac{q S l}{m b b} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h}/b \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Rearranjando os termos, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\theta^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h}/b \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -p^2 - \frac{q S}{m b} \frac{\partial C_L}{\partial \left(\frac{h}{b}\right)} & -x_\theta p^2 - \frac{q S}{m b} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ -x_\theta p^2 + \frac{q S l}{m b b} \frac{\partial C_m}{\partial \left(\frac{h}{b}\right)} & -r_\theta^2 p^2 + \frac{q S l}{m b b} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h}/b \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Há diversos métodos para solucionar os problemas de *Flutter*. O método escolhido e utilizado neste trabalho é o método V-g (NAM, KIM e WEISSHAAR, 2001).

Admitindo que:

$$p = i\omega \quad (16)$$

$$\Omega^2 = \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2} \quad (17)$$

reescreve-se a equação (15) para a seguinte forma matricial:

$$[K_{ij}] \begin{Bmatrix} \bar{h}/b \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} = \Omega^2 [A_{ij} + M_{ij}] \begin{Bmatrix} \bar{h}/b \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

O método V-g assume inicialmente um valor para o amortecimento estrutural artificial,  $g$ :

$$[K_{ij}] = (1 + ig)[K_{ij}] \quad (19)$$

Esse amortecimento artificial indica o amortecimento requerido para o movimento harmônico. Os autovalores da equação do movimento representam um ponto limite para que tenha a ocorrência de *Flutter*, que ocorre caso o valor correspondente de  $g$  seja igual ao seu valor assumido. Para dada frequência reduzida:

$$k = \frac{\omega b}{V} \quad (20)$$

Define-se um problema de autovalor de números complexos:

$$\frac{(1 + ig)}{\Omega^2} [K_{ij}] \left\{ \frac{\bar{h}/b}{\bar{\alpha}} \right\} = [A_{ij} + M_{ij}] \left\{ \frac{\bar{h}/b}{\bar{\alpha}} \right\} \quad (21)$$

cujo autovalor pode ser definido por:

$$\lambda = \frac{(1 + ig)}{\Omega^2} = \lambda_{Re} + i\lambda_{Im} \quad (22)$$

A partir desse autovalor, tem-se:

$$\frac{1}{\lambda_{Re}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_\theta^2} \quad (23)$$

$$g = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} \quad (24)$$

O problema de autovalores com números complexos é resolvido iniciando com altos valores de  $k$  e reduzindo o mesmo de forma iterativa, até que a velocidade de *Flutter* seja encontrada. Caso não haja nenhum amortecimento estrutural no sistema, quando o amortecimento artificial,  $g$ , for positivo, o *Flutter* ocorrerá.

A partir dos resultados obtidos pelo método V-g, é possível gerar os diagramas *Vgf*, que permitem observar o comportamento aeroelástico da seção típica e identificar a velocidade de *Flutter*.

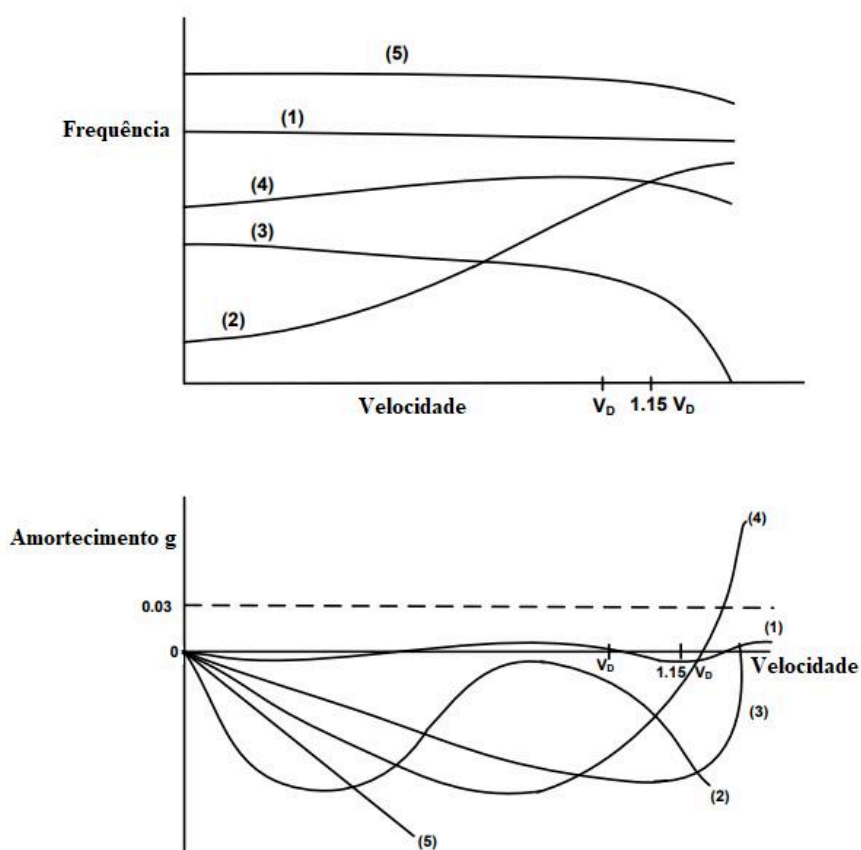
Dentre os comportamentos conhecidos para *Flutter*, tem-se dois casos característicos:

- O caso de *Hump Mode*, representado pela curva 1 (Figura 5), onde a instabilidade do sistema é menos crítica e possui mais chances de ser suprimida;

- O caso explosivo, representado pela curva 4 (Figura 5), onde a instabilidade do sistema é crítica e cresce exponencialmente.

Segundo as normas, entre os comportamentos típicos, o que requer mais atenção, para a operação ou certificação da aeronave, é o caso de *Flutter* explosivo. Já o comportamento de *Hump Mode*, para os casos nos quais a estrutura dissipa o fenômeno, ele não é considerado crítico para *Flutter*. Para a certificação da aeronave, nenhum modo de vibração deve cruzar a linha de  $g=0$  (instável) abaixo da  $V_D$ , e não deve exceder  $g=0,03$  abaixo de  $1,15 V_D$ , conforme circular consultiva de substituição da categoria de estabilidade aeroelástica de transporte (AC 25.629-1B, 27 de outubro, 2014).

Figura 5 – Exemplo de diagrama  $Vgf$



Fonte: AC 25.629-1B (2014) – adaptado pelo autor.

### 3 METODOLOGIA

O presente trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia para análise de *Flutter*, através do método V-g, utilizando análises de *CFD* para a definição das matrizes aerodinâmicas da equação (18). A metodologia será inicialmente aplicada no perfil NACA64A010 em regime subsônico, o qual possui resultados conhecidos na literatura, para ser realizada uma avaliação e validação.

O modelo Mavric, desenvolvido pela *NASA*, foi testado em túnel de vento, com o objetivo de obter dados experimentais adequados para validação dos resultados de Aeroelasticidade computacionais, em faixas do regime transônico. Este modelo será utilizado no presente trabalho para uma avaliação dos resultados obtidos com a metodologia, para o regime transônico (EDWARDS et al., 2001). Os cálculos serão feitos por métodos analíticos e simulações computacionais. Serão desenvolvidas as seguintes etapas:

- a) Criação do código para o método V-g em *Python*, para a resolução dos problemas de autovalores. Este código originará os resultados que construirão os diagramas *Vgf*;
- b) Definição dos códigos para as análises de *CFD*, considerando dois casos não-estacionários. No primeiro, o perfil oscilará em um movimento de *Plunge* com um deslocamento vertical  $h$ , no segundo o perfil oscilará em um movimento de *Pitch* com um deslocamento angular  $\alpha$ ;
- c) Avaliação da metodologia com o perfil NACA64A010 no regime subsônico, onde duas maneiras distintas de se obter os valores para a matriz aerodinâmica serão comparadas: a primeira é analítica, gerada através da função de Theodorsen; e a segunda é através de simulações aerodinâmicas não-estacionárias, utilizando o *software* livre SU2;
- d) Análise de elementos finitos, para a obtenção das linhas nodais e frequências dos modos de torção e flexão do modelo Mavric. Esses resultados serão utilizados na definição da seção típica para as análises de *CFD*. Para a análise de elementos finitos foi utilizado o *software* Femap;

- e) Implementação da metodologia no perfil SC2-0409p5, que foi desenvolvido para representar o modelo Mavric, de forma a avaliar a metodologia no regime transônico. Para a criação da malha da seção típica foi utilizado o *software ICEM CFD*.

## 4 DESENVOLVIMENTO

### 4.1 CRIAÇÃO DO CÓDIGO EM *PYTHON* PARA O MÉTODO V-G

As equações desenvolvidas anteriormente, onde apresentou-se a solução para um problema de estabilidade aeroelástica numa seção típica, foram adaptadas de um código em Matlab, apresentado por Nam, Kim e Weisshaar (2001), para um código em *Python*. A matriz aerodinâmica  $A_{ij}$ , da equação (18), na versão original do código em Matlab, é desenvolvida internamente utilizando a função de Theodorsen, (THEODORSEN, 1949). Esta função é representada pela equação (25):

$$C(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} \quad (25)$$

Para o código adaptado em *Python*, encontrado no apêndice A, a matriz aerodinâmica será obtida por meio de uma transformada de Fourier dos coeficientes de sustentação e momento, obtidos das simulações não-estacionárias. As simulações serão realizadas para valores preestabelecidos de frequências reduzidas, os quais foram determinados através de uma comparação dos resultados fornecidos pelos dois códigos. Dessa forma, estabeleceram-se os seguintes valores,  $k = [0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,07; 0,09; 0,12; 0,16; 0,20; 0,25; 0,30; 0,40; 0,50; 0,70; 1,00; 1,50; 2,00]$ .

Para a solução do problema de estabilidade aeroelástica, os dados de entrada representados na Tabela 1 são requeridos para ambos os códigos.

**Tabela 1 – Dados de entrada para a solução de estabilidade aeroelástica**

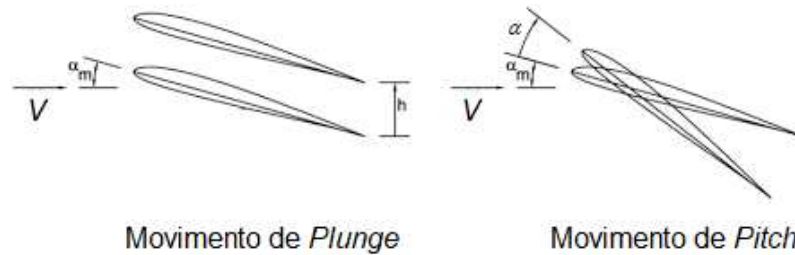
Dado	Unidade
$x_\theta$	m
$r_\theta$	m
$\mu$	-
$\omega_h$	rad/s
$\omega_\alpha$	rad/s
$a$	-

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

## 4.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS PARA ANÁLISE DE *CFD*

Para as análises de *CFD* serão simulados dois casos de movimentos distintos, conforme representados na Figura 6:

**Figura 6 – Definição dos movimentos de *Plunge* e *Pitch***



**Fonte: McGowan et al. (2011) – adaptado pelo autor.**

Na figura, apresenta-se um perfil com um ângulo de ataque, representado por  $\alpha_m$  e deslocamentos vertical e angular, representados por  $h$  e  $\alpha$ , respectivamente (MCGOWAN et al., 2011). Os resultados para ambos os casos darão origem a uma amplitude num movimento senoidal, que varia de acordo com a sua frequência angular. A frequência angular do movimento será calculada para cada valor de frequência reduzida, conforme demonstra a equação (26):

$$k_\Omega = \frac{Vk}{b} \quad (26)$$

Para as simulações de cada valor de frequência angular, os valores de passo no tempo e o tempo máximo de simulação precisarão ser calculados, conforme demonstram as equações (27) e (28):

$$t_s = \frac{2\pi}{k_\Omega n} \quad (27)$$

$$M_t = \frac{2\pi}{k_\Omega} N \quad (28)$$

Conforme descrito anteriormente, as simulações serão realizadas para dois regimes de escoamento, subsônico e transônico. Foi definido que para o regime



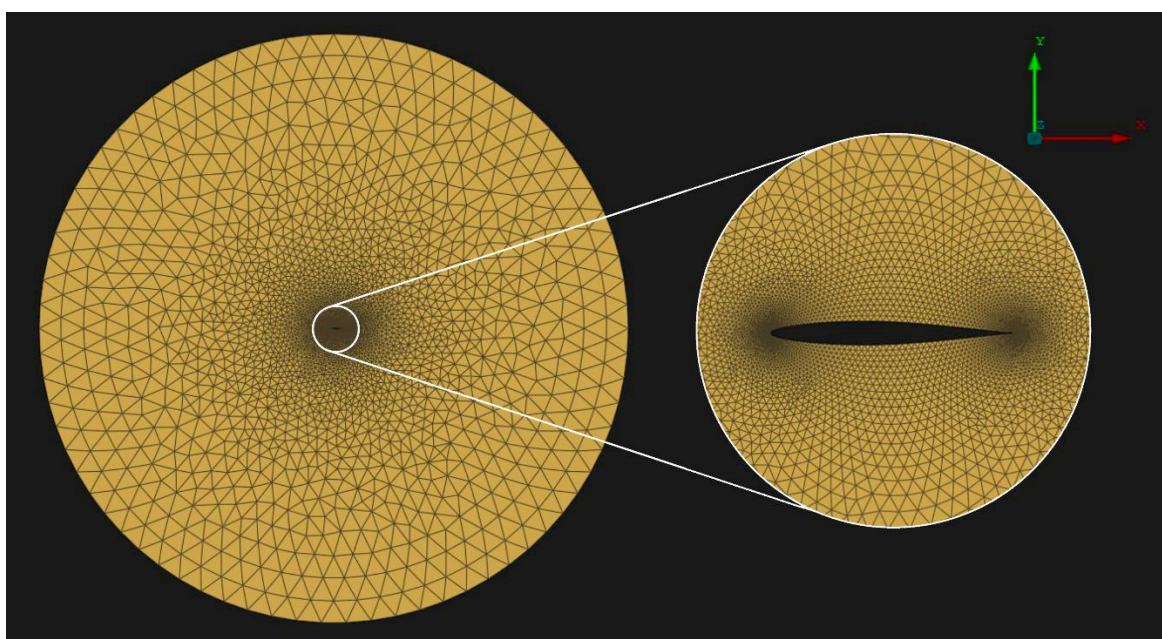
subsônico, a solução seria do tipo Euler, sem modelo de turbulência e com um fluxo do tipo incompressível (HIRSCH, 2007). Para a solução no regime transônico, utilizou-se RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes) considerando um modelo de turbulência SA (Spalart-Allmaras), com um fluxo do tipo compressível (NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION, 2023). Os códigos utilizados para as simulações em cada regime podem ser encontrados no apêndice B.

### 4.3 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA COM O PERFIL NACA64A010

#### 4.3.1 Definição dos parâmetros para o regime subsônico

Após a definição dos códigos para o método V-g e dos códigos para as análises de *CFD* a serem realizadas, partiu-se para uma implementação para o regime subsônico. Para a representação do perfil utilizado no estudo de Nam, Kim e Weisshaar (2001) foi escolhido o perfil NACA64A010 por ser um perfil simétrico de baixa espessura, cuja malha utilizada nas análises foi retirada dos arquivos disponibilizados gratuitamente dentro do *software* livre SU2 (Figura 7). A fronteira externa da malha situa-se numa distância equivalente a 40 cordas do centro do perfil.

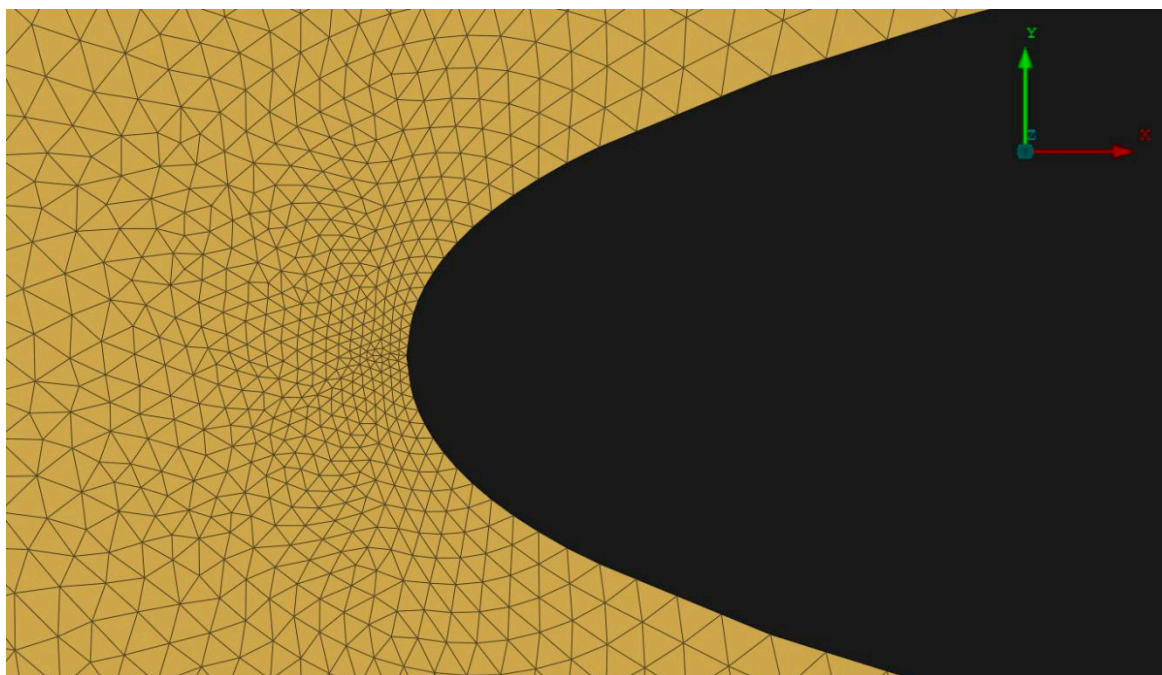
Figura 7 – Malha do perfil NACA64A010



Fonte: Elaborado pelo autor.

A malha é mais refinada na região do bordo de ataque e do bordo de fuga do perfil, conforme exemplifica a Figura 8. A finalidade desse refinamento na malha é a de se capturar, com uma maior precisão, os efeitos aerodinâmicos nas regiões onde se espera uma maior variação de parâmetros do escoamento (FERZIGER e PERIĆ, 2002).

**Figura 8 – Malha no bordo de ataque do perfil NACA64A010**



**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Os dados utilizados para a avaliação da metodologia foram retirados do livro de Nam, Kim e Weisshaar (2001). Os valores de amplitude do movimento e velocidade do escoamento foram escolhidos de forma arbitrária, enquanto o número de períodos e de passos por período para as simulações foram determinados de forma interativa, variando seus valores até que os resultados das simulações convergissem.

Todos os dados utilizados tanto para as simulações de *CFD* quanto para os cálculos do método V-g estão representados na

Tabela 2, onde o valor da origem do movimento  $M_0$ , referente ao sistema de coordenada da malha (utilizado para a simulação do caso de oscilação em *Pitch*), foi determinado pela equação (29).

$$M_0 = (a + 1)b \quad (29)$$

Tabela 2 – Dados de entrada para o perfil NACA64A010

Dado	Valor	Unidade
$x_\theta$	0,2	m
$r_\theta$	0,5	m
$\mu$	20	-
$\omega_h$	0,6	rad/s
$\omega_\alpha$	2	rad/s
$a$	-0,1	-
$n$	100	Passos por período
$N$	5	Períodos
$M_0$	45	% da corda
$h$	0,2	m
$\alpha$	0,5	°
$V$	100	m/s
$\rho$	1,225	kg/m <sup>3</sup>
$l$	1	m
$S$	1	m <sup>2</sup>

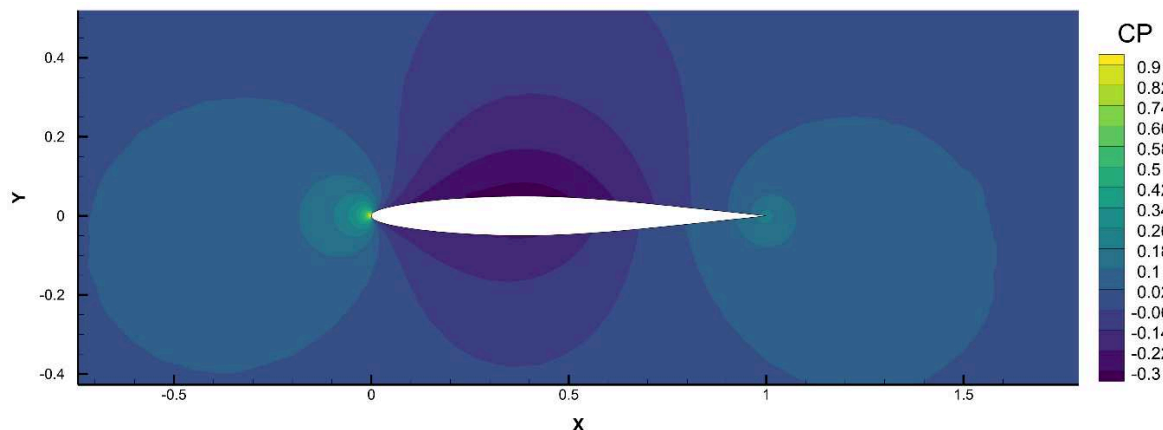
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.2 Resultados para o regime subsônico

Para o regime subsônico, foram realizadas ao todo 34 simulações, sendo simulado para cada movimento oscilatório, *Plunge* e *Pitch*, 17 valores de frequência reduzidas  $k$ .

Na Figura 9, elaborada através do *software* Tecplot, é possível observar a distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil, para um caso de oscilação em *Pitch* na frequência reduzida de  $k=0,5$ . A partir da figura, é possível verificar que o perfil apresenta um comportamento característico para regime subsônico, observando-se uma variação suave do coeficiente de pressão e sem a presença de descontinuidade. Não foi constatada no estudo nenhuma influência significativa da discretização (malha) na distribuição de pressão.

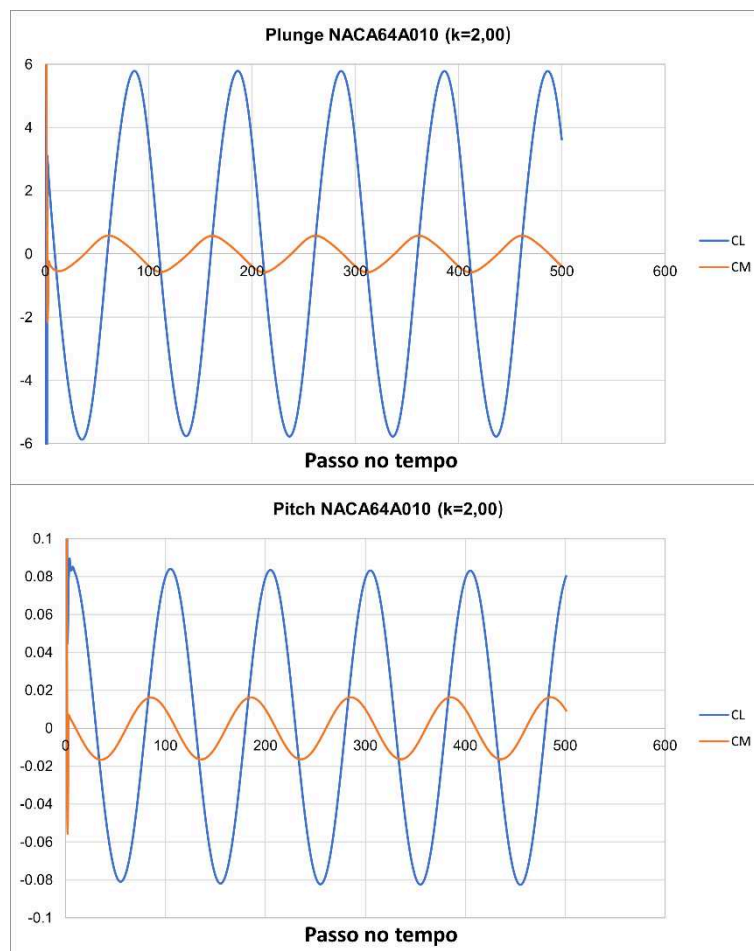
**Figura 9 – Distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil NACA64A010**



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 10, é possível observar a convergência dos resultados dos coeficientes para um caso mais crítico (alto valor de frequência reduzida).

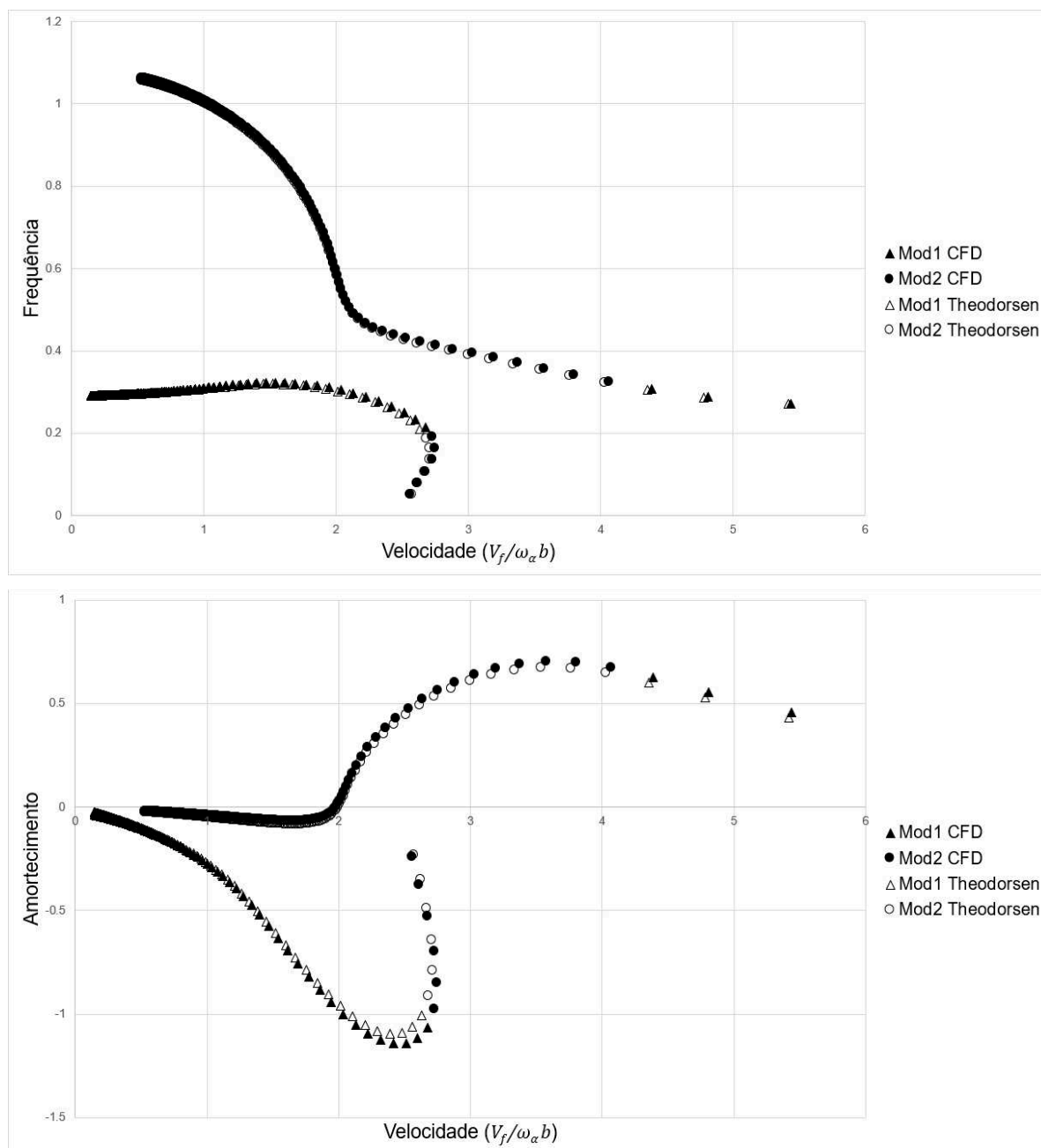
**Figura 10 – Convergência para  $k=2,00$  NACA64A010**



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos resultados das simulações para cada uma das frequências reduzidas, foi aplicada a transformada de Fourier nos valores dos coeficientes de sustentação e de momento. Os resultados desta operação alimentaram o código para o cálculo do diagrama  $V_{gf}$ , o qual foi comparado com o diagrama obtido pela função de Theodorsen (THEODORSEN, 1949), conforme demonstra a Figura 11.

**Figura 11 – Diagrama  $V_{gf}$  do perfil NACA64A010**



**Fonte: Elaborado pelo autor.**

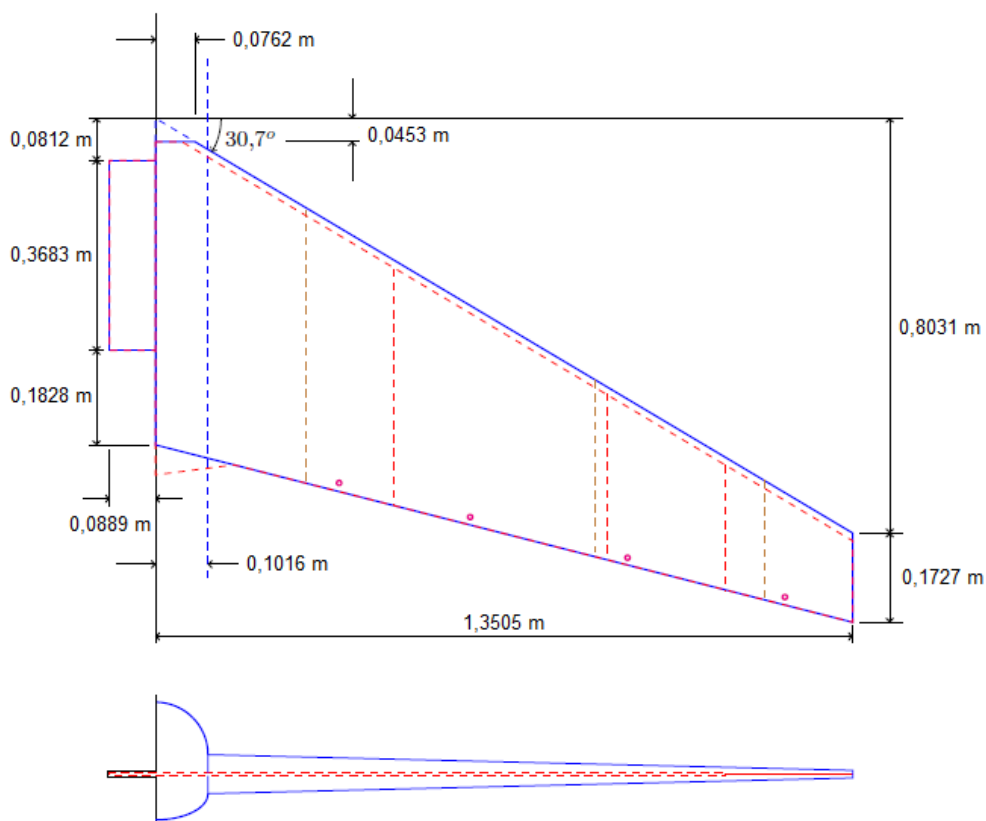
Comparando os diagramas é possível perceber que o método analítico e as simulações de *CFD* convergiram para o mesmo resultado.

#### 4.4 ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS

##### 4.4.1 Definição dos parâmetros geométricos

Através do estudo conduzido por Edwards et al. (2001), foram coletados os dados da geometria da asa a ser avaliada, representados na Figura 12. A parte ilustrada na cor azul corresponde à geometria externa e está relacionada à madeira balsa, a qual forma o perfil aerodinâmico da asa. A espessura relativa do perfil é de 12,66% na raiz e 8,5% na ponta da asa.

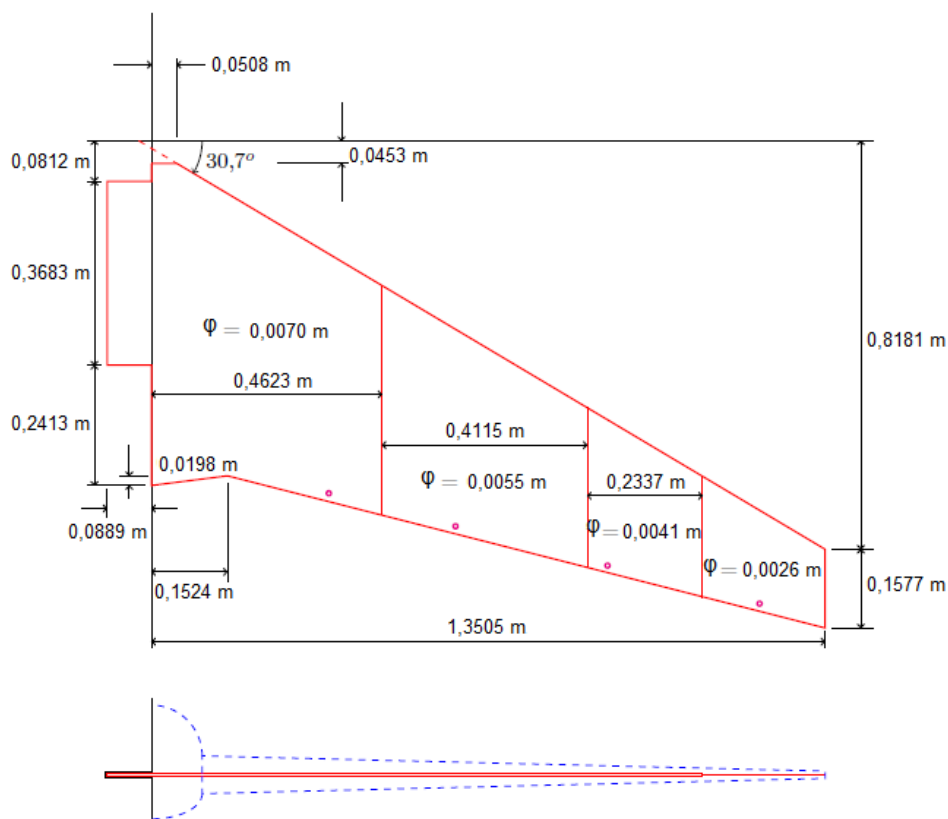
**Figura 12 – Desenho esquemático do modelo aerodinâmico**



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a parte estrutural do modelo (Figura 13), foi utilizado alumínio, porém no estudo realizado Edwards et al. (2001), a liga metálica empregada não foi revelada; dessa forma, foi assumida a liga AL-2024. Toda a região vermelha na figura corresponde à placa de alumínio que compõe a estrutura da asa. A espessura  $\varphi$  varia para cada região da placa, conforme demonstrado na Figura 13.

**Figura 13 – Desenho esquemático do modelo estrutural**



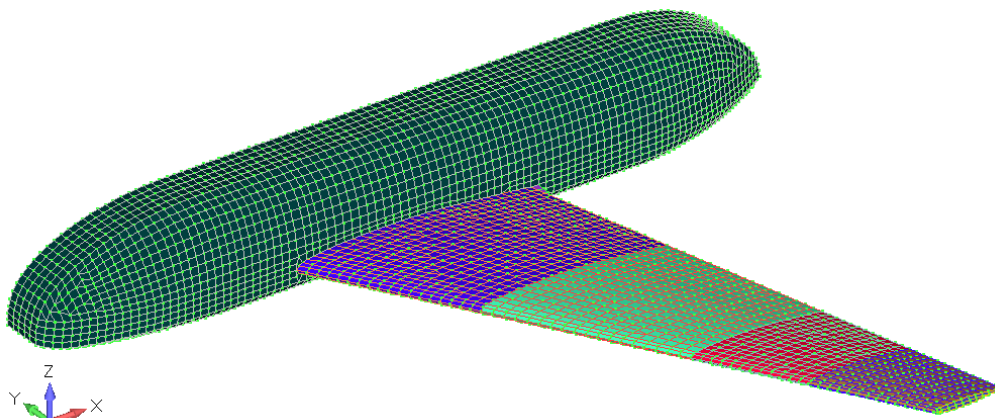
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2 Análise modal em Elementos Finitos

Através do *software* Femap e com as partes aerodinâmicas e estruturais definidas, foi criado um modelo em elementos finitos cujas propriedades foram também obtidas dos estudos conduzidos por Edwards et al. (2001). A modelagem consistia num meio modelo, onde foram considerados o peniche, o revestimento de madeira balsa e a folha de alumínio. O meio modelo está apresentado na Figura 14, na qual as cores representam espessuras e materiais distintos.



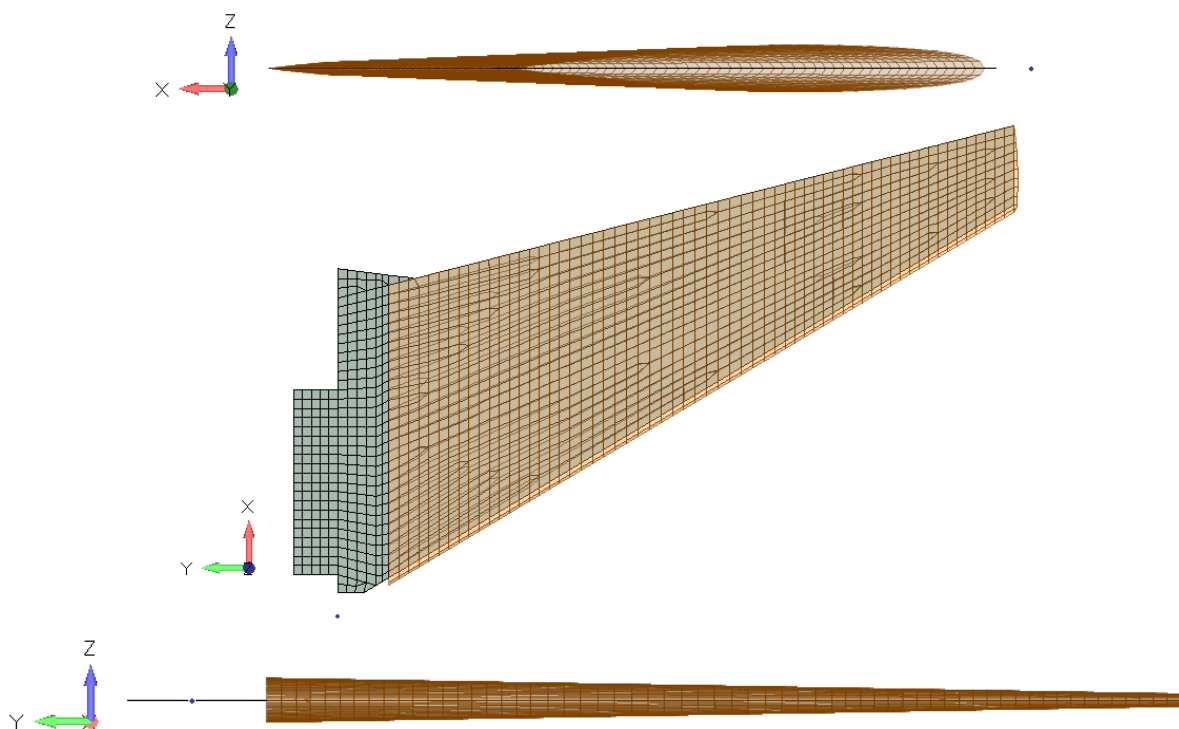
Figura 14 – Meio modelo em elementos finitos



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 15 representa as três vistas desta asa sem o peniche, sendo composta apenas da folha de alumínio e do revestimento em madeira balsa.

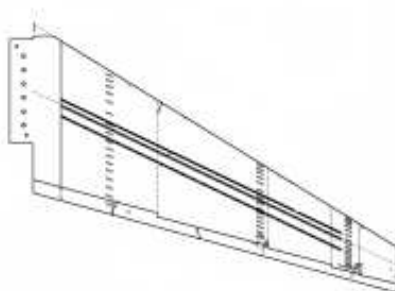
Figura 15 – Asa com folha de alumínio e revestimento em madeira balsa



Fonte: Elaborado pelo autor.

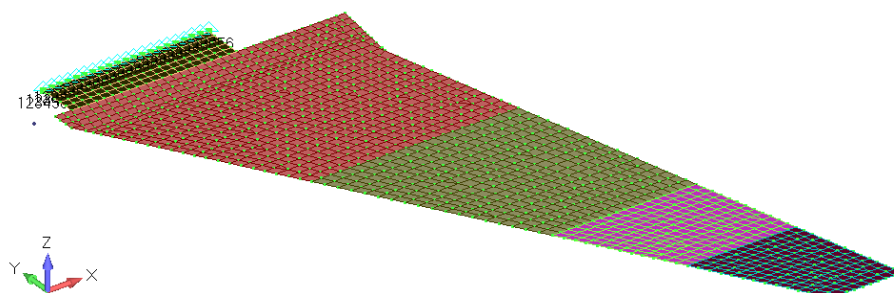
A análise modal realizada por Edwards et al. (2001), foi feita considerando apenas a folha de alumínio e com uma condição de contorno do tipo “*clamped/morsa*”, conforme demonstra a Figura 16.



**Figura 16 – Modelo NASA para análise modal**

Fonte: Edwards et al. (2001) – adaptado pelo autor.

Para manter a consistência e reproduzir os resultados obtidos pelo estudo, foi feita uma análise modal através da SOL103 do Nastran (MSC SOFTWARE CORPORATION, 2021), considerando também apenas a folha de alumínio. No entanto, ao aplicar a mesma condição de contorno descrita por Edwards et al. (2001), foram observadas divergências nos resultados. A fim de calibrar a condição de contorno com os dados disponíveis para a construção da folha de alumínio, foram testadas diversas configurações de distribuição de espessura (ao longo da corda), distribuição de massa (instrumentação aplicada à placa) e variação da condição de contorno (KWON e BANG, 2000). A configuração cujos resultados ficaram mais próximos do estudo em questão foi aquela em que apenas a condição de contorno foi variada, considerando engastamento apenas na linha da raiz do dente da folha de alumínio (Figura 17).

**Figura 17 – Folha de alumínio utilizada na análise modal**

Fonte: Elaborado pelo autor.

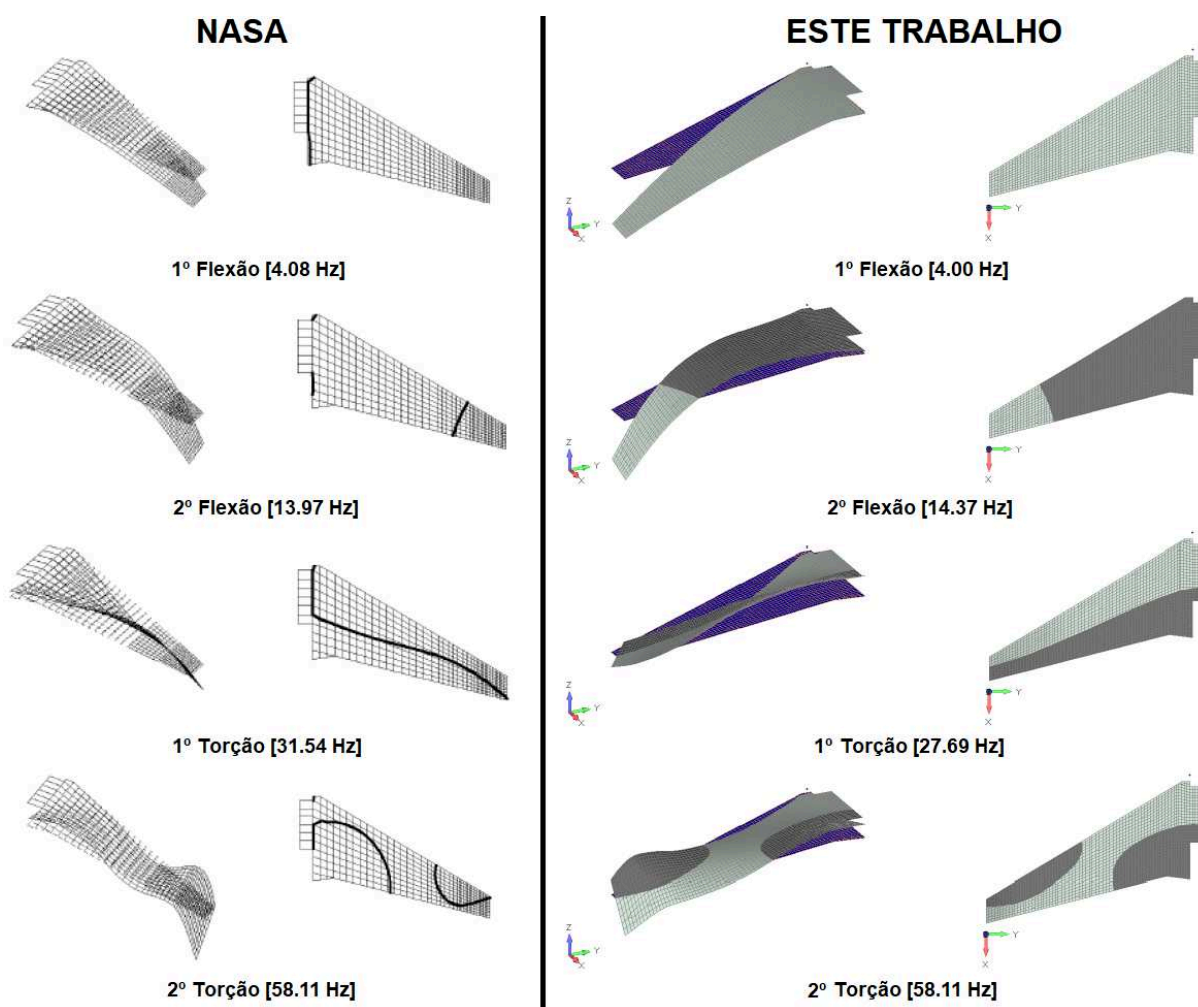
Os resultados das análises modais do modelo em elementos finitos, foram comparados com os obtidos do estudo de Edwards et al. (2001), conforme demonstrado na Tabela 3 e na Figura 18.

Tabela 3 – Frequências da análise modal do modelo Mavric

Modos	NASA Analítico [Hz]	NASA Experimental [Hz]	Este trabalho [Hz]
1º Flexão	4,08	4,07	4,00
2º Flexão	13,97	14,04	14,37
1º Torção	31,54	31,76	27,69
3º Flexão	31,99	32,59	31,67
2º Torção	58,11	57,79	56,73
4º Flexão	58,79	61,89	58,81
3º Torção	88,23	90,87	86,29
5º Flexão	92,21	97,57	92,19

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Formas modais e linhas nodais do modelo Mavric

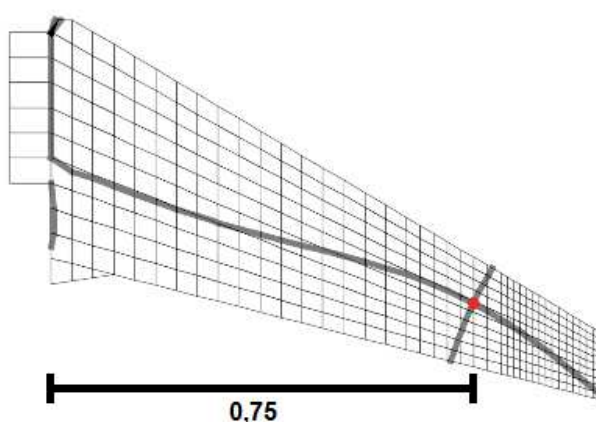


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3 Definição da seção típica

A partir dos resultados obtidos pelas análises modais, foi definida uma seção típica que representa o perfil utilizado no estudo de Edwards et al. (2001) nas análises de *CFD* para o regime transônico. A seção típica foi determinada pela região que contém o ponto de intersecção dado pela sobreposição das linhas nodais do 2º modo de flexão e do 1º modo de torção, ilustrado na Figura 19.

**Figura 19 – Intersecção das linhas nodais**



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como citado anteriormente, a espessura relativa do perfil da asa varia em torno de sua envergadura: 12,66% na raiz e 8,5% na ponta da asa. Conforme demonstrado na figura anterior, a seção típica encontra-se a aproximadamente 75% da envergadura da asa; dessa forma, estimou-se a espessura relativa da seção típica em 9,5%.

Para a representação da geometria do perfil, foram escolhidos dois perfis supercríticos (característicos do regime transônico) com espessuras relativas de 6% e 10%. A partir destes perfis, foi realizada uma interpolação através do *software* XLFR5, para ajustar a espessura relativa do perfil para 9,5%. Assim, foi gerado o perfil denominado neste trabalho como SC2-0409p5 (Figura 20).

**Figura 20 – Geometria do perfil SC2-0409p5**



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 4.5 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA NO MODELO MAVRIC

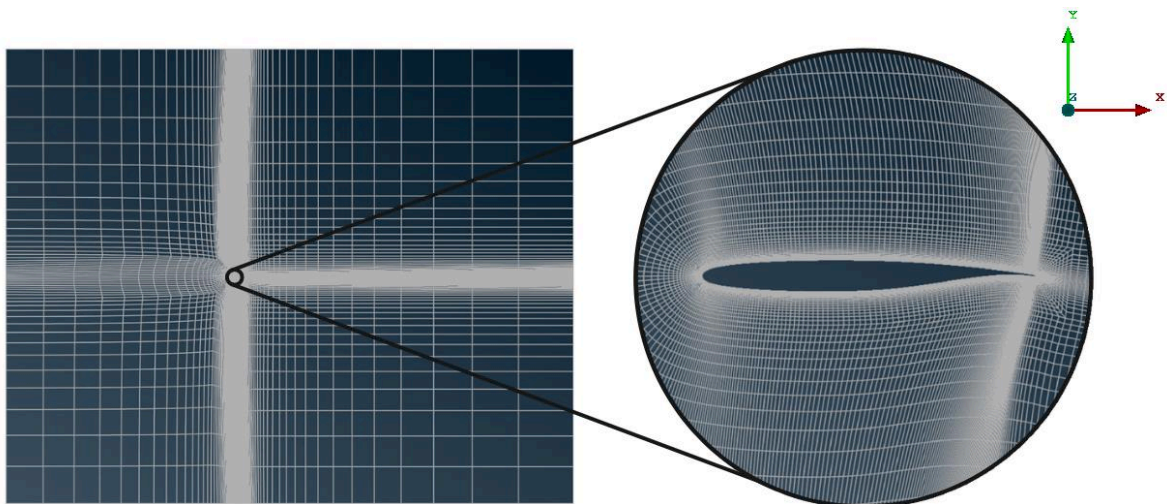
### 4.5.1 Criação da malha para o perfil SC2-0409p5

A partir da geometria do perfil SC2-0409p5, foi gerada uma malha do tipo estruturada para as análises de *CFD* através do *software* ICEMCFD (Figura 21). Ao se criar a malha foram adotados os seguintes dados:

- Altitude ao nível do mar (0m);
- Mach de referência de 0,8;
- Temperatura de 15C° ou 388,15 K;
- Pressão ao nível do mar (101,325 KPa);
- Velocidade do escoamento de 272,23 m/s.

A fronteira externa da malha situa-se numa distância equivalente a 50 cordas do centro do perfil.

Figura 21 – Malha do perfil SC2-0409p5

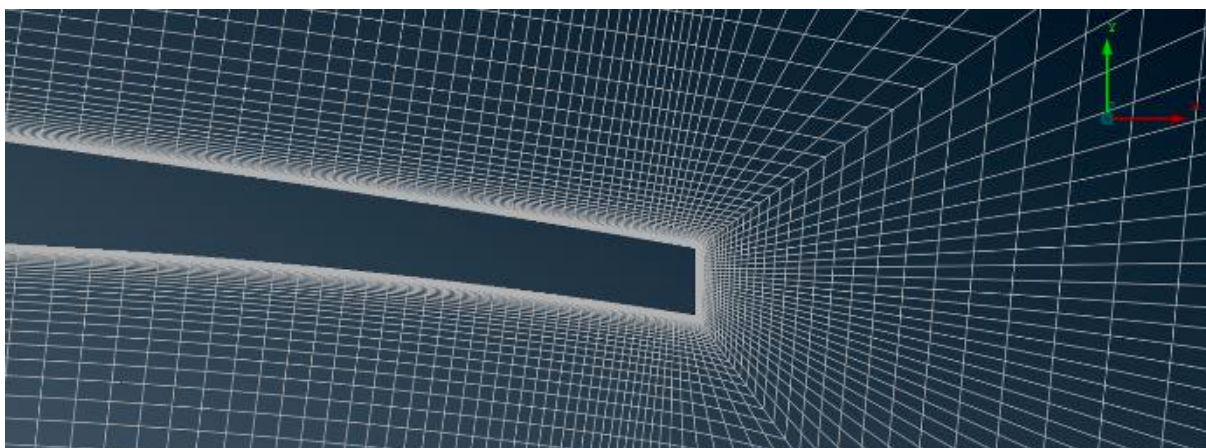


Fonte: Elaborado pelo autor.

De maneira similar a malha do perfil NACA64A010, foram realizados refinamentos nas regiões onde se espera uma maior sensibilidade nos resultados do escoamento. As áreas a jusante e a montante do perfil foram refinadas para uma maior precisão nos gradientes de pressão. Já a área atrás do perfil foi refinada para observar os efeitos da esteira (FLETCHER, 1990). Por se tratar de uma malha estruturada, essas regiões foram refinadas da superfície do perfil até a fronteira externa da malha (FERZIGER e PERIĆ, 2002).

Neste caso, como o cálculo leva em consideração a presença de efeitos viscosos, há um refinamento da malha na região próxima à parede do perfil para a resolução adequada da camada limite, conforme demonstra a Figura 22.

**Figura 22 – Refinamento na região próxima a parede do perfil**



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### **4.5.2 Definição dos dados para o regime transônico**

Após a criação da malha os dados para as análises de *CFD*, foram calculados com base nas informações disponibilizadas no estudo de Edwards et al. (2001). Foi definido que, similarmente ao estudo, três números de Mach serão analisados  $M_a = [0,80; 0,90; 0,95]$ .

O túnel de vento *NASA Langley Transonic Dynamic Tunnel*, utilizado nas análises de Edwards et al. (2001) encontra-se na cidade de Hampton, no estado da Virginia (EUA), com uma elevação de 3,05m; dessa forma foi adotada como a

temperatura de estagnação no túnel a temperatura padrão ao nível do mar. Com esses dados, foi calculada a temperatura no túnel para cada número de Mach.

$$T = \frac{T_t}{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_a^2} \quad (30)$$

Com o valor da temperatura no túnel, foi calculada a velocidade do escoamento através das equações (31) e (32).

$$V_s = \sqrt{\gamma RT} \quad (31)$$

$$V = V_s M_a \quad (32)$$

Em seguida, pode-se obter o número de Reynolds por meio da equação (33),

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu_{ar}} \quad (33)$$

cujo valor da viscosidade do ar, pode ser calculado pela equação de Sutherland (34).

$$\mu_{ar} = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1,5} \left(\frac{T_0 + 110,4}{T + 110,4}\right) \quad (34)$$

A origem do movimento  $M_0$ , para as análises que oscilarão em *Pitch*, foi determinada pela intersecção das linhas nodais (Figura 19), onde observa-se que o ponto de intersecção se encontra a aproximadamente 45% da corda. Dessa forma, é possível obter o parâmetro  $a$  (cuja convenção está demonstrada na Figura 4) pela equação (29).

A metodologia utilizada para a construção da asa no estudo de Edwards et al. (2001) possibilita a consideração de que haja uma distribuição de massa constante ao longo da corda; dessa forma, os valores que representam a distância até o centro de massa  $x_\theta$  e o raio de giração do perfil  $r_\theta$  podem ser calculados pelas equações (35) e (36).

$$x_{\theta} = -a \quad (35)$$

$$r_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{3} + a^2} \quad (36)$$

Conforme descrito no trabalho de Edwards et al. (2001), houve uma variação de pressão dinâmica nos ensaios. A fim de simular essas condições, o valor da razão de massa  $\mu$  será variado até que a condição de *Flutter* seja encontrada.

Considerando que para o regime transônico existe uma maior sensibilidade nos resultados em relação ao regime subsônico, os valores para a amplitude do movimento foram redefinidos. Os valores de frequência angular do movimento, passo no tempo e tempo máximo de simulação serão calculados pelas equações (26), (27) e (28) respectivamente.

Todos os dados utilizados nesta implementação estão representados pela Tabela 4, enquanto os dados que foram calculados para cada número de Mach se encontram na Tabela 5.

**Tabela 4 – Dados gerais de entrada para o perfil SC2-0409p5**

Dado	Valor	Unidade
$x_{\theta}$	0,1	m
$r_{\theta}$	0,58	m
$\omega_h$	25,57	rad/s
$\omega_{\alpha}$	237,25	rad/s
$a$	-0,1	-
$n$	1000	Passos por período
$N$	40	Períodos
$M_0$	45	% da corda
$h$	0,05	m
$\alpha$	0,25	°
$l$	1	m
$S$	1	m <sup>2</sup>
$\alpha_m$	0,6	°

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 5 – Dados para análise de CFD de cada número de Mach**

Dado	Mach 0.8	Mach 0.9	Mach 0.95	Unidade
<i>V</i>	256,32	284,11	297,53	m/s
<i>T</i>	255,45	247,97	244,09	K
<i>Re</i>	3,01E+06	2,38E+06	1,93E+06	-

Fonte: Elaborado pelo autor.



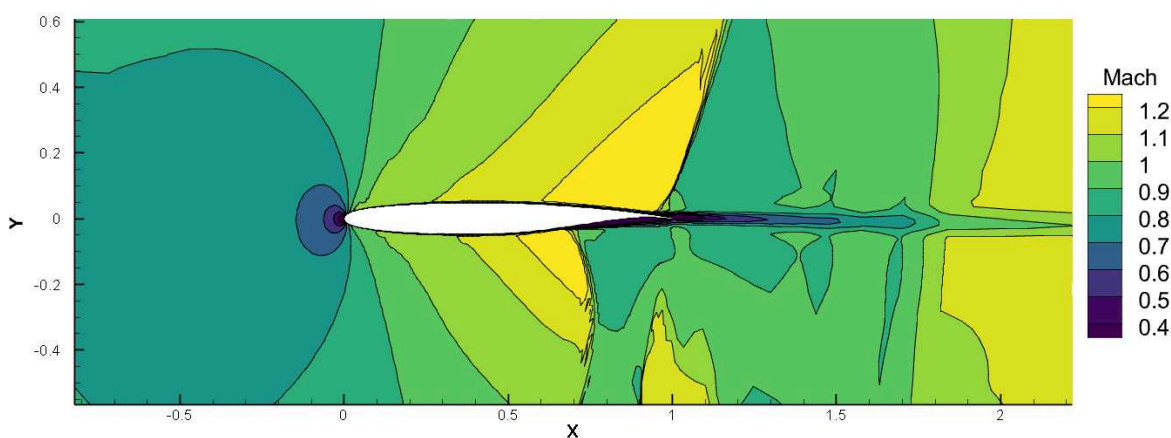
## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No regime transônico foram realizadas ao todo 102 simulações de *CFD*, sendo 34 casos para cada número de Mach.

A Figura 23, elaborada através do *software* Tecplot, demonstra um caso de oscilação em *Pitch* para  $k=0,4$  e  $Ma=0,9$ . Na figura é possível observar a distribuição do número de Mach em torno do perfil, onde pode-se constatar uma das principais características de escoamento transônico: a presença de dois regimes de escoamento ocorrendo simultaneamente em torno do perfil (subsônico, equivalente a  $Ma < 1$  e supersônico, equivalente a  $Ma \geq 1$ ).

Outra característica do escoamento transônico ilustrado na figura é o descolamento do escoamento na região de interação entre a onda de choque e a camada limite.

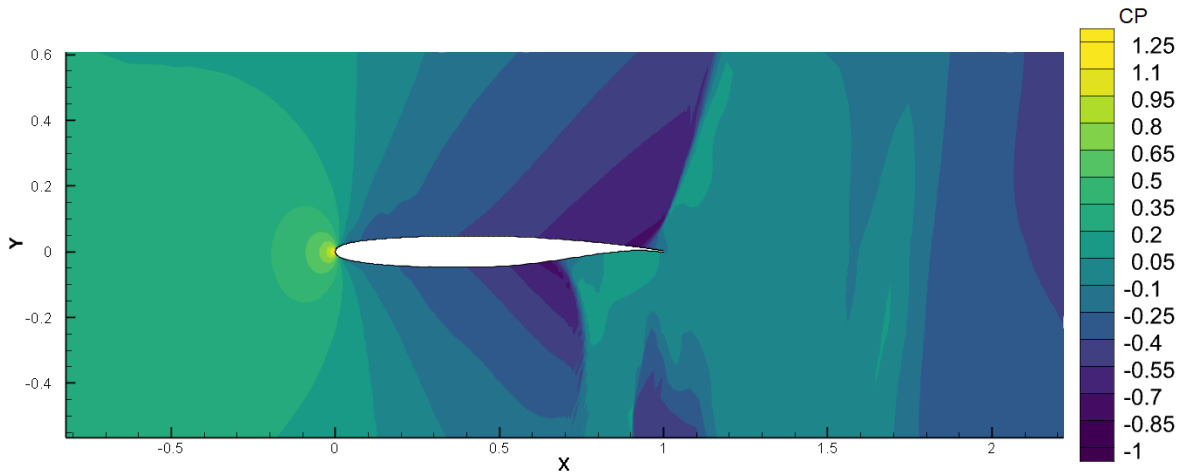
**Figura 23 – Distribuição do número de Mach em torno do perfil SC2-0409p5**



**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Na Figura 24, que ilustra a distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil para o mesmo caso de oscilação da figura anterior, é possível observar uma característica típica de escoamento supersônico ( $Ma \geq 1$ ), cujas perturbações se propagam em uma direção preferencial, definida pelo cone de Mach local. Desta forma as linhas de pressão constante ficam próximas de uma linha reta.

**Figura 24 – Distribuição do coeficiente de pressão em torno do perfil SC2-0409p5**



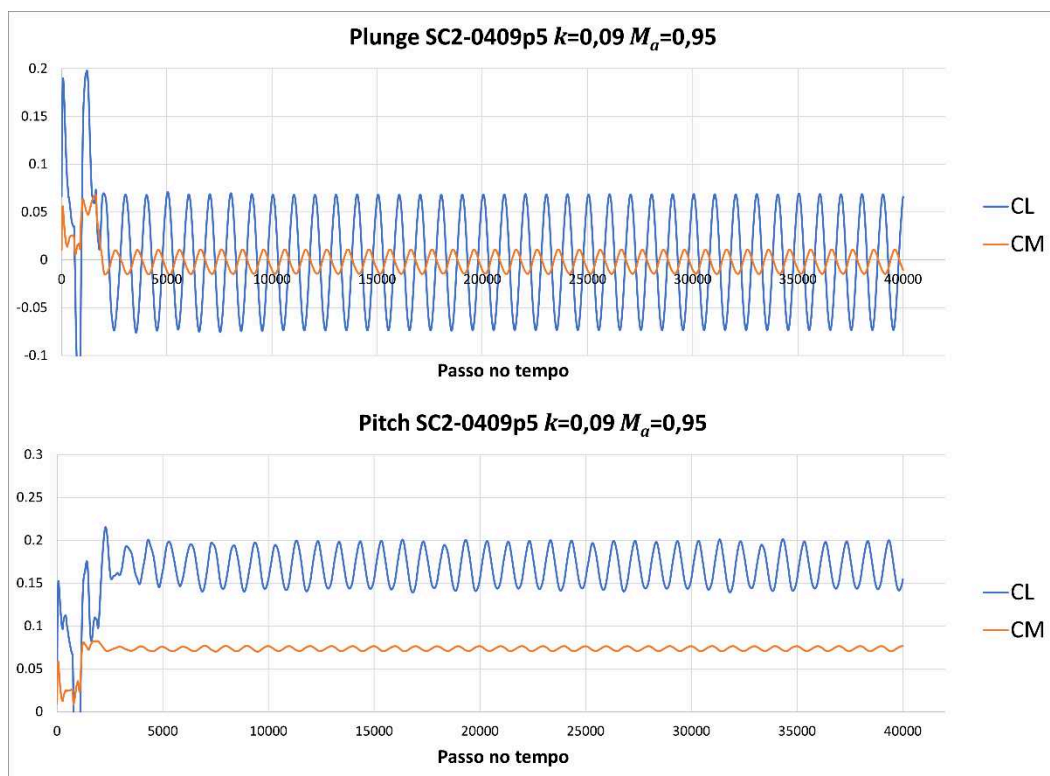
**Fonte: Elaborado pelo autor.**

No regime transônico a convergência para os valores dos coeficientes apresentou 2 tipos de comportamentos:

- Os resultados apresentam apenas uma amplitude visível nos valores dos coeficientes, de maneira similar aos resultados obtidos no regime subsônico (conforme exemplifica a Figura 25);
- Os resultados apresentam duas ou mais amplitudes visíveis nos valores de coeficientes, caracterizando assim um comportamento diferente do que foi observado no caso subsônico, indicando um comportamento não linear (conforme exemplifica a Figura 26).

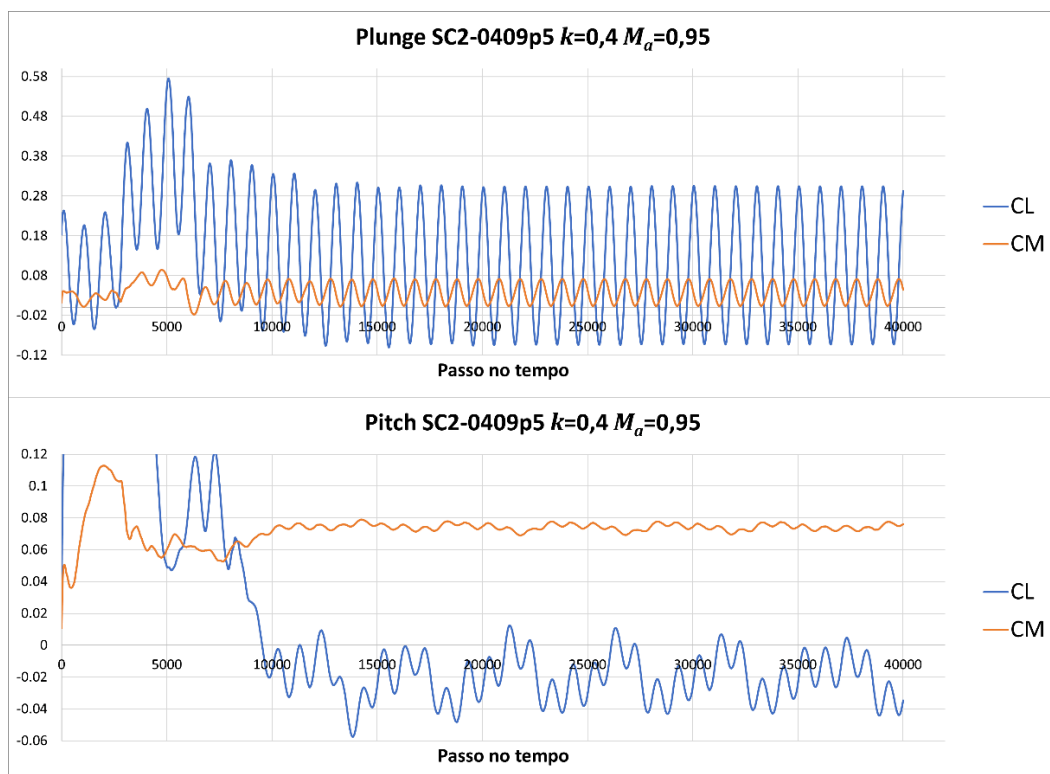
Tais comportamentos apresentados na convergência dos coeficientes podem estar associados a algum acoplamento numérico devido a discretizações do valor de frequência reduzida  $k$  e da malha.

**Figura 25 – Convergência para  $k=0,09$  e  $M_a=0,95$  SC2-0409p5**



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 26 – Convergência para  $k=0,4$  e  $M_a=0,95$  SC2-0409p5**



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos resultados obtidos pelas simulações, foram construídas as matrizes aerodinâmicas através transformadas de Fourier dos coeficientes aerodinâmicos para cada número de Mach simulado. As matrizes serão implementadas no método V-g e analisadas individualmente.

Conforme descrito anteriormente, o valor de razão de massa  $\mu$  será variado de forma iterativa até que seja encontrado o caso com ocorrência de *Flutter* para o menor valor de pressão dinâmica  $Q$ , a qual pode ser calculada pela equação (37):

$$Q = \frac{\bar{\rho}_s (V_f)^2}{\pi \mu b} \quad (37)$$

onde a densidade linear da seção típica pode ser calculada por:

$$\bar{\rho}_s = \varphi_s \rho_{AL} \quad (38)$$

Como a seção típica se encontra a 75% da envergadura, partiu-se da Figura 13 e foi definido que a espessura da seção típica  $\varphi_s$  é de 4,11mm. Os demais dados utilizados no cálculo da pressão dinâmica foram retirados do estudo de Edwards et al. (2001).

**Tabela 6 – Dados para cálculo da pressão dinâmica**

Dado	Valor	Unidade
$\varphi_s$	0,0041	m
$\omega_\alpha$	237,2531	rad/s
$b$	0,1438	m
$\rho_{AL}$	2710	kg/m <sup>3</sup>

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

A partir destes cálculos, para cada número de Mach, foram encontrados os valores representados na Tabela 7. Para os números de Mach de 0,9 e 0,95, os valores da matriz para a frequência reduzida de 0,02 não foram utilizados, devido a possibilidade de um mau-condicionamento na matriz aerodinâmica.

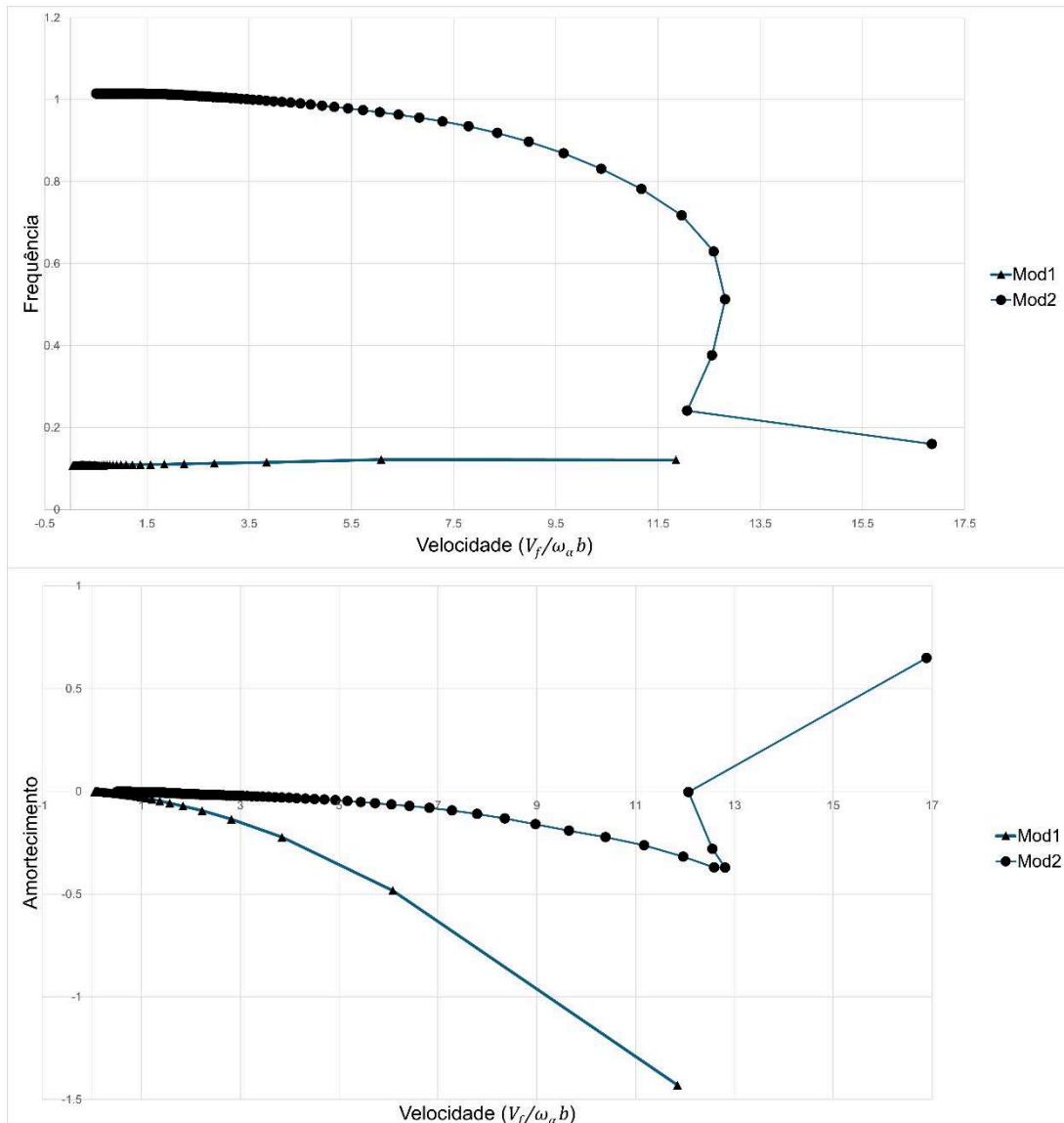
Tabela 7 – Resultados do estudo para os valores de número de Mach

Mach	$\mu$	$V_f/(\omega_\alpha b)$	$Q$ Estudo [Psf]	$Q$ Estudo [Pa]	$Q$ NASA Exp. [Pa]
0,8	635	12,09	137,67	6591,67	6755,08
0,9	450	11,89	188,19	9010,58	5745,75
0,95	1000	16,40	160,79	6506,44	4788,12

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser observado na Tabela 7, o caso para número de Mach de 0,8 demonstra melhores resultados, quando comparados com os resultados obtidos pelo experimento de Edwards et al. O diagrama VGF deste caso se encontra na Figura 27.

Figura 27 – Diagrama VGF para Mach 0,8



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados para os números de Mach de 0,9 e 0,95 não se aproximaram dos respectivos resultados experimentais obtidos por Edwards et al. No histórico dos coeficientes de momento, para ambos os casos, uma variedade de amplitudes e frequências no sinal foi observada (Figura 26), a qual pode ter causado uma discrepância nos resultados obtidos.

## 6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento e a avaliação de uma metodologia para análise de *Flutter* em regime transônico através da utilização de malhas bidimensionais, visando uma redução de custo computacional.

A metodologia foi implementada e testada no regime subsônico com a finalidade de verificá-la, comparando os resultados obtidos com os de uma metodologia analítica existente na literatura (THEODORSEN, 1949). Esta comparação revelou uma boa correlação entre os resultados deste trabalho e os da referência (NAM, KIM e WEISSHAAR, 2001).

Após essa verificação, a metodologia foi utilizada para a simulação de um ensaio em túnel aeroelástico realizado pela NASA (EDWARDS et al., 2001), no qual a faixa de números de Mach utilizada foi de 0,8 a 0,95. Para o estudo no regime transônico utilizou-se uma aproximação através da geração de um perfil que representasse a seção típica da asa utilizada no ensaio.

A partir deste estudo, pode-se concluir que a metodologia apresentou bons resultados para Mach de 0,8 com valores próximos aos obtidos pela experimentação realizada por Edwards et al. No entanto, para valores maiores de número de Mach, os resultados apresentaram uma maior discrepância quando comparados aos obtidos pelos ensaios em túnel de vento. Esta discrepância pode estar relacionada a diversos fatores, tais como:

- Para algumas frequências reduzidas, o conteúdo do sinal de resposta do sistema aeroelástico apresenta combinações de mais de uma frequência (Figura 26). A presente metodologia admite que esse sinal é representado em uma única frequência que é a frequência de excitação (1° harmônico). Desta forma, essa aproximação pode introduzir erros nos coeficientes da matriz aerodinâmica, os quais se propagam para a análise de *Flutter*;
- A resolução da malha de *CFD* pode estar inadequada para se capturar o passeio da onda de choque;

- Os valores adotados para passos no tempo e tempo máximo de simulação podem ter sido insuficientes para a convergência dos resultados;
- As aproximações geométricas utilizadas podem não estar representando fielmente a asa utilizada no ensaio em túnel de vento.

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- Realizar estudos nos possíveis fatores responsáveis pela discrepância em valores maiores de número de Mach apresentada neste estudo, conforme lista anterior;
- Inclusão do enflechamento da asa na metodologia;
- Utilização de um método alternativo ao VG, para a resolução dos problemas aeroelásticos, como por exemplo o método PK (MSC SOFTWARE CORPORATION, 2021), que descreve com uma maior fidelidade o comportamento da curva de amortecimento e avalia com maior precisão a frequência relacionada a condição de *Flutter*.

Conforme foi apresentado, a metodologia demonstrou bons resultados na faixa do regime transônico ( $M_a = 0,8$ ). Portanto, conclui-se que a mesma pode ser implementada futuramente no mercado aeronáutico para análises aeroelásticas preliminares, necessitando apenas de um maior aprofundamento nos critérios relacionados aos parâmetros das simulações.



## REFERÊNCIAS

- AC 25.629-1B. Aeroelastic Stability Substantiation of Transport Category Airplanes. **Federal Aviation Administration (FAA)**, October 27, 2014. Disponível em: <[https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory\\_Circular/AC\\_25\\_629-1B.pdf](https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_25_629-1B.pdf)>. Acesso em: 26 fev. 2024 às 13:44.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aeroelasticity**. 3<sup>a</sup>. ed. Mineola: Dover Publications, INC., 1996.
- COLLAR, A. R. The Expanding Domain of Aeroelasticity. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**, Cambridge, v. 50, n. 428, p. 613-636, 1946.
- COLLAR, A. R. The First Fifty Years of Aeroelasticity. **Aerospace**, v. 5, p. 12-20, 1978.
- DOWELL, E. H. **A Modern Course in Aeroelasticity**. 5<sup>a</sup>. ed. Durham: Springer, v. 217, 2015.
- EDWARDS, J. W. et al. **MAVRIC Flutter Model Transonic Limit Cycle Oscillation Test**. National Aeronautics and Space Administration (NASA). Hampton. 2001.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3<sup>a</sup>. ed. Berlin: Springer, 2002.
- FLETCHER, C. A. J. **Computational Techniques for Fluid Dynamics**. Berlin: Springer-Verlag, v. II, 1990.
- FUNG, Y. C. **An Introduction to the Theory of Aeroelasticity**. 3<sup>a</sup>. ed. New York: Dover Publications, INC., 1993.
- HIRSCH, C. **Numerical Computation of Internal and External Flows**. 2<sup>a</sup>. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007.
- IM, D.; KWON, H.; PARK, S. H. Periodic Unsteady Flow Analysis Using a Diagonally Implicit Harmonic Balance Method. **AIAA JOURNAL**, v. 50, n. 3, 2012.
- KWON, Y. W.; BANG, H. **The Finite Element Method Using MATLAB**. 2<sup>a</sup>. ed. Boca Raton: CRC Press, 2000.
- MANNION, B.; LEEN, S. B.; NASH, S. A two and three-dimensional CFD investigation into performance prediction and wake characterization of a vertical axis turbine. **Journal of Renewable and Sustainable**, Galway, v. 10, n. 3, 2018.

MCGOWAN, G. et al. Investigations of Lift-Based Pitch–Plunge Equivalence for Airfoils at Low Reynolds Numbers. **AIAA Journal**, v. 49, n. 7, p. 1511-1524, 2011.

MSC SOFTWARE CORPORATION. **MSC Nastran Dynamic Analysis User's Guide**. Irvine: MSC Software Corporation, 2021.

NAM, C.; KIM, Y.; WEISSHAAR, T. A. **Computational Aids in Aeroservoelastic Analysis Using MATLAB**. [S.l.]: [s.n.], 2001.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. Turbulence Modeling Resource. **Langley Research Center**, 2023. Disponível em: <<https://turbmodels.larc.nasa.gov/>>. Acesso em: 22 mar. 2024 às 15:27.

THEODORSEN, T. **General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter**. National Advisory Committee for Aeronautics (NACA). Hampton. 1949.

WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. **Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads**. 1<sup>a</sup>. ed. Chichester: Wiley–Blackwell, 2007.

## APÊNDICE A – Método V-g em *Python*

### A.1 – Código para aplicação do método V-g em *Python*

```

# 2 dof system
# xth ; x _ theta
# rth2 ; ( r _theta)**2
# R2 ; (omega h /omega alpha)**2
import math
import cmath
import numpy as np
import scipy.special as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy.linalg import eig
from scipy.interpolate import CubicSpline
from tkinter import *
from tkinter import ttk
from PIL import ImageTk, Image
class MyWindow:
    def __init__(self, win):
        self.lbl1=Label(win, text='x0 =')
        self.lbl2=Label(win, text='r0 =')
        self.lbl3=Label(win, text='μ =')
        self.lbl4=Label(win, text='wh =')
        self.lbl5=Label(win, text='ωα =')
        self.lbl6=Label(win, text='a =')
        self.t1=Entry(bd=3)
        self.t2=Entry(bd=3)
        self.t3=Entry(bd=3)
        self.t4=Entry(bd=3)
        self.t5=Entry(bd=3)
        self.t6=Entry(bd=3)
        self.b1=Button(win, text='Compute V-g-f', command=self.vgf)
        self.lbl1.place(x=50, y=50); self.t1.place(x=100, y=50); self.t1.insert(END, 0.1)
        self.lbl2.place(x=50, y=75); self.t2.place(x=100, y=75); self.t2.insert(END, 0.5859)
        self.lbl3.place(x=50, y=100); self.t3.place(x=100, y=100); self.t3.insert(END, 34.06)
        self.lbl4.place(x=50, y=125); self.t4.place(x=100, y=125); self.t4.insert(END, 25.57)
        self.lbl5.place(x=50, y=150); self.t5.place(x=100, y=150); self.t5.insert(END, 237.25)
        self.lbl6.place(x=50, y=175); self.t6.place(x=100, y=175); self.t6.insert(END, -0.1)
        self.b1.place(x=100, y=215)
    def vgf(self):
        def spln(rk,m,Q,n,rf):
            # Function to interpolate the aerodynamic matrix Q at frequency rk
            # using cubic splines
            if (rk < rf[0]):
                for i in range(0,m):
                    for j in range(0,m):
                        aero[i,j]=Q[0,i,j];
            if (rk > rf[n-1]):

```

```

        for i in range(0,m):
            for j in range(0,m):
                aero[i,j]=Q[n-1,i,j];
    if ((rk >= rf[0]) and (rk <= rf[n-1])):
        for i in range(0,m):
            for j in range(0,m):
                spl = CubicSpline(rf,Q[:,i,j]);
                aero[i,j]=spl(rk);
    return aero

def interp(rk,m,Q,n,rf):
    # Function to interpolate the aerodynamic matrix Q at frequency rk
    # using linear interpolation
    ich=0;
    for l in range(1,n):
        if ((rk >= rf[l-1]) and (rk < rf[l])):
            ich=1;
            for i in range(0,m):
                for j in range(0,m):
                    aero[i,j]=Q[l-1,i,j]+(Q[l,i,j]-Q[l-1,i,j])/(rf[l]-rf[l-1])*(rk-rf[l-1]);
    if (ich==0):
        if (rk < rf[0]):
            for i in range(0,m):
                for j in range(0,m):
                    aero[i,j]=Q[0,i,j];
        else:
            for i in range(0,m):
                for j in range(0,m):
                    aero[i,j]=Q[n-1,i,j];
    return aero

xth=float(self.t1.get());
rth=float(self.t2.get());
rth2=rth**2;
mu=float(self.t3.get());
wh=float(self.t4.get());
wa=float(self.t5.get());
R2=(wh/wa)**2;
a=float(self.t6.get());
#xth =0.2; R2 =(0.3)**2;
#rth2=(0.5)**2; mu =20.0; a =-0.1;
rf_file=open('red_freq.inp', 'r');
data_rf = np.loadtxt(rf_file);
rf_file.close();
N1=data_rf.shape[0];

N=0; m1=0; n1=0;
Q_file=open('aero_mat.inp', 'r');
#N,m1,n1
N=np.loadtxt(Q_file, dtype=int, max_rows=1);

```

```

print("N=",N);
auxi=np.loadtxt(Q_file, dtype=int, max_rows=1);
print("auxi=",format(auxi));
m1=auxi[0]; n1=auxi[1];
if (N != N1):
    print("Inconsistency in the dimensions of the Q matrix and the reduced frequency vector!");
data_Q=np.zeros((N,m1,n1),dtype=complex);
for l in range(0,N):
    for i in range(0,m1):
        for j in range(0,n1):
            auxc=np.loadtxt(Q_file, max_rows=1);
            data_Q.real[l,i,j]=auxc[0];
            data_Q.imag[l,i,j]=auxc[1];
Q_file.close();
if (m1 == n1):
    M=m1;
else:
    print("Inconsistency in the dimensions of the Q matrix!");
#
rst1=np.zeros((M,400)); rst2=np.zeros((M,400)); vel=np.zeros((M,400));
aero=np.zeros((M,M),dtype=complex); aux=np.zeros((M,M),dtype=complex);
#
# Mass
ms=[[1, xth], [xth, rth2]];
#
# stiffness matrix
ks=[[R2, 0], [0, rth2]];
invks=np.linalg.inv(ks);
#
#for kk in range(199,-1,-1):
for kk in range(199, 0, -1):
    rk=(kk+1)*0.01;
    #
    # Interpolatioto obtain the unsteady aerodynamics
    #aero=interp(rk,M,data_Q,N,data_rf);
    aero=spln(rk,M,data_Q,N,data_rf);
    aero=1.0/(math.pi*mu*rk*rk)*aero;
    auxp=np.matmul(invks,aero+ms);
    ddd, eigv = eig(auxp);
    rrr=ddd.real; iii=ddd.imag;
    dum0=math.sqrt(1/rrr[0]); dum1=math.sqrt(1/rrr[1]);
    rst1[0,kk]=dum0; rst1[1,kk]=dum1;
    rst2[0,kk]=iii[0]/rrr[0]; rst2[1,kk]=iii[1]/rrr[1];
    vel[0,kk]=dum0/rk; vel[1,kk]=dum1/rk;

#plt.matplotlib.rc('text', usetex = True)
vf_file=open('vf.txt','w');
vg_file=open('vg.txt','w');
vf_file.write("#VelMod1 FreqMod1 VelMod2 FreqMod2\n");

```

```

vg_file.write("#VelMod1 DampMod1 VelMod2 DampMod2\n");
for kk in range(199,0,-1):
    vf_file.write("%f %f %f %f\n" % (vel[0,kk],rst1[0,kk],vel[1,kk],rst1[1,kk]));
    vg_file.write("%f %f %f %f\n" % (vel[0,kk],rst2[0,kk],vel[1,kk],rst2[1,kk]));
vg_file.close();
vf_file.close();
plt.matplotlib.rc('grid', linestyle = 'dotted')
plt.matplotlib.rc('figure', figsize = (6.4,4.8)) # (width,height) inches

plt.scatter(vel[0,:],rst1[0,:]); plt.scatter(vel[1,:],rst1[1,:]);
plt.ylabel(r'Frequency Ratio ( $\omega/\omega_{\alpha}$ )')
plt.xlabel(r'VeLOCITY ( $V/\omega_{\alpha} b$ )')
#plt.xlim(0, 5)
#plt.ylim(0, 1.6)
plt.grid(True)
plt.show()
plt.scatter(vel[0,:],rst2[0,:]); plt.scatter(vel[1,:],rst2[1,:]);
plt.ylabel('g')
plt.xlabel(r'VeLOCITY ( $V/\omega_{\alpha} b$ )')
#plt.xlim(0, 5)
#plt.ylim(-1.2, 1)
plt.grid(True)
plt.show()

#-----
-----
window=Tk()
mywin=MyWindow(window)
window.title('Simulation 2-dof airfoil')
window.geometry("800x500+10+10")
frame=Frame(window,width=350,height=400)
frame.pack()
frame.place(anchor='w',relx=0.5,rely=0.5)
image=Image.open("conv_sec_tip.png")
resize_image=image.resize((350,400))
#img=ImageTk.PhotoImage(Image.open("abc.png"))
img=ImageTk.PhotoImage(resize_image)
label=Label(frame,image=img)
label.pack()
window.mainloop()

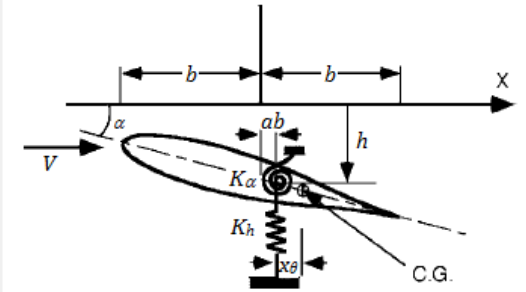
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Interface para inserção dos dados

Simulation 2-dof airfoil

$x\theta =$    
 $r\theta =$    
 $\mu =$    
 $\omega_h =$    
 $\omega_\alpha =$    
 $a =$



$$\mu = \frac{m}{\pi \rho b^2 l} = \text{Mass ratio}$$

$$r\theta = \sqrt{\frac{I_\alpha}{m}} = \text{Radius of gyration}$$

$$\omega_h = \text{Plunge natural frequency}$$

$$\omega_\alpha = \text{Pitch natural frequency}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

## APÊNDICE B – Códigos para análises de CFD (SU2)

### B.1 – Exemplo de arquivo de configuração do SU2 para regime subsônico (*Pitch*)

```

SOLVER= INC_EULER
KIND_TURB_MODEL= NONE
MATH_PROBLEM= DIRECT
RESTART_SOL= NO
TIME_DOMAIN= YES
TIME_MARCHING= DUAL_TIME_STEPPING-2ND_ORDER
TIME_STEP= 0.0314159265359
MAX_TIME= 15.70796327
INNER_ITER= 20
UNST_ADJOINT_ITER= 251
GRID_MOVEMENT= RIGID_MOTION
MOTION_ORIGIN= 0.45 0.0 0.0
PITCHING_OMEGA= 0.0 0.0 2.0
PITCHING_AMPL= 0.0 0.0 0.5
INC_DENSITY_INIT= 1.225
INC_VELOCITY_INIT= (100.0, 0.0, 0.0)
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 0.45
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
REF_LENGTH= 1.0
REF_AREA= 1.0
MARKER_EULER= ( airfoil )
MARKER_FAR= ( farfield )
MARKER_PLOTTING = ( airfoil )
MARKER_MONITORING = ( airfoil )
MARKER_DESIGNING = ( airfoil )
NUM_METHOD_GRAD= WEIGHTED_LEAST_SQUARES
CFL_NUMBER= 10.0
CFL_ADAPT= NO
CFL_ADAPT_PARAM= ( 1.5, 0.5, 1.0, 100.0 )
RK_ALPHA_COEFF= ( 0.66667, 0.66667, 1.000000 )
TIME_ITER= 999
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= LU_SGS
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 5
MGLEVEL= 3
MGCYCLE= W_CYCLE
MG_PRE_SMOOTH= ( 1, 2, 3, 3 )
MG_POST_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_CORRECTION_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_DAMP_RESTRICTION= 0.9
MG_DAMP_PROLONGATION= 0.9
CONV_NUM_METHOD_FLOW= JST
MUSCL_FLOW= YES
SLOPE_LIMITER_FLOW= VENKATAKRISHNAN
VENKAT_LIMITER_COEFF= 0.1
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT
OBJECTIVE_FUNCTION= DRAG
CONV_NUM_METHOD_ADJFLOW= JST
MUSCL_ADJFLOW= YES
SLOPE_LIMITER_ADJFLOW= NONE
ADJ_JST_SENSOR_COEFF= ( 0.0, 0.02 )
CFL_REDUCTION_ADJFLOW= 0.5
TIME_DISCRE_ADJFLOW= EULER_IMPLICIT

```



```
FROZEN_VISC_CONT= YES
GEO_MARKER= ( airfoil )
GEO_MODE= FUNCTION
DV_MARKER= ( airfoil )
DV_PARAM= ( 1, 0.5 )
DV_VALUE= 0.0
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -10
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_ELEMS= 100
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-6
MESH_FILENAME= mesh_NACA64A010_inv.su2
MESH_FORMAT= SU2
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= restart_flow.dat
SOLUTION_ADJ_FILENAME= solution_adj.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
HISTORY_OUTPUT= TIME_DOMAIN,RMS_RES,AERO_COEFF
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
RESTART_ADJ_FILENAME= restart_adj.dat
VOLUME_FILENAME= flow
VOLUME_ADJ_FILENAME= adjoint
GRAD_OBJFUNC_FILENAME= of_grad.dat
SURFACE_FILENAME= surface_flow
SURFACE_ADJ_FILENAME= surface_adjoint
OUTPUT_WRT_FREQ= 100
OUTPUT_FILES= SURFACE_CSV
OPT_OBJECTIVE= DRAG * 0.001
OPT_CONSTRAINT= ( LIFT = 0.0 ) * 0.001; ( AREA > 0.0660957 ) * 0.001
```

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

B.2 – Exemplo de arquivo de configuração do SU2 para regime subsônico (*Plunge*)

```

SOLVER= INC_EULER
KIND_TURB_MODEL= NONE
MATH_PROBLEM= DIRECT
RESTART_SOL= NO
TIME_DOMAIN= YES
TIME_MARCHING= DUAL_TIME_STEPPING-2ND_ORDER
TIME_STEP= 0.0314159265359
MAX_TIME= 15.70796327
INNER_ITER= 20
UNST_ADJOINT_ITER= 251
GRID_MOVEMENT= RIGID_MOTION
MOTION_ORIGIN= 0.45 0.0 0.0
PLUNGING_OMEGA= 0.0 0.0 2.0
PLUNGING_AMPL= 0.0 0.0 0.5
INC_DENSITY_INIT= 1.225
INC_VELOCITY_INIT= (100.0, 0.0, 0.0)
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 0.45
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
REF_LENGTH= 1.0
REF_AREA= 1.0
MARKER_EULER= ( airfoil )
MARKER_FAR= ( farfield )
MARKER_PLOTTING = ( airfoil )
MARKER_MONITORING = ( airfoil )
MARKER_DESIGNING = ( airfoil )
NUM_METHOD_GRAD= WEIGHTED_LEAST_SQUARES
CFL_NUMBER= 10.0
CFL_ADAPT= NO
CFL_ADAPT_PARAM= ( 1.5, 0.5, 1.0, 100.0 )
RK_ALPHA_COEFF= ( 0.66667, 0.66667, 1.000000 )
TIME_ITER= 999
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= LU_SGS
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 5
MGLEVEL= 3
MGCYCLE= W_CYCLE
MG_PRE_SMOOTH= ( 1, 2, 3, 3 )
MG_POST_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_CORRECTION_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_DAMP_RESTRICTION= 0.9
MG_DAMP_PROLONGATION= 0.9
CONV_NUM_METHOD_FLOW= JST
MUSCL_FLOW= YES
SLOPE_LIMITER_FLOW= VENKATAKRISHNAN
VENKAT_LIMITER_COEFF= 0.1
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT
OBJECTIVE_FUNCTION= DRAG
CONV_NUM_METHOD_ADJFLOW= JST
MUSCL_ADJFLOW= YES
SLOPE_LIMITER_ADJFLOW= NONE
ADJ_JST_SENSOR_COEFF= ( 0.0, 0.02 )
CFL_REDUCTION_ADJFLOW= 0.5
TIME_DISCRE_ADJFLOW= EULER_IMPLICIT
FROZEN_VISC_CONT= YES
GEO_MARKER= ( airfoil )

```

```
GEO_MODE= FUNCTION
DV_MARKER= ( airfoil )
DV_PARAM= ( 1, 0.5 )
DV_VALUE= 0.0
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -10
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_ELEMS= 100
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-6
MESH_FILENAME= mesh_NACA64A010_inv.su2
MESH_FORMAT= SU2
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= restart_flow.dat
SOLUTION_ADJ_FILENAME= solution_adj.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
HISTORY_OUTPUT= TIME_DOMAIN,RMS_RES,AERO_COEFF
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
RESTART_ADJ_FILENAME= restart_adj.dat
VOLUME_FILENAME= flow
VOLUME_ADJ_FILENAME= adjoint
GRAD_OBJFUNC_FILENAME= of_grad.dat
SURFACE_FILENAME= surface_flow
SURFACE_ADJ_FILENAME= surface_adjoint
OUTPUT_WRT_FREQ= 100
OUTPUT_FILES= SURFACE_CSV
OPT_OBJECTIVE= DRAG * 0.001
OPT_CONSTRAINT= ( LIFT = 0.0 ) * 0.001; ( AREA > 0.0660957 ) * 0.001
```

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

### B.3 – Exemplo de arquivo de configuração do SU2 para regime transônico (*Pitch*)

```

SOLVER= RANS
KIND_TURB_MODEL= SA
MATH_PROBLEM= DIRECT
RESTART_SOL= NO
RESTART_ITER= 6001
CONV_NUM_METHOD_TURB= SCALAR_UPWIND
MUSCL_TURB= NO
SLOPE_LIMITER_TURB= VENKATAKRISHNAN
TIME_DISCRE_TURB= EULER_IMPLICIT
TIME_DOMAIN= YES
TIME_MARCHING= DUAL_TIME_STEPPING-2ND_ORDER
TIME_STEP= 0.0012256383180874468
MAX_TIME= 98.05106544699575
INNER_ITER= 20
UNST_ADJOINT_ITER= 251
GRID_MOVEMENT= RIGID_MOTION
MOTION_ORIGIN= 0.45 0.0 0.0
PITCHING_OMEGA= 0.0 0.0 5.126459588
PITCHING_AMPL= 0.0 0.0 0.25
MACH_NUMBER= 0.8
AOA= 0.6
SIDESLIP_ANGLE= 0.0
FREESTREAM_OPTION= TEMPERATURE_FS
FREESTREAM_TEMPERATURE= 255.4521277
REYNOLDS_NUMBER= 3010000.0
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 0.45
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
REF_LENGTH= 1.0
REF_AREA= 1.0
MARKER_HEATFLUX = ( PERFIL , 0.0)
MARKER_FAR= ( FARFIELD )
MARKER_PLOTTING = ( PERFIL )
MARKER_MONITORING = ( PERFIL )
MARKER_DESIGNING = ( PERFIL )
NUM_METHOD_GRAD= GREEN_GAUSS
CFL_NUMBER= 10.0
CFL_ADAPT= NO
CFL_ADAPT_PARAM= ( 1.5, 0.5, 25.0, 100000.0 )
RK_ALPHA_COEFF= ( 0.66667, 0.66667, 1.000000 )
TIME_ITER= 99999
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= ILU
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 5
MGLEVEL= 0
MGCYCLE= W_CYCLE
MG_PRE_SMOOTH= ( 1, 2, 3, 3 )
MG_POST_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_CORRECTION_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_DAMP_RESTRICTION= 0.9
MG_DAMP_PROLONGATION= 0.9
CONV_NUM_METHOD_FLOW= ROE
MUSCL_FLOW= YES
SLOPE_LIMITER_FLOW= VENKATAKRISHNAN
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT
OBJECTIVE_FUNCTION= DRAG

```

```
CONV_NUM_METHOD_ADJFLOW= JST
MUSCL_ADJFLOW= YES
SLOPE_LIMITER_ADJFLOW= NONE
ADJ_JST_SENSOR_COEFF= ( 0.0, 0.02 )
CFL_REDUCTION_ADJFLOW= 0.5
TIME_DISCRE_ADJFLOW= EULER_IMPLICIT
FROZEN_VISC_CONT= YES
GEO_MARKER= ( PERFIL )
GEO_DESCRIPTION= AIRFOIL
GEO_MODE= FUNCTION
DV_KIND= HICKS_HENNE
DV_MARKER= ( PERFIL )
DV_PARAM= ( 1, 0.5 )
DV_VALUE= 0.0
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -2
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_ELEMS= 100
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-6
MESH_FILENAME= ./SC2_0409P5.cgns
MESH_FORMAT= CGNS
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= solution_flow.dat
SOLUTION_ADJ_FILENAME= solution_adj.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
HISTORY_OUTPUT= TIME_DOMAIN,RMS_RES,AERO_COEFF
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
RESTART_ADJ_FILENAME= restart_adj.dat
VOLUME_FILENAME= flow
VOLUME_ADJ_FILENAME= adjoint
GRAD_OBJFUNC_FILENAME= of_grad.dat
SURFACE_FILENAME= surface_flow
SURFACE_ADJ_FILENAME= surface_adjoint
OUTPUT_WRT_FREQ= 1000
SCREEN_OUTPUT=(TIME_ITER, INNER_ITER, CUR_TIME, RMS_DENSITY, RMS_ENERGY, LIFT,
DRAG)
WRT_PERFORMANCE= YES
OPT_OBJECTIVE= DRAG * 0.001
```

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

#### B.4 – Exemplo de arquivo de configuração do SU2 para regime transônico (*Plunge*)

```

SOLVER= RANS
KIND_TURB_MODEL= SA
MATH_PROBLEM= DIRECT
RESTART_SOL= NO
RESTART_ITER= 6001
CONV_NUM_METHOD_TURB= SCALAR_UPWIND
MUSCL_TURB= NO
SLOPE_LIMITER_TURB= VENKATAKRISHNAN
TIME_DISCRE_TURB= EULER_IMPLICIT
TIME_DOMAIN= YES
TIME_MARCHING= DUAL_TIME_STEPPING-2ND_ORDER
TIME_STEP= 0.0012256383180874468
MAX_TIME= 98.05106544699575
INNER_ITER= 20
UNST_ADJOINT_ITER= 251
GRID_MOVEMENT= RIGID_MOTION
MOTION_ORIGIN= 0.45 0.0 0.0
PLUNGING_OMEGA= 0.0 0.0 5.126459588
PLUNGING_AMPL= 0.0 0.05 0.0
MACH_NUMBER= 0.8
AOA= 0.6
SIDESLIP_ANGLE= 0.0
FREESTREAM_OPTION= TEMPERATURE_FS
FREESTREAM_TEMPERATURE= 255.4521277
REYNOLDS_NUMBER= 3010000.0
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 0.45
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
REF_LENGTH= 1.0
REF_AREA= 1.0
MARKER_HEATFLUX = ( PERFIL , 0.0)
MARKER_FAR= ( FARFIELD )
MARKER_PLOTTING = ( PERFIL )
MARKER_MONITORING = ( PERFIL )
MARKER_DESIGNING = ( PERFIL )
NUM_METHOD_GRAD= GREEN_GAUSS
CFL_NUMBER= 10.0
CFL_ADAPT= NO
CFL_ADAPT_PARAM= ( 1.5, 0.5, 25.0, 100000.0 )
RK_ALPHA_COEFF= ( 0.66667, 0.66667, 1.000000 )
TIME_ITER= 99999
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= ILU
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 5
MGLEVEL= 0
MGCYCLE= W_CYCLE
MG_PRE_SMOOTH= ( 1, 2, 3, 3 )
MG_POST_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_CORRECTION_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
MG_DAMP_RESTRICTION= 0.9
MG_DAMP_PROLONGATION= 0.9
CONV_NUM_METHOD_FLOW= ROE
MUSCL_FLOW= YES
SLOPE_LIMITER_FLOW= VENKATAKRISHNAN
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT
OBJECTIVE_FUNCTION= DRAG

```

```
CONV_NUM_METHOD_ADJFLOW= JST
MUSCL_ADJFLOW= YES
SLOPE_LIMITER_ADJFLOW= NONE
ADJ_JST_SENSOR_COEFF= ( 0.0, 0.02 )
CFL_REDUCTION_ADJFLOW= 0.5
TIME_DISCRE_ADJFLOW= EULER_IMPLICIT
FROZEN_VISC_CONT= YES
GEO_MARKER= ( PERFIL )
GEO_DESCRIPTION= AIRFOIL
GEO_MODE= FUNCTION
DV_KIND= HICKS_HENNE
DV_MARKER= ( PERFIL )
DV_PARAM= ( 1, 0.5 )
DV_VALUE= 0.0
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -2
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_ELEMS= 100
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-6
MESH_FILENAME= ./SC2_0409P5.cgns
MESH_FORMAT= CGNS
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= solution_flow.dat
SOLUTION_ADJ_FILENAME= solution_adj.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
HISTORY_OUTPUT= TIME_DOMAIN,RMS_RES,AERO_COEFF
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
RESTART_ADJ_FILENAME= restart_adj.dat
VOLUME_FILENAME= flow
VOLUME_ADJ_FILENAME= adjoint
GRAD_OBJFUNC_FILENAME= of_grad.dat
SURFACE_FILENAME= surface_flow
SURFACE_ADJ_FILENAME= surface_adjoint
OUTPUT_WRT_FREQ= 1000
SCREEN_OUTPUT=(TIME_ITER, INNER_ITER, CUR_TIME, RMS_DENSITY, RMS_ENERGY, LIFT,
DRAG)
WRT_PERFORMANCE= YES
OPT_OBJECTIVE= DRAG * 0.001
```

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

## APÊNDICE C – Matrizes aerodinâmicas

**Tabela 8 – Matriz aerodinâmica do perfil NACA64A010**

$k$	Coeficiente	Valor
0.01	CL Plunge	-0.00256958133226127-0.066168623911073i
	CM Plunge	0.00102229249373455+0.0247915186701374i
	CL Pitch	-6.61928703779251+0.206558660555389i
	CM Pitch	2.4821390966403-0.0995388613140094i
0.02	CL Plunge	-0.009719167491742-0.129969990493473i
	CM Plunge	0.00391911471959982+0.0487492216178842i
	CL Pitch	-6.53694891690354+0.406911341402446i
	CM Pitch	2.45242209311828-0.196705115380651i
0.03	CL Plunge	-0.0203346715476484-0.19061913741856i
	CM Plunge	0.0082791124877198+0.0715301410743526i
	CL Pitch	-6.41173209736472+0.561576169481099i
	CM Pitch	2.40729194174668-0.278084025268416i
0.05	CL Plunge	-0.045894193739456-0.300312543073925i
	CM Plunge	0.0191610465010865+0.112883276908649i
	CL Pitch	-6.09675942778417+0.733003052023656i
	CM Pitch	2.29426980591032-0.390311728182584i
0.07	CL Plunge	-0.0693688442869675-0.398284576453195i
	CM Plunge	0.030077658110327+0.150052920911201i
	CL Pitch	-5.80417332884486+0.744518712180708i
	CM Pitch	2.1907008927487-0.444403955674206i
0.09	CL Plunge	-0.088948588333778-0.49098008124636i
	CM Plunge	0.040427135570425+0.185435090132099i
	CL Pitch	-5.58872539618216+0.687125273861453i
	CM Pitch	2.11660898174502-0.474066136071032i
0.12	CL Plunge	-0.11575830304777-0.623217565891265i
	CM Plunge	0.0567930835161546+0.236270632664526i
	CL Pitch	-5.35172878083161+0.587537113992813i
	CM Pitch	2.03836859805578-0.515404998842396i
0.16	CL Plunge	-0.146379732308162-0.78293962535831i
	CM Plunge	0.0802372994933104+0.298301031573852i
	CL Pitch	-5.08034950988391+0.442319828477083i
	CM Pitch	1.95145938267169-0.568072378595452i
0.20	CL Plunge	-0.161782926134653-0.925756788338445i
	CM Plunge	0.102182114019398+0.354430736970112i
	CL Pitch	-4.83796066752773+0.247844737458968i
	CM Pitch	1.87628822710197-0.604648370906852i
0.25	CL Plunge	-0.155639576781744-1.09520292583864i
	CM Plunge	0.126280185139984+0.42161958028966i
	CL Pitch	-4.60515906158361-0.0386170203985258i
	CM Pitch	1.81001362352625-0.636271338047394i



$k$	Coeficiente	Valor
0.30	CL Plunge	-0.128421107310633-1.25910163195759i
	CM Plunge	0.14957479151775+0.486794218023942i
	CL Pitch	-4.42729150920905-0.328049399569144i
	CM Pitch	1.76561234809807-0.667609176173438i
0.40	CL Plunge	-0.0095794131901653-1.57615329747191i
	CM Plunge	0.193656861542327+0.61223241541716i
	CL Pitch	-4.16194367341407-0.920857508456944i
	CM Pitch	1.71503875182081-0.730189741205054i
0.50	CL Plunge	0.1892406602233-1.89440779231993i
	CM Plunge	0.23747279987899+0.735068167571764i
	CL Pitch	-3.97531655536221-1.49662201761004i
	CM Pitch	1.70135032760513-0.797946478980242i
0.70	CL Plunge	0.80454463506206-2.56431417494665i
	CM Plunge	0.335527229634778+0.97447581487943i
	CL Pitch	-3.71649294352864-2.61633663925172i
	CM Pitch	1.7409764029551-0.951955288117902i
1.00	CL Plunge	2.2392558207986-3.72131436279148i
	CM Plunge	0.531650869961284+1.3090960305783i
	CL Pitch	-3.43315225027372-4.23597450291234i
	CM Pitch	1.90742750800204-1.21577448989915i
1.50	CL Plunge	5.96685302622235-6.25115673032025i
	CM Plunge	1.04396156508118+1.74676296993259i
	CL Pitch	-2.98050024211346-6.77718701544643i
	CM Pitch	2.3894501520149-1.70408799587535i
2.00	CL Plunge	11.4089716025178-9.70190356156425i
	CM Plunge	1.82087331630222+1.96939036814728i
	CL Pitch	-2.44158004276887-9.27221417184371i
	CM Pitch	3.09219081840524-2.225485286133i

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.8

$k$	Coeficiente	Valor
0.01	CL Plunge	-0.039571757427692-0.146682944823786i
	CM Plunge	0.0103661538345777+0.024326048598004i
	CL Pitch	-14.236535798499+3.55748489060067i
	CM Pitch	2.49367429537278-1.06333141433868i
0.02	CL Plunge	-0.096470540334854-0.260719202854384i
	CM Plunge	0.02394525444951+0.0429759498633704i
	CL Pitch	-12.90771985075+4.62473337828138i
	CM Pitch	2.18592507698542-1.21760658854268i
0.03	CL Plunge	-0.163385257565926-0.346672441924416i
	CM Plunge	0.0369065759718388+0.0554778128907364i
	CL Pitch	-11.5073440279615+5.19532722092055i
	CM Pitch	1.89061987624646-1.25980436804917i
0.05	CL Plunge	-0.277711505152108-0.45048705871428i
	CM Plunge	0.0563363754707732+0.0703131466524368i
	CL Pitch	-9.04234331746859+5.3206598029116i
	CM Pitch	1.45009481848192-1.18027830221679i
0.07	CL Plunge	-0.34534558979686-0.547063122874i
	CM Plunge	0.0659943641362804+0.0867989762194376i
	CL Pitch	-7.88848175740206+4.69645691558108i
	CM Pitch	1.28124587091653-1.01703090538153i
0.09	CL Plunge	-0.438061385749404-0.616228008587796i
	CM Plunge	0.0774950319356464+0.10107413085943i
	CL Pitch	-6.95654710624607+4.59013206601297i
	CM Pitch	1.16768510576036-0.956634043858274i
0.12	CL Plunge	-0.500122367314152-0.672399007248224i
	CM Plunge	0.0834037753141608+0.123147052547836i
	CL Pitch	-5.76750483570287+3.82404067112138i
	CM Pitch	1.08414213151845-0.843685246207278i
0.16	CL Plunge	-0.574321478603748-0.782924670660612i
	CM Plunge	0.103660642746898+0.16805092788969i
	CL Pitch	-5.08543102336152+3.20419138655003i
	CM Pitch	1.11083807581329-0.847063484747868i
0.20	CL Plunge	-0.601162132319804-0.881723368718156i
	CM Plunge	0.132299960768772+0.214003366588996i
	CL Pitch	-4.65987409692183+2.55970909336625i
	CM Pitch	1.14718315479999-0.924996102736804i
0.25	CL Plunge	-0.626612449827584-1.01630639316582i
	CM Plunge	0.189451757529457+0.262189654112806i
	CL Pitch	-4.34331765843729+1.9878762073688i
	CM Pitch	1.14997730572822-1.10142259223898i

$k$	Coeficiente	Valor
0.30	CL Plunge	-0.63830782408258-1.16043605309876i
	CM Plunge	0.258084284115808+0.294984133502612i
	CL Pitch	-4.21235133578127+1.55208118505368i
	CM Pitch	1.11201239474297-1.30327635586196i
0.40	CL Plunge	-0.651305895189252-1.46219240864673i
	CM Plunge	0.414654815001632+0.308359832326104i
	CL Pitch	-4.17767872299163+0.962017106317643i
	CM Pitch	0.919044768566098-1.72167395471662i
0.50	CL Plunge	-0.6710931813596-1.76147866221274i
	CM Plunge	0.55136609077832+0.232120902250656i
	CL Pitch	-4.21312227174755+0.696968161406722i
	CM Pitch	0.47682498662714-2.08826924198794i
0.70	CL Plunge	-0.59026944079882-2.25836421385504i
	CM Plunge	0.618885498386624+0.11603897100846i
	CL Pitch	-3.90870342619682+0.264493174240967i
	CM Pitch	-0.108793961316232-1.910633618001i
1.00	CL Plunge	-0.225973371378184-3.2811489716531i
	CM Plunge	0.864686578730264+0.04963535695712i
	CL Pitch	-4.01847895765851-0.663300419803675i
	CM Pitch	-0.0746615260982596-2.03819182954496i
1.50	CL Plunge	0.257106351323942-5.19995537516912i
	CM Plunge	1.23711298221861-0.473819442295564i
	CL Pitch	-4.31930128243893-0.913783027561128i
	CM Pitch	-0.567557676001944-2.64238871527114i
2.00	CL Plunge	0.672099336632188-7.46786562360712i
	CM Plunge	1.45437791215209-1.09376251933702i
	CL Pitch	-4.80984005610646-1.15253221080807i
	CM Pitch	-0.52777557387354-3.07937270187168i

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 10 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.9

$k$	Coeficiente	Valor
0.01	CL Plunge	-0.0178937317388314-0.0961026455148632i
	CM Plunge	-0.000588015542563912-0.00768751040801624i
	CL Pitch	-7.52213235457679-0.30908369974211i
	CM Pitch	2.04078627072004-0.248067433343308i
0.02	CL Plunge	-0.0134555020937413-0.151372097017324i
	CM Plunge	0.00612030458650984+0.035332866199444i
	CL Pitch	-8.09473704436609+1.28055645365241i
	CM Pitch	0.0829026983043966-0.145340129461351i
0.03	CL Plunge	-0.0350418874490602-0.237513396275066i
	CM Plunge	0.0075035792533804+0.0129520787820182i
	CL Pitch	-8.85161991582657-0.16667108734959i
	CM Pitch	2.1602390577321-0.67734081180387i
0.05	CL Plunge	-0.0927343803715464-0.424223511147544i
	CM Plunge	0.0124579508848098+0.0457475306649072i
	CL Pitch	-9.59497943684113+1.61490628482792i
	CM Pitch	1.87334384169116-1.48600510433241i
0.07	CL Plunge	-0.089740889001344-0.540452257924024i
	CM Plunge	0.059842647572602+0.0909903005414632i
	CL Pitch	-7.18569735415527+1.97266104026117i
	CM Pitch	1.50650181794203-2.07451884647114i
0.09	CL Plunge	-0.246069579697468-0.7113228257559i
	CM Plunge	0.0438035587016356+0.0585218544288992i
	CL Pitch	-5.5203908045945+1.45329797890747i
	CM Pitch	1.16608875835553-1.44367466471935i
0.12	CL Plunge	-0.272054384821992-0.834168608252172i
	CM Plunge	0.129346280620376+0.0859900396941208i
	CL Pitch	-6.1072772900894+2.99692606963736i
	CM Pitch	-0.125727871358337+0.585183347810726i
0.16	CL Plunge	-0.436151250052568-0.959062742804192i
	CM Plunge	0.160312848842682+0.0457583930775896i
	CL Pitch	-5.68116768417959+2.88839799037493i
	CM Pitch	-0.348287887845304+0.0187753747031802i
0.20	CL Plunge	-0.511997579006324-1.09023413828884i
	CM Plunge	0.256934790986774+0.0537805195834884i
	CL Pitch	-5.69148384388243+3.88794365608057i
	CM Pitch	-1.11035973754453-1.52038565129114i
0.25	CL Plunge	-0.644491130287056-1.20510421014112i
	CM Plunge	0.138310011531133+0.0246476072483798i
	CL Pitch	-5.28421596319586+1.82751257745801i
	CM Pitch	-0.418002600052636-0.931228476747732i

$k$	Coeficiente	Valor
0.30	CL Plunge	-0.846325237569368-1.1566686769377i
	CM Plunge	-0.0558696677975316+0.0833926676134888i
	CL Pitch	-3.77650825235149+2.84804760873309i
	CM Pitch	-0.95747286349839-0.309661313284266i
0.40	CL Plunge	-0.721066353167356-1.4053190609442i
	CM Plunge	0.186050615219191+0.126304098157121i
	CL Pitch	-4.85861250065376+0.236549928106834i
	CM Pitch	1.33461143224414-1.76940670091964i
0.50	CL Plunge	-0.838478209051504-1.66300049279893i
	CM Plunge	0.16730356149277+0.135031614357513i
	CL Pitch	-3.02948311646327+0.026756085559941i
	CM Pitch	0.625530317436084-0.608261894002928i
0.70	CL Plunge	-0.792585240175908-2.50055832430348i
	CM Plunge	0.438088136914384-0.163846159908557i
	CL Pitch	-1.4792709676968+1.35646433997176i
	CM Pitch	-0.681328093893454+0.75360026097311i
1.00	CL Plunge	-0.57343789729082-3.34203516475752i
	CM Plunge	0.619505504592048-0.227072008793194i
	CL Pitch	-4.04835830635965-0.561063492337469i
	CM Pitch	-0.0341983572605516-1.75615360722772i
1.50	CL Plunge	-0.172792180858299-4.81120500042496i
	CM Plunge	0.766378133045352-0.479569813042004i
	CL Pitch	-4.14339234628719-0.447168497787708i
	CM Pitch	-0.69784655881627-1.9641919314275i
2.00	CL Plunge	0.149401741191783-7.00499487564516i
	CM Plunge	0.87514568325584-1.07790801783358i
	CL Pitch	-3.79498835213211-0.294562913100668i
	CM Pitch	-0.45948324486348-2.11943881176358i

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11 – Matriz aerodinâmica do perfil SC2-0409p5 para Mach 0.95

$k$	Coeficiente	Valor
0.01	CL Plunge	-0.00331649593861362-0.066502937458846i
	CM Plunge	0.000178543706920358+0.00168578259753001i
	CL Pitch	-7.22072033593006+0.136008399967295i
	CM Pitch	0.11167309054901-0.0523696800998642i
0.02	CL Plunge	-0.00626042082984184-0.142145173339305i
	CM Plunge	0.0132051845194286+0.0437863598701144i
	CL Pitch	-7.43556147606804-0.322786482069192i
	CM Pitch	2.74850582654042-0.438048995561656i
0.03	CL Plunge	-0.0211729250739202-0.211993283621174i
	CM Plunge	-0.00198293315545062+0.0026346114261994i
	CL Pitch	-9.40011043063274+1.14474634991626i
	CM Pitch	1.34468116593702-0.316477806035088i
0.05	CL Plunge	-0.0985378405191024-0.39486404640631i
	CM Plunge	-0.00589466694741272+0.0189513274586268i
	CL Pitch	-9.20797367289252+3.11486091811492i
	CM Pitch	1.99696612896771-2.11942216522852i
0.07	CL Plunge	-0.160371943739421-0.538117114242808i
	CM Plunge	0.0715986015972692+0.115097834334948i
	CL Pitch	-6.65773892125464+4.21195428998792i
	CM Pitch	1.54983289893067-3.0648839303558i
0.09	CL Plunge	-0.17597727447572-0.682701125756488i
	CM Plunge	0.171174783887195+0.17919184994826i
	CL Pitch	-5.60072990719159+2.95074134139853i
	CM Pitch	0.306480683041978-1.28197169158957i
0.12	CL Plunge	-0.433293144443492-0.689849887446616i
	CM Plunge	0.0342347641275482+0.120529815952728i
	CL Pitch	-5.10158425389676+2.0264656875811i
	CM Pitch	0.51609143693434-0.907454534740866i
0.16	CL Plunge	-0.386105421612876-1.02762446062506i
	CM Plunge	0.327345940274288+0.131765352631551i
	CL Pitch	-6.59142687898475+3.15053576923618i
	CM Pitch	-0.176972619837319-2.99557274541672i
0.20	CL Plunge	-0.42198589153506-0.888695106183072i
	CM Plunge	0.129780184727736+0.160189226015484i
	CL Pitch	-6.23700181119454+3.00101903396908i
	CM Pitch	-0.577863084711444-3.64243095681136i
0.25	CL Plunge	-0.554153298642848-1.03227577215722i
	CM Plunge	0.0809263842734936+0.204873301919294i
	CL Pitch	-6.08463429050456+1.49213954450851i
	CM Pitch	0.0801899681808298-2.92724333216162i

$k$	Coeficiente	Valor
0.30	CL Plunge	-0.67304698488898-1.29310591109915i
	CM Plunge	0.244220609833936+0.0607887507017104i
	CL Pitch	-4.70740316223015+2.45870869858333i
	CM Pitch	-1.23785875248004-1.6918269611668i
0.40	CL Plunge	-0.686810910866036-1.86129469969381i
	CM Plunge	0.658670213279536-0.136422667104186i
	CL Pitch	-2.83478164354378+1.2921021741167i
	CM Pitch	-0.646973613115142+0.125719445033138i
0.50	CL Plunge	-0.747070193936164-1.93467458513556i
	CM Plunge	0.369698511746338-0.121515475528443i
	CL Pitch	-2.01552899654576+1.67977587847468i
	CM Pitch	-0.49872739205708+0.402333147133154i
0.70	CL Plunge	-0.734711446588476-2.51925474845074i
	CM Plunge	0.486153630981768-0.218749287035986i
	CL Pitch	-5.30647133544484-0.0838314722326161i
	CM Pitch	-1.08335138467571-2.736839235004i
1.00	CL Plunge	-0.517650834946688-3.4857429948386i
	CM Plunge	0.593676205146868-0.31324858382083i
	CL Pitch	-4.21348216757789-1.07408924254217i
	CM Pitch	-0.0867147704204014-1.24094040097266i
1.50	CL Plunge	-0.114985795173157-5.61591713826164i
	CM Plunge	0.794791115083488-0.862961850706808i
	CL Pitch	-4.95180545937142-0.521482763687345i
	CM Pitch	-1.00421689752938-2.7146932682564i
2.00	CL Plunge	0.254920014719906-7.74677491127432i
	CM Plunge	0.900139341415272-1.35417667987812i
	CL Pitch	-3.88941321664533-0.422648970939529i
	CM Pitch	-0.607474422463644-2.41108072324044i

Fonte: Elaborado pelo autor.