

**UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ**  
**Ronaldo Lucius Medeiros Silva**

**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO  
NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Taubaté - SP**

**2019**

**Ronaldo Lucius Medeiros Silva**

**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO  
NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado para obtenção do Título de  
Licenciado em Matemática pelo Curso de  
Licenciatura em Matemática do  
Departamento de Matemática, Física e  
Informática da Universidade de Taubaté.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Ma. Ana Clara da Mota

**Taubaté - SP**

**2019**

**Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBi / UNITAU**  
**Biblioteca Setorial do Departamento de Matemática e Física**

S586d Silva, Ronaldo Lucius Medeiros  
Desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental / Ronaldo Lucius Medeiros Silva. - 2019.  
71f. : il.

Monografia (graduação) - Universidade de Taubaté, Departamento de Matemática e Física, 2019.  
Orientação: Profa. Ma. Ana Clara da Mota, Departamento de Matemática e Física.

1. Ensino fundamental. 2. Aprendizagem lúdica – Educação lúdica.  
3. Pensamento geométrico. 4. Processo de ensino - Aprendizagem.  
I. Universidade Taubaté. II. Título.

CDD 372.7

**RONALDO LUCIUS MEDEIROS SILVA**

**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO NOS ANOS INICIAIS DO  
ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do Título de Licenciado em Matemática pelo Curso de Licenciatura em Matemática do Departamento de Matemática, Física e Informática da Universidade de Taubaté.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Ma. Ana Clara da Mota

Data: \_\_\_\_\_

Resultado: \_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

Prof.<sup>a</sup> Ma. Ana Clara da Mota (Orientadora) – Universidade de Taubaté

Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof.<sup>a</sup> Ma. Amanda Romão de Paiva – Universidade de Taubaté

Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. José Walter Parquet Bizarria – Universidade de Taubaté

Assinatura: \_\_\_\_\_

Dedico esse trabalho a todas as pessoas que me auxiliaram, direta ou indiretamente, e tornaram essa conquista possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus e aos amigos espirituais pelo amparo, por fazer descobrir em mim a coragem de me permitir ser quem eu sou, entre erros e acertos, enfrentando meus medos e saindo da zona de conforto para me tornar cada vez mais quem eu quero ser.

Agradeço à minha família, minha estrutura emocional, por todo amor e incentivo recebido, sem eles nada disso seria possível.

A todos os meus amigos, aos que começaram essa jornada comigo e já encerraram este ciclo e que mesmo assim continuaram me auxiliando e me encorajando. Aos companheiros de longa data que permanecem do meu lado até hoje e aos que encontrei nos últimos anos. Cada um deixou um pouco de si, e contribuiu para que esse momento enfim chegasse.

Aos queridos alunos com quem tive a sorte de conviver e aprender, a razão de eu não desistir e querer sempre oferecer o meu melhor, pois foi junto deles que pude sentir qual a minha verdadeira missão, e qual caminho eu quero trilhar para fazer diferença de alguma forma.

E por último, e não menos importante, aos meus professores, que contribuíram para minha formação compartilhando seus conhecimentos durante todos esses anos, me ensinando também através de exemplos o tipo de profissional que eu espero me tornar.

A todos minha eterna gratidão.

“Embora ninguém possa voltar atrás e fazer um novo começo, qualquer um pode começar agora e fazer um novo fim.”

**(Francisco Cândido Xavier)**

## RESUMO

A geometria surge socialmente a partir da necessidade humana de compreender o universo ao redor e utilizá-lo em seu favor. Seus conceitos estão presentes em diversas formas do mundo físico. É possível observá-los na natureza, na arte, na arquitetura, e em diversas outras áreas do conhecimento. Devido à sua relevância seu ensino não deve ser tratado de forma superficial e deixado de lado – principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que são a base para a vida acadêmica, em função da influência que os conceitos geométricos possuem na aprendizagem em anos posteriores. Dentro desse contexto, o objetivo deste trabalho é contribuir para a reflexão sobre possíveis metodologias e recursos que auxiliem o desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais, através da atuação em parceria dos professores do terceiro e quarto ano do primeiro ciclo com o licenciando em matemática. Para que isso ocorresse, foram realizadas pesquisas bibliográficas que nortearam o planejamento de uma atividade experimental com a qual os alunos se identificassem o que resultou na elaboração de uma maquete inspirada no bairro onde residem, formada por representações de sólidos geométricos. Durante o desenvolvimento das atividades, os alunos mostraram-se bem motivados e interessados em participar, o que contribuiu de forma significativa para que as competências preconizadas pela Base Nacional Comum Curricular para a faixa etária fossem trabalhadas de forma mais lúdica e dinâmica. Com isso, foi possível constatar a importância que essas atividades podem ter no processo de ensino-aprendizagem, pois, além de estimular a criatividade e a autonomia, permitem ao aluno significar o saber escolar, uma vez que estabelecem uma conexão entre o conhecimento adquirido e as situações cotidianas, oferecendo assim ferramentas que lhes permitem intervir em sua realidade e assumir uma postura mais ativa na construção do próprio conhecimento.

**Palavras-chaves:** Atividades lúdicas. Ensino Fundamental 1. Pensamento Geométrico.

## ABSTRACT

Geometry emerged socially from the human need to understand the surrounding universe and use it to its advantage. Geometric concepts are present in various forms of the physical world. You can see them in nature, art, architecture and many other areas of knowledge. Because of its relevance its teaching should not be treated superficially and, aside - especially in the early years of elementary school, which are the basis for academic life, due to the influence that geometric concepts have on learning in later years. In this context, the aim of this study is to contribute to the reflection on possible methodologies and resources that help the development of geometric thinking in the early years, through the partnership between first cycle teachers and undergraduate mathematics students. Bibliographic searches were performed to make this possible, this action was guided the planning of an experimental activity with which students could identify that resulted in the elaboration of a model formed by representations of geometric solids. During the development of the activities, the students were motivated and interested in participating, which contributed significantly to the development of the skills recommended by the Common National Curriculum Base for the age group, in a more playful and dynamic way. With this it was possible to see the importance that these activities can have in the teaching-learning process, because besides stimulating creativity and autonomy. Since this type of activity allows the students to mean the school knowledge and establish a connection between the acquired knowledge and everyday situations, thus offering tools that allow them to intervene in his reality and take a more active stance in the construction of their own knowledge.

**Keywords:** Elementary School. Geometric Thinking. Play activities.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 01 – Representações Figuras Geométricas Notáveis em EVA.....	28
FIGURA 02 – Representações dos diversos Quadriláteros EVA.....	30
FIGURA 03 – Representações de sólidos geométricos em papel cartão.....	31
FIGURA 04 – Alunos do terceiro ano realizando a atividade de planificação.....	33
FIGURA 05 – Aluno realizando a atividade de reconhecer o espaço.....	34
FIGURA 06 – Representações das Figuras disponíveis para confecção dos sólidos geométricos.....	35
FIGURA 07 – Rotação das representações do Losango e do Quadrado.....	37
FIGURA 08 – Representações de quadriláteros regulares e quadrilátero qualquer.....	38
FIGURA 09 – Representações de Cubo 3D e Quadrado 2D.....	40
FIGURA 10 – Associação entre sólidos e objetos do mundo físico.....	31
FIGURA 11 – Planificação de Prismas.....	42
FIGURA 12 – Planificação de Pirâmides.....	42
FIGURA 13 – Planificação do Cone e do Cilindro.....	43
FIGURA 14 – Outras representações de poliedros montados pelos alunos.....	46
FIGURA 15 – Maquete produzida pelos alunos da Turma 5 Matutina.....	47

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIACOES**

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CECAP - Caixa Estadual de Casas para o Povo

EMEF – Escola Municipal de Ensino Fundamental

EVA - Etil Vinil Acetato (Etileno Acetato de Vinila)

ICMI - International Commission on Mathematical Instruction

IMUK - Internationale Mathematische Unterrichtskommission

MEC – Ministrio de Educao e Cultura

MMM – Movimento da Matemática Moderna

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

UNESCO - United Nations Educational Scientific and Cultural Organization

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1 OBJETIVOS GERAIS.....	15
1.1.1 Objetivos Específicos.....	15
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>16</b>
2.1 O ENSINO DA GEOMETRIA NO BRASIL.....	16
2.2 GEOMETRIA SOB UM NOVO OLHAR.....	19
2.3 GEOMETRIA: DO CONCRETO AO ABSTRATO.....	21
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>25</b>
<b>4 DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>27</b>
4.1 FIGURAS GEOMÉTRICAS.....	27
4.1.1 Triângulo, círculo e quadrado.....	28
4.1.2 Quadriláteros.....	29
4.2 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	30
4.2.1 Figuras Bidimensionais e Tridimensionais.....	31
4.2.2 Sólidos e objetos do mundo físico.....	32
4.2.3 Planificação dos Sólidos.....	32
4.3 CONSTRUINDO UM NOVO CECAP.....	33
4.3.1 Reconhecendo Espaço.....	33
4.3.2 Planejando um novo bairro.....	34
<b>5 RESULTADOS.....</b>	<b>36</b>
5.1 FIGURAS GEOMÉTRICAS.....	36
5.2 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	39
5.2.1 Figuras Bidimensionais e Tridimensionais.....	39
5.2.2 Sólidos e objetos do mundo físico.....	40
5.2.3 Planificação dos Sólidos.....	41
5.3 CONSTRUINDO UM NOVO CECAP.....	44
5.3.1 Reconhecendo Espaço.....	44
5.3.2 Planejando um novo bairro.....	45
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>48</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>51</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>53</b>

ANEXO A.....	53
ANEXO B.....	56
ANEXO C.....	62
ANEXO D.....	64
ANEXO E.....	65
ANEXO F.....	67
ANEXO G.....	71

## 1 INTRODUÇÃO

A Geometria é o ramo das ciências exatas que se dedica ao estudo das propriedades e das medidas das figuras no espaço e no plano. Seus conceitos estão presentes em diversas formas do mundo físico; é possível observá-los na natureza, na arte, na arquitetura, e em diversas outras áreas do conhecimento. Assim como a matemática, ela nasce da necessidade humana de compreender o universo ao redor e utilizá-lo em seu favor.

Apesar de sua relevância social e de ser considerada parte essencial do currículo de matemática, estudos realizados, entre eles Meneses (2007), apontam que historicamente nem sempre a valorização do ensino da Geometria ocorreu de forma explícita. Pavanello (1993) complementa afirmando que durante muitos anos, boa parte dos professores no Brasil optou por priorizar outras áreas da matemática, e deixou a Geometria em segundo plano, principalmente no Ensino Fundamental.

A partir do final da década de 90, o cenário para o Ensino da Geometria começa a apresentar mudanças. No Brasil essa tendência pode ser percebida nos Parâmetros Curriculares Nacionais, ao considerar a Geometria como parte fundamental do currículo de Matemática por permitir ao aluno desenvolver um tipo pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997). Na Base Nacional Comum Curricular, por sua vez, a Geometria é defendida como um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (BRASIL, 2017).

Diante desse contexto, o presente trabalho visa a analisar as possíveis contribuições que podem advir da parceria entre os professores dos anos iniciais e licenciandos da área de Matemática, no trabalho da Geometria de forma mais experimental com os alunos do Ensino Integral, matriculados nos terceiros e quartos anos da Escola Municipal de Ensino Fundamental Prefeito Guido José Gomes Miné, localizada na região periférica da cidade Taubaté/SP.

Com o intuito de desenvolver uma proposta de atividade que, além de despertar o interesse dos alunos, contribuísse para a aquisição dos conceitos geométricos necessários, foram realizadas pesquisas relativas ao tema. Esses

apontamentos integram o segundo capítulo deste trabalho, que também traz um pouco da história da Geometria no Brasil.

O terceiro capítulo refere-se à metodologia utilizada. É uma síntese do processo de elaboração da proposta de intervenção, que possui como objetivo primeiro posicionar o aluno enquanto personagem principal do processo de ensino-aprendizagem, criando um ambiente de aprendizagem que possibilitasse a este ampliar seus conhecimentos, apreender o mundo e sobre ele atuar, tendo como norte para toda ação o desenvolvimento das competências e habilidades que a Base Nacional Comum Curricular propõe para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quanto ao quarto capítulo, é descrito, passo a passo, o desenvolvimento da atividade em sala de aula: o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, através de rodas de conversa, as atividades de planificação de sólidos geométricos e por fim a elaboração de maquete de uma vila inspirada no bairro onde moram, aproveitando os sólidos geométricos confeccionados por eles mesmos.

O quinto capítulo aponta as contribuições e os resultados qualitativos obtidos a partir da análise do comportamento dos alunos durante a intervenção, onde foi possível verificar o quanto as metodologias ativas e as atividades experimentais, podem influenciar significativamente a assimilação dos conteúdos e do desenvolvimento das habilidades.

Para concluir, o sexto capítulo traz as considerações finais sobre a atividade e as contribuições percebidas, em que se aponta a necessidade de se dar continuidade ao estudo da temática. Essa constatação se dá, uma vez que o objetivo primordial desta experiência é trazer possibilidades para enriquecer a prática docente e despertar novas reflexões acerca dos métodos e recursos utilizados, a fim de oferecer um ensino de qualidade e que também desperte nos alunos o prazer em aprender.

## 1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem com objetivo geral verificar as contribuições em utilizar recursos experimentais no desenvolvimento do pensamento geométrico entres os alunos do Ensino Integral, matriculados no terceiros e quartos anos da EMEF Prefeito Guido José Gomes Miné da Rede Pública Municipal da Cidade de Taubaté/SP, a partir do desenvolvimento das habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular.

### 1.1.1 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos que nortearam a proposta de intervenção são:

- Pesquisar sobre a evolução histórica da Geometria no Brasil.
- Identificar recursos e metodologias para o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
- Propor e aplicar atividades experimentais de Geometria que possibilitem o desenvolvimento das competências e habilidades para os terceiros e quartos anos do Ensino Fundamental
- Verificar a contribuição da atividade aplicada no desenvolvimento do pensamento geométrico e das habilidades e competências dos alunos.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo é constituído dos levantamentos bibliográficos que serviram de base para a elaboração das atividades experimentais aplicadas em sala de aula.

Em um primeiro momento, buscou-se desenvolver um pouco da trajetória da Geometria no Brasil desde a sua origem, da transformação de saber específico em uma disciplina escolar nacionalmente instituída. Posteriormente, discorre-se sobre os processos de modernização de ideais, muitas vezes controversos, pelos quais a disciplina passou e nos quais a inclusão ou não de atividades experimentais nos métodos educacionais, responsáveis por criar um elo entre a teoria e a prática, influenciaram de forma significativa o interesse, a assimilação e a apreensão dos conteúdos pelos alunos.

A segunda parte da pesquisa teve como foco o estudo do cenário educacional mais atual, o qual é refletido quanto ao tipo de ensino esperado para a Geometria nos anos iniciais, fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). Nessa etapa também foram pesquisados tipos de abordagens e recursos que podem ser utilizados para auxiliar o desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos desde os primeiros anos da vida acadêmica, para que o processo de construção do conhecimento em relação ao tema transcorra de forma mais fluída.

### 2.1 O ENSINO DA GEOMETRIA NO BRASIL

As práticas de ensino podem ser consideradas como construções histórica-sociais, uma vez que são desenvolvidas de acordo com as necessidades da sociedade na qual está inserida. Com a Geometria, não se sucedeu de forma distinta, as metodologias usadas para estudar e transferir os seus conteúdos, sua relevância e as possíveis áreas de aplicações, sejam agrícolas, bélicas entre outras, sempre acompanharam a dinâmica das demandas sociais, políticas e econômicas de cada período histórico (MENESES, 2007).

No Brasil, por exemplo, o interesse pelo tema teve início por volta do século

XVII, devido ao imperativo militar de proteger as fronteiras territoriais de possíveis invasões, uma vez que os soldados que não possuíam noções sobre esses conteúdos apresentavam dificuldade de acertar alvos, organizar materiais e fazer a leitura de mapas (SOUZA, 2016).

Com o passar do tempo, a mentalidade nacional e as necessidades foram sendo ampliadas, assim como as discussões sobre a real importância da Geometria no desenvolvimento do indivíduo. Segundo Monteiro (2012), por volta de 1800, essa área do conhecimento passa ser vista como um terreno fértil para desenvolver a razão e trazer o raciocínio exato sobre diversas questões, incluindo as Econômicas e Políticas. Nessa época, também a Geometria passou a ser pré-requisito para o ingresso em escolas politécnicas e em cursos superiores da área jurídica e médica.

O autor complementa que o contexto acima descrito influenciou significativamente para que a Geometria conquistasse o título de disciplina escolar no Brasil, regulamentada pelo poder público e caracterizada como um conhecimento de cultura geral escolar e não mais um saber de cunho específico. Com isso, as metodologias de ensino, assim como os próprios conteúdos, passaram a ser pauta de discussão de vários professores e estudiosos da área.

No início do século XX, com o processo de industrialização, novas discussões sobre o ensino da Geometria foram sendo desencadeadas a nível mundial. Segundo Meneses (2007), o modelo lógico-dedutivo baseados em axiomas teoremas e postulados, que predominava no Brasil até então, passou a ser duramente criticado.

Como afirma Monteiro (2012), as novas demandas sociais exigiam uma instrução matemática mais ampla com conhecimentos modernos e avançados que pudessem ser relacionados a uma aplicação mais técnica. A matemática escolar, de caráter estático e desvinculado das aplicações práticas, já não era suficiente para preparar o indivíduo para atual sociedade.

Em resposta à problemática, ocorreu em 1908, em Roma, o IV Congresso Internacional de Matemáticos, onde foi criada uma associação composta por professores de Matemática defensores da modernização da disciplina, o IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), que a partir de 1954 passou a ser denominada ICMI (International Commission on Mathematical Instruction). A criação dessa comissão marcou o início do Movimento pela Modernização Matemática, ou Movimento da Matemática Moderna (MMM), como ficou conhecido posteriormente.

Para a Geometria, essa fase inicial do processo de modernização ficou marcada por transformações estruturais, na qual deixou de ser uma disciplina escolar autônoma e passou, juntamente com a Álgebra e a Aritmética, a fazer parte dos conteúdos de uma disciplina escolar denominada Matemática (MENESES, 2007).

Apesar dessa unificação, no final da década de 20, as questões envolvendo Geometria continuaram ocupando papel notável no ensino da nova disciplina, sendo considerada como fonte privilegiada, tanto para a exploração do pensamento funcional e da intuição, destacando seu caráter experimental, quanto para tornar a aprendizagem mais significativa, sob o ponto de vista da atual ideologia educacional (MONTEIRO, 2012).

Na década de 30, mesmo com o ensejo de implementar uma matemática escolar mais contextualizada, menos complexa e mais acessível, surge no cenário mundial uma vertente do movimento de modernização com ideais contrários aos vigentes até então. Formados por um grupo de matemáticos, em sua maioria de origem francesa, os Bourbakis tinham como proposta apresentar uma geometria mais rigorosa, simples e axiomática, que influenciou significativamente a Educação Matemática e o currículo escolar no Brasil, marcando a segunda fase do Movimento da Matemática Moderna (CLARAS; PINTO, 2008).

Nesse período, os livros didáticos passaram a ter uma preocupação maior com as estruturas algébricas e a teoria dos conjuntos. A Geometria passa a ser trabalhada de forma mais intuitiva, utilizando-se da linguagem da teoria de conjuntos para representação e dos teoremas como postulados, no qual o enfoque maior era a resolução de alguns problemas. Como afirma Pavanello (1993), nessa não existia qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções primitivas empiricamente elaboradas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais descrevem que, durante esse período, o ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas, mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem da teoria dos conjuntos havia sido introduzida de tal forma que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável acabou por comprometer ainda mais o ensino da geometria e das medidas. (BRASIL, 1997, p.20)

A ideologia do MMM exigia uma Geometria direcionada para transformações, método que não era dominado pela maioria dos professores. Por essa razão, com

advento da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino nº 5692/71, que permitia a cada professor montar seu programa de aula de acordo com a demanda de seu público, muitos alunos deixaram de aprender a Geometria, pois os professores das quatro séries iniciais do antigo 1º grau, em geral, limitaram-se a trabalhar somente aritmética e noções de conjunto, conteúdos dos quais possuíam maior domínio. Quando não era eliminado, o ensino da Geometria passou então a ser feito somente no antigo 2º grau, atual Ensino Médio (PAVANELLO, 1993, p. 13).

Meneses (2007, p.4) afirma que o abandono percebido no ensino da Geometria entre os anos de 1960 a 1990 refletiu diretamente nos cursos de formação de professores, já que nesse período um currículo voltado ao ensino da Geometria era inexistente. Tal fato foi responsável por um grupo de professores “*órfãos dessa formação*”, que culminou na criação de um ciclo vicioso, em que uma geração de professores, sem a consciência da importância da aprendizagem da mesma e sem condições de transmitir o conteúdo, formou outros professores e estudantes com as mesmas dificuldades.

## 2.2 GEOMETRIA SOB UM NOVO OLHAR

Na década de 90, inicia-se um novo capítulo para o ensino da Matemática, e o papel da Geometria volta a ser discutida com maior assiduidade, sob um olhar mais atento (BARBOSA, 2001).

Prova dessa nova perspectiva foi a realização da conferência intitulada “*Perspectivas para o ensino da Geometria no século XXI*”, organizada pela Comissão Internacional para a Instrução Matemática em parceria com a UNESCO, em 1995 na Cidade de Catânia, Sicília – Itália.

Segundo Lopes (2007 apud OLIVEIRA, 2007, p.16), essa conferência foi um dos primeiros e poucos eventos voltados para a discussão sobre o ensino da Geometria.

O autor elenca as principais recomendações e reflexões para o ensino e a aprendizagem de Geometria no século XXI discutidas no evento. Dentre elas destacam-se:

- A inclusão da geometria bi e tridimensional, no ensino primário, para

que os alunos sejam capazes de: descrever, desenhar e classificar figuras; investigar e prever o resultado de combinar, subdividir e transformar figuras.

- Evitar substituir o programa de geometria com os tópicos sobre medidas;
- Reconhecer e apreciar a geometria dentro de seu mundo e desenvolver a percepção espacial.
- As atividades cujo foco está na memorização de vocabulário, fatos e relações merecem menos atenção.
- O programa de ensino de Geometria dos seis primeiros anos de escolaridade deve centrar-se em atividades e não em teorias;
- Procurar trabalhar com atividades que se relacionam com outras áreas afins, como Artes, Geografia e Física.
- A Geometria deve ser considerada como um instrumento para compreender e descrever o espaço em que se vive.

Em resposta, no ano de 1997, são elaborados no Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), em que a Geometria começa a ser tratada de forma diferenciada; porém, o ensino era mais voltado para preparar o aluno para o mercado de trabalho. Vinte anos depois, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) entrega a primeira versão da Base Nacional Comum Curricular, um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar. Nesse documento há uma preocupação maior com o desenvolvimento de competências e habilidades dos alunos, no qual a Geometria passa a ser vista como grande aliada ao envolver o estudo de amplos conceitos e procedimentos que permitem ao estudante ler, compreender e transformar sua realidade (BRASIL, 2017).

Ainda sobre a importância da Geometria no currículo escolar, Pavanello (1993) afirma que tanto a sua exclusão quanto a prioridade do ensino da Álgebra podem trazer sérios prejuízos ao desenvolvimento integral dos indivíduos, pois, ao se trabalhar exclusivamente Álgebra, pode-se ocasionar uma atitude passiva de repetir métodos e de executar operações mecânicas, sem questionar ou compreender o porquê. Enquanto isso, o trabalho com Geometria pode contribuir para o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, favorecendo a análise e a conexão dos fatos e de relações, e posteriormente a dedução de novas

considerações.

Longe de defender a supremacia de um conteúdo em relação ao outro, é necessário que haja um equilíbrio entre ambos, pois tanto o pensamento visual, dominante na geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, são essenciais à educação matemática e se complementam para formar o indivíduo (ATIYAH, 1982, p. 183 apud PAVANELLO, 2004).

Tendo como base as atuais tendências ideológicas, é possível perceber que a Geometria paulatinamente vem reconquistando seu espaço dentro do currículo escolar. No entanto, é necessário que os professores, principalmente os que atuam no primeiro ciclo do fundamental (que constitui a base da vida acadêmica), busquem uma formação adequada, e assumam uma postura mais atuante, de forma a contribuir para que as mudanças preconizadas pelas propostas curriculares sejam concretizadas.

### 2.3 GEOMETRIA: DO CONCRETO AO ABSTRATO

Desde seu nascimento, as crianças já têm acesso a um universo repleto de formas e de dimensões. À medida que essa percepção do espaço se amplia, o modo com que elas se relacionam e interagem com esse universo também vai sendo aprimorado. Por isso, ao chegar à escola, essas já detêm um conhecimento intuitivo do espaço perceptivo que a cerca, resultante da exploração através dos órgãos sensitivos. No entanto, é preciso que esse conhecimento seja estruturado.

Uma prática pedagógica que tenha o aluno como personagem principal do processo educativo deve levar em conta os conhecimentos já adquiridos. A própria Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2007, p. 274), aponta para a necessidade de retomar as vivências cotidianas da criança, através de atividades que permitam uma articulação com os conhecimentos já adquiridos e novos, no intuito de sintetizá-los, e para contribuir para desenvolvimento de sua autonomia e do protagonismo na construção do seu próprio conhecimento – neste caso específico, do pensamento geométrico.

Partindo desse pressuposto, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) afirmam se faz necessário compreender que conceitos geométricos

são representações mentais e não fazem parte do universo sensível com o qual a criança tem contato direto. Contudo, em um processo evolutivo, a geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico. Pavanelo (2004) ratifica esse pensamento ao afirmar que a Geometria representa um campo fértil para desenvolver a “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível”. Sob esse viés, o grande desafio no ensino da Geometria é oferecer ao aluno uma base sensorial concreta e sólida para que posteriormente seja capaz de abstrair e formular conceitos, relacionando assim os espaços sensitivos e os geométricos.

Fonseca (2009) afirma que o objetivo do ensino da Geometria nas séries iniciais é a percepção e a organização do espaço no qual a criança está inserida. Considerando que o espaço sensível é tridimensional, a autora, assim como outros estudiosos do tema, propõe que o ensino da Geometria se inicie pela observação desse espaço e pelos modelos que o representam, uma vez que as formas no espaço físico são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta do espaço geométrico.

A autora chama a atenção para o fato de que as figuras planas (bidimensionais) não possuem espessura: são idealizações, facilmente reconhecidas e nomeadas pelas crianças, porque suas representações são comumente utilizadas para construir objetos do mundo físico. Seguindo com a linha de raciocínio, é difícil para uma criança conceber, com base na percepção, uma reta (unidimensional) ou um ponto que não possui dimensão. O ponto, a reta e o quadrado, apesar de possuírem representações, que, por sua vez, formam objetos do mundo físico, não pertencem diretamente ao espaço perceptivo da criança, são conceitos abstratos que aos poucos vão sendo compreendidos e assimilados.

Isso não significa que o ensino das formas geométricas planas, suas relações e sua formação, deva ser iniciado em séries mais avançadas. A autora sugere apenas que a abordagem desses conceitos necessita ser precedida da exploração do espaço físico, pois os sólidos geométricos estão mais próximos do mundo sensível e, por isso, exigem da criança menor esforço de abstração.

Essa abordagem de partir do mais concreto possível para alcançar o representativo aos poucos, encontra respaldo, também nos estudos desenvolvidos por outros autores. Freudenthal (1973 apud Fonseca, 2009, p. 48), por exemplo, afirma que o espaço tridimensional, além de ser muito mais concreto com seus

sólidos do que o plano bidimensional e suas figuras, são um campo fértil de aplicação de atividades mais criativas, por ser mais intuitivo para a criança.

Rabaiolli (2013) por sua vez afirma que a aprendizagem nos primeiros anos de escolarização se dará mais facilmente se as atividades de observação, manipulação e exploração de diferentes objetos forem priorizadas.

Para complementação, Pais (1996) afirma que a abstração e a generalização dos conceitos geométricos são construídas de forma lenta pela criança, num processo dialético que envolve sua interação com o mundo e a sua reflexão intelectual sobre essa relação. Para auxiliar no desenvolvimento do pensamento geométrico, a materialidade deve ser utilizada com o intuito de permitir o processo de abstração; dessa forma, os objetos, devido a sua concretude, são materiais didáticos de grande contribuição para o ensino da Geometria e constituem um recurso importante na transposição do nível sensorial para o mundo das ideias abstratas.

Entretanto, o autor ressalta que é de extrema importância que o trabalho com objetos não se limite à atividade lúdica apenas. Os recursos didáticos têm a finalidade de servir como facilitador na relação entre professor, aluno e conhecimento, porém, quando esses instrumentos pedagógicos, idealizados para facilitar o processo de aprendizagem, passam a ser utilizados como o próprio objeto de estudo em si mesmo, ocorre uma inversão didática, e eles deixam de cumprir sua função.

Do contato direto com os objetos do mundo físico que representam os conceitos geométricos abstratos, a criança absorve algumas propriedades e cria aos poucos imagens mentais que lhe permitem evocar esses objetos em sua ausência.

Para melhor compreensão, sobre as imagens mentais,

[...] pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens mentais quando ele é capaz de enunciar, de forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim como as noções geométricas são ideias abstratas e, portanto, estranhas à sensibilidade exterior do homem, a formação de imagens mentais é uma consequência quase que exclusiva do trabalho com desenhos e objetos. (PAIS, 1996, p. 70).

O autor considera essas imagens mentais como o ponto de partida para o processo de abstração, uma vez que são de uma natureza essencialmente diferente do objeto, devido a sua subjetividade. Construções mentais são abstratas e, por essa razão, podem estar mais relacionadas aos conceitos do que aos objetos.

Na mesma linha ideológica, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1997) também defendem a importância das atividades experimentais de manipulação de objetos para a construção de imagens mentais que servirá de suporte para o desenvolvimento dos conceitos mais abstratos característicos do pensamento geométrico:

É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim distanciar-se do espaço sensorial ou físico. É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais. (BRASIL, 1997, p. 125-126).

Em síntese, através do contato direto com o objeto, a criança extrai as propriedades necessárias para a criação das imagens mentais, que por sua vez auxiliarão na abstração característica do pensamento geométrico. Em outras palavras, a intuição e a experiência contribuirão para a construção dos conceitos geométricos.

### 3 METODOLOGIA

Antes de dar início ao trabalho, foi realizado um estudo sobre a Base Nacional Comum Curricular, no qual foi levado em consideração o que se espera para o ensino da Geometria nos anos iniciais do Fundamental.

A Base indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências e habilidades, por meio da indicação clara do que os alunos devem “saber” e, sobretudo, do que devem “saber fazer” (BRASIL, 2007, p.13).

Analisando as habilidades geométricas previstas para os cinco primeiros anos, é possível perceber que elas estão intrinsecamente ligadas, como se a cada ano a competência fosse ampliada, sugerindo a ideia de uma espiral, onde as noções geométricas são retomadas e aprofundadas ano a ano (BRASIL, 2007, p.274).

Por essa razão foram escolhidos para a pesquisa os alunos dos terceiros e quartos anos, para ampliar as habilidades já iniciadas em anos anteriores, e oferecer uma base para o último ano do primeiro ciclo do Ensino Fundamental.

Para que a atividade aplicada não prejudicasse os alunos em de sala de aula, comprometendo a carga horária disponível para trabalhar os conteúdos propostos pelo currículo, optou-se por realizar a intervenção com os alunos do Integral, durante as oficinas de Informática.

As intervenções foram realizadas de segunda a sexta, durante duas semanas, contando com a participação de 30 a 35 alunos, com faixa etária entre 8 e 10 anos, divididos em grupos de 10 a 12 crianças. Nessas o licenciando Ronaldo Lucius Medeiros Silva, autor desse trabalho, desempenhou o papel de mediador juntamente com aicineira Tavane Tibúrcio Pires.

Tendo como norteadora a pesquisa exploratória descrita no capítulo anterior, as atividades, que culminaram na elaboração de uma maquete utilizando sólidos geométricos para criar estruturas diversas do mundo físico, foram planejadas no intuito de proporcionar aos alunos um ambiente de aprendizagem ativa, onde esses pudessem desenvolver suas competências e habilidades de forma mais autônoma.

Como afirmam Barbosa e Moura (2013), em um ambiente de aprendizagem ativa o professor atua como um mediador e facilitador do processo de

aprendizagem, não como fonte única de informação e conhecimento. Nesse tipo de metodologia o aluno passa a ser a peça chave no processo de ensino aprendizagem, uma vez que as atividades são desenvolvidas para que ele próprio faça suas considerações e amplie seus conhecimentos.

Os autores afirmam que a aprendizagem ativa acontece através da interação entre os alunos e seus pares, e ainda da interação entre esses e o objeto de estudo - nesse caso específico as figuras geométricas planas e espaciais. É ouvindo, falando, perguntando, discutindo, fazendo e ensinando que a aprendizagem ativa ocorre. Por essa razão, foi escolhida a roda de conversa para integrar a proposta de intervenção.

Os dados coletados foram de caráter qualitativo, obtidos a partir da análise das atitudes e dos comportamentos dos alunos e das observações verbais por eles proferidas, durante a aplicação da atividade experimental com as representações das figuras planas e espaciais, tendo como referencial o apropriação dos conceitos geométricos e as competências e as habilidades da Base Nacional Comum Curricular, a serem desenvolvidas pelos alunos dos terceiros e quartos anos do Ensino Fundamental especificamente.

## 4 DESENVOLVIMENTO

O presente capítulo tem o objetivo de descrever de forma mais objetiva o desenvolvimento das atividades em sala de aula, os resultados e as considerações feitas pelos alunos serão relatados no capítulo 5.

Cabe salientar que as atividades foram planejadas tendo como norte a fundamentação teórica; por isso foi optado por trabalhar de uma forma mais experimental e permitindo o contato direto da criança com objetos que representam os conceitos de figuras e sólidos geométricos. Além disso, a disposição das crianças em torno de uma única mesa, fazendo alusão a uma roda de conversa, foi planejada com o intuito de promover um espaço de aprendizagem coletiva, que estimulasse a interação de forma cooperativa e o respeito aos diferentes pontos de vista.

As atividades foram divididas em três blocos principais: Figuras Geométricas, Sólidos Geométricos e Construindo um novo CECAP.

### 4.1 FIGURAS GEOMÉTRICAS

Considerando que a Base Nacional Comum Curricular propõe a superação da fragmentação do conhecimento, e a articulação entre situações já vivenciadas e novos conhecimentos, a primeira fase da atividade teve como objetivo levantar os conhecimentos prévios dos alunos para posteriormente ampliá-los com atividades de caráter mais experimental, utilizando recursos físicos de fácil manipulação.

Partindo da premissa que “por meio da observação e experimentação as crianças começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas” (BRASIL, 2007), e apoiada na proposta de Toledo (2009, p. 223) de estruturação do ensino da Geometria no primeiro ciclo do fundamental em uma sequência de trabalho de três etapas, abaixo descritas, a primeira atividade aplicada consistia basicamente em apresentar modelos de algumas figuras geométricas e incentivar a discussão de suas características.

1. Familiarização com as figuras geométricas (planas ou não);
2. Descoberta de suas propriedades;

### 3. Estabelecimento de relação entre as figuras e suas propriedades.

A atividade foi com as representações de figuras geométricas planas foram subdivididas em duas etapas, descritas abaixo.

#### 4.1.1 – Triângulo, círculo e quadrado

A presente atividade tinha como objetivo principal a interação dos alunos identificando e discutindo as características e propriedades relacionadas ao número de lados de das figuras geométricas, e a medida do possível introduzir o conceito de polígono, a fim de desenvolver com os alunos a habilidade da BNCC de comparar e classificar figuras planas em relação a seus lados (BRASIL, 2017).

Para a aplicação da atividade foram utilizadas representações de figuras Geométricas (círculos, triângulos e quadrados) confeccionadas pelo licenciando em Etileno Acetato de Vinila (EVA), como mostra a Figura 01.



Figura 01 – Representações Figuras Geométricas Notáveis em EVA  
Fonte: Elaborada pelo autor

Como metodologia foi utilizado a roda de conversa, que permitiu aos alunos interagirem entre si expondo seu ponto de vista e suas considerações sobre o tema.

Para dar início a atividade, os mediadores distribuíram as representações de figuras geométricas notáveis, confeccionadas em EVA, para os alunos, que foram

observando figura por figura e passando para o colega ao lado, comentando sobre elas.

Para estimular a participação de todos e incentivar para que expressassem suas observações, sempre que necessário, os mediadores intervinham formulando questões, como por exemplo:

Vocês conhecem essas figuras?

Como vocês as nomeariam?

O que elas possuem em comum?

Quais são as diferenças entre elas?

Com isso os alunos expuseram suas observações através da comunicação verbal e identificaram algumas características das representações que serão relatadas no capítulo 5. Além disso, fizeram também o uso de diversas habilidades de pensamento como analisar, relacionar e classificar.

#### 4.1.2 – Quadriláteros

A segunda atividade tinha por objetivo fazer com que os alunos através de observação e manipulação de representações de quadriláteros diversos identificassem e discutissem as características e as propriedades das figuras geométricas, para que na medida do possível, os conceitos de ângulos, paralelismo e simetria fossem verificados de forma experimental.

A metodologia usada também foi a de roda de conversa, tendo o aluno como personagem principal da atividade para que assim eles pudessem trabalhar a habilidade de classificar e comparar figuras planas em relação a seus lados.

Foram distribuídas para os alunos representações de diversos quadriláteros, como mostra a Figura 02. Dentre as figuras estavam representações de trapézios quadrados, paralelogramos, losangos, retângulos e quadriláteros que não se enquadravam em nenhum dos grupos citados anteriormente.

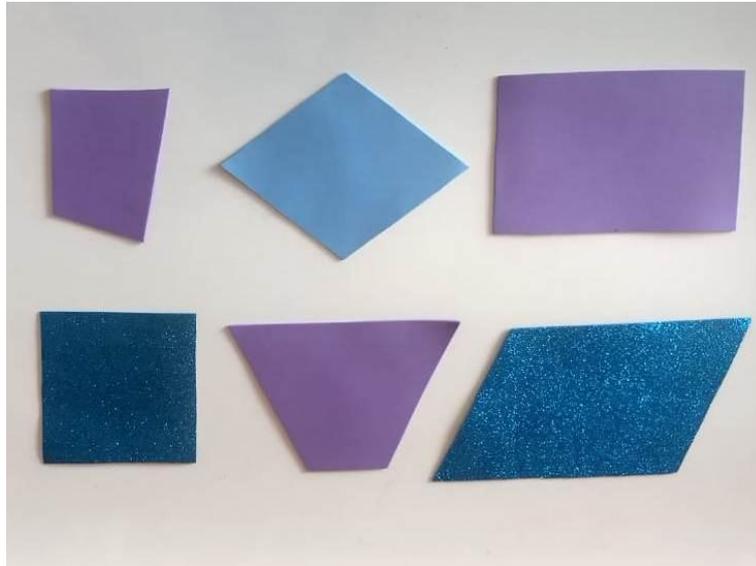


Figura 02 – Representações dos diversos Quadriláteros EVA  
Fonte: Elaborada pelo autor

Nessa atividade optou-se por não abordar com tanta ênfase a parte formal da conceituação. O foco maior era trabalhar características mais visuais das figuras que poderiam ser assimiladas e evidenciadas pelos alunos através da interação e da verificação tátil e visual.

Os conceitos foram sendo introduzidos e ampliados a partir das considerações levantadas pelo alunos, algumas delas geradas por questões formuladas pelos mediadores.

Apesar do agente principal da atividade ser o aluno, cabe destacar a importância que a elaboração das perguntas teve sobre as respostas, pois o modo como as questões foram enunciadas conduziram o rumo da discussão para que os objetivos fossem alcançados.

## 4.2 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Os sólidos geométricos, também conhecidos como figuras espaciais, distinguem-se das figuras planas por possuírem três dimensões (comprimento, altura

e largura). Apesar de sua natureza abstrata, essas estão mais próximas do mundo sensitivo com o qual a criança tem contato, uma vez que seus conceitos servem de base para criação de vários objetos do mundo físico.

Partindo dessa premissa, e tendo como diretriz a Base Nacional Comum Curricular, com a aplicação da presente atividade espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações, e relacionem os sólidos geométricos com objetos do mundo físico.

#### 4.2.1 – Figuras Bidimensionais e Tridimensionais.

O objetivo da presente atividade era estimular a discussão sobre a diferença entre figuras geométricas planas e espaciais e estabelecer relações entre as mesmas, a fim de ampliar os conceitos de figuras em 2D e 3D.

Para a atividade, foram utilizadas as representações de figuras planas confeccionados em EVA e de sólidos geométricos confeccionados com papel-cartão e elástico, como mostra a Figura 03. Optou-se por utilizar esses materiais na confecção dos sólidos para facilitar a montagem e desmontagem. Dessa forma, os mesmos materiais puderam ser utilizados em com todas as turmas, reduzindo assim o seu descarte.



Figura 03 – Representações de sólidos geométricos em papel cartão  
Fonte: Elaborada pelo autor

Através da manipulação dessas representações os alunos foram instigados a expor suas observações de como esses dois grupos de figuras distintos se relacionavam entre si qual a diferença primordial entre elas.

#### 4.2.2 – Sólidos e objetos do mundo físico

A próxima parte da atividade com os sólidos tinha como objetivo possibilitar aos alunos a compreensão de que Geometria e seus conceitos estão presentes no cotidiano, em formas e estruturas representadas na natureza e nos objetos.

A metodologia utilizada foi a roda de conversa. Com aplicação da atividade foi possível trabalhar a habilidade de relacionar figuras geométricas espaciais – como o cubo, o bloco retangular, a pirâmide, o cone, o cilindro e a esfera - aos objetos do mundo físico e assim nomear essas figuras.

#### 4.2.3 – Planificação dos Sólidos

A última atividade do bloco, teve como objetivo identificar as características particulares dos Prismas, Pirâmides e Corpos Redondos a partir de suas planificações e trabalhar com os alunos a habilidade prevista na BNCC de descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações, comparando seus atributos e nomeando-as.

Os materiais utilizados foram os mesmos das atividades anteriores, porém na presente atividade cada aluno selecionou um ou dois sólidos para que fossem “desmontados”, ou planificados.

A figura 04 mostra os alunos de uma das turmas realizando a atividade de planificação.



Figura 04 – Alunos do terceiro ano realizando a atividade de planificação  
Fonte: Elaborada pelo autor

### 4.3 CONSTRUINDO UM NOVO CECAP

O terceiro bloco de atividades teve como proposta principal utilizar a Geometria para compreender o mundo e intervir sobre ele. E foi subdividido em duas partes.

#### 4.3.1 Reconhecendo o espaço

Apesar do foco principal desta proposta de trabalho não ser a utilização da Tecnologia Digital, entende-se que os alunos matriculados hoje no primeiro ciclo do Ensino Fundamental nasceram em uma era totalmente digital, em que, desde muito cedo, já se têm acesso a *tablets*, celulares e computadores.

Por essa razão, as ferramentas computacionais, além de possuírem um grande potencial pedagógico, podem trazer grandes contribuições para tornar a aprendizagem mais dinâmica e prazerosa (AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015 apud SOUZA, 2016).

Partindo da premissa acima e levando em consideração que uma das competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental, preconizada pela BNCC (BRASIL, 2017), consiste em utilizar processos e ferramentas tecnológicas digitais disponíveis para resolver problemas do cotidiano, a presente atividade propõe a utilização de ferramentas gratuitas de visualização de mapas em 2D e 3D, para que os alunos pudessem compreender melhor os espaços que os cercam, visualizando-os sob um ponto de vista diferente do qual estão habituados, compreendendo o conceito de vista frontal, lateral e superior, necessários para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

A atividade teve um caráter menos restrito, em que cada aluno tinha autonomia para explorar o espaço utilizando as ferramentas de visualização de mapa gratuita que eles julgassem apropriada. Boa parte dos alunos optou por utilizar as ferramentas do Google. Cada aluno realizou seu próprio trajeto para conhecer melhor o espaço e absorver as informações necessárias para desenvolvimento da próxima atividade, como mostrado na figura 05.



Figura 05 – Aluno realizando a atividade de reconhecer o espaço  
Fonte: Elaborada pela autor

#### 4.3.2 Planejando um novo bairro

Segundo a BNCC (2017, p. 264), o Ensino Fundamental deve ter o compromisso de desenvolver o letramento matemático, definido também como sendo a competência e habilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente.

Esse letramento deve assegurar que os alunos reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo. Com base no desenvolvimento dessa competência, a presente atividade tem como foco principal utilizar a Geometria como sendo uma ferramenta que permite ao aluno representar e modificar o mundo no qual ele está inserido .

Estruturalmente, esse estágio da proposta de intervenção foi dividido em três partes. Em um primeiro momento, através de roda de conversa, os alunos discutiram: Como um bairro é constituído, ou como ele é formado? E o que ele precisa ter para que seus moradores consigam viver bem?

Com essas informações em mãos, os alunos conversaram entre si sobre o que o que, como e por quem seria construída cada representação. Com o projeto definido por eles, a terceira fase da atividade consistia em construir uma maquete desse bairro idealizado.

Nesse momento, foi lançada a proposta: “Utilizar os sólidos geométricos para construir o ‘bairro ideal’”. As representações das figuras geométricas adaptadas em papel-cartão foram distribuídas na mesa de forma aleatória, conforme mostrado na Figura 06, juntamente com os pequenos elásticos para uni-las.

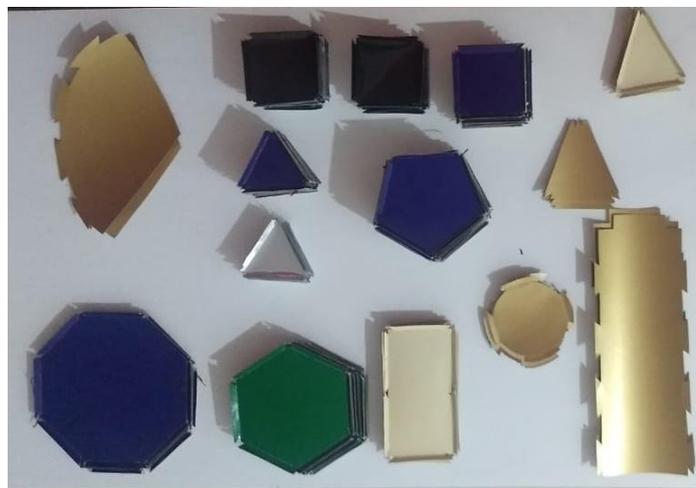


Figura 06: Representações das Figuras disponíveis para confecção dos sólidos geométricos  
Fonte: Elaborada pelo autor

Para a presente atividade não foram disponibilizados nenhum tipo de modelo de sólidos para que alunos seguissem. A intenção era oferecer ao aluno liberdade de atuação para realizar experimentações e verificar o que seria possível construir com os materiais disponíveis, para que dessa forma fosse possível avaliar a contribuição que a proposta de intervenção teve do processo de aprendizagem no desenvolvimento do pensamento geométrico.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 – FIGURAS GEOMÉTRICAS

Durante a primeira atividade com as figuras notáveis, quadrado, círculo e triângulo, sem maiores dificuldades, os alunos conseguiram nomear as figuras e descrever algumas de suas propriedades mais elementares. Nesse primeiro momento, eles deram maior ênfase ao número de lados. Exemplo: “Isso é um quadrado, ele tem quatro lados do mesmo tamanho”, “Essa figura tem três lados, é um triângulo”.

Em relação à representação do círculo, as crianças alegaram que figura era diferente, pois não era formada por retas, como o quadrado e o triângulo. A partir dessa observação, foi introduzido o conceito de polígono (Anexo A).

Ao aplicar as atividades com os quadriláteros, foi preciso tomar certo cuidado em relação às definições e delimitar exatamente o que era esperado das crianças, para não causar confusões que poderiam prejudicar a aprendizagem.

Nessa faixa etária, os alunos conseguem nomear os quadriláteros de uma forma mais geral. Por exemplo, 99% dos alunos conseguem identificar as representações físicas de quadrado e retângulo. Quando se expande para paralelogramos, losangos e trapézios, esse percentual tende a diminuir. Surge então a necessidade de explorar mais o contato com essas formas para posteriormente trabalhar questões mais conceituais, pois a maior parte das crianças ainda não possui maturidade conceitual suficiente para compreender que um quadrado, por definição, é ao mesmo tempo losango e retângulo (Anexo A), que por sua vez são classes distintas de paralelogramos.

Para elas, cada uma dessas figuras possui características próprias e distintas, e a partir da observação e dos conceitos primitivos que acumularam ao longo de suas experiências sensitivas, às vezes é possível nomeá-las. “Quadrado é quadrado” e “retângulo é retângulo”. Dificilmente, nessa fase, eles conseguem relacionar com propriedades mais conceituais que os enquadrariam em um grupo comum de poliedros.

Por mais que muitas das questões que geraram as discussões tivessem partido dos mediadores, todos os conceitos discutidos tiveram origem nas observações expostas pelos alunos.

Questões simples, como “O que essas figuras possuem em comum?” e “E se eu girar essas figuras o que acontece?”, geraram discussões interessantes que foram além do número de lados.

Como é possível verificar na Figura 07, ao rotacionar um quadrado, eles perceberam que esse se assemelharia ao losango. Porém, que ao girar um losango, este pareceria mais um paralelogramo do que um quadrado.

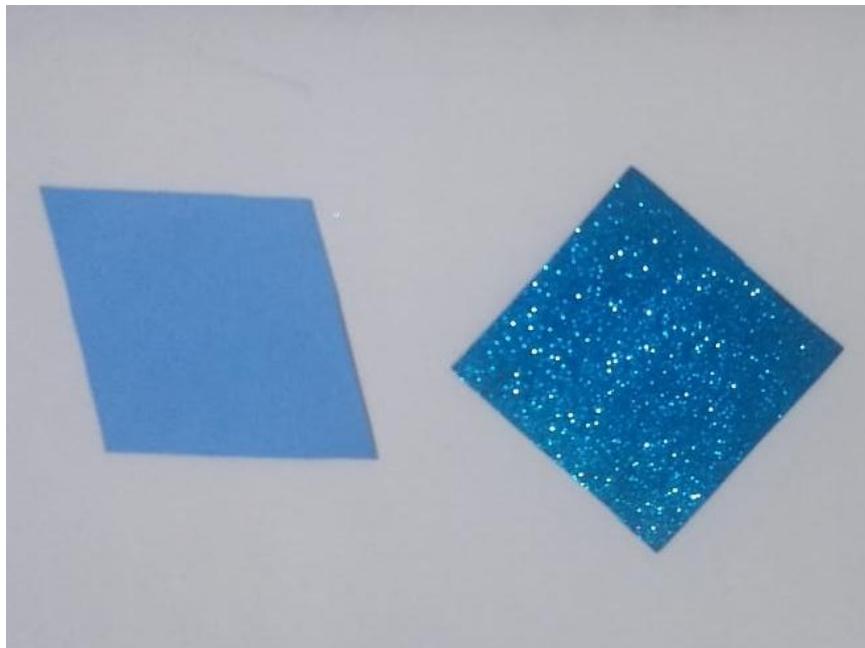


Figura 07 – Rotação das representações do Losango e do Quadrado  
Fonte: Elaborada pelo autor

A partir da interação dos alunos com a representação do losango e do quadrado foram observados conceitos primitivos em relação ao ângulo reto, agudo e obtuso que foram verificadas através de expressões como: “Quando você coloca ele (quadrado) ‘de pé’ ele fica reto, já esse (losango) fica meio tombado para o lado” e “Esse (losango) tem a ponta mais fina que esse (quadrado)”.

Após ouvir essas considerações, os mediadores julgaram necessário fazer algumas “complementações” em relação aos termos “mais adequados” para descrever as características observadas. Dessa forma, os conceitos de ângulo foram sendo trabalhados de uma forma mais espontânea.

A utilização acima das expressões “complementações” e “mais adequados” no lugar de “correções” e “corretos” exemplifica o cuidado que se teve durante as

atividades para incentivar a participação oral dos alunos. A intenção não era corrigir, e sim ampliar o conhecimento, agregar novos conceitos importantes para desenvolvimento do pensamento geométrico.

O mesmo ocorreu com outras propriedades observadas por eles. O conceito de paralelismo, por exemplo, foi discutido ao analisar trapézios, retângulos e paralelogramos, eles compreenderam que duas retas que “correm juntas lado a lado e se mantêm na mesma distância durante um trajeto”, são retas paralelas.

Com isso eles puderam compreender a origem do termo “paralelogramo”.

Já o conceito primitivo de simetria foi discutido ao relacionar quadriláteros regulares e irregulares. A Figura 08 mostra a representações de alguns desses polígonos.

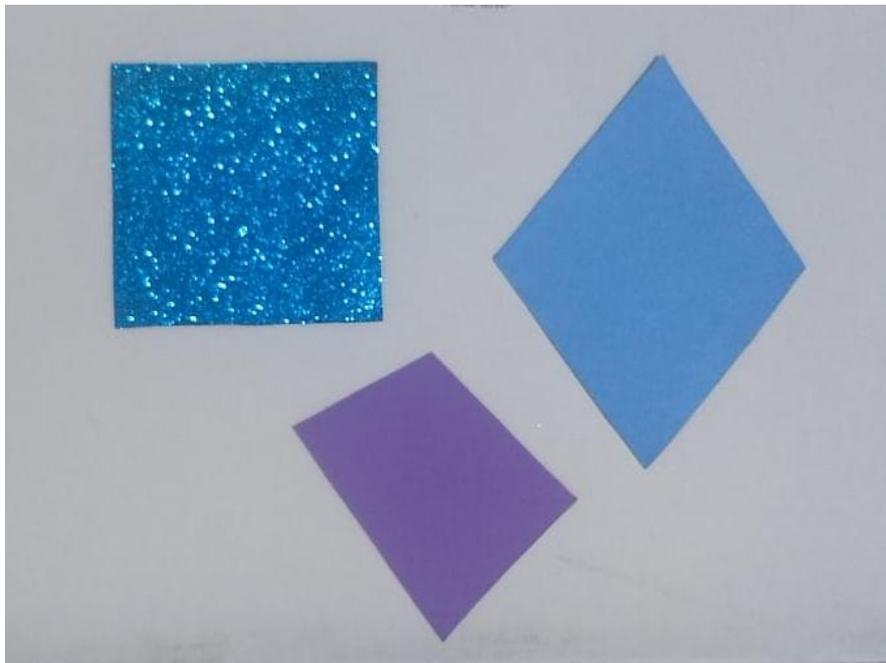


Figura 08 – Representações de quadriláteros regulares e um quadrilátero qualquer

Fonte: Elaborada pelo autor

Ao dobrarem ao meio as figuras, os alunos perceberam que os dois lados em que o quadrado e o losango foram divididos eram semelhantes e que o mesmo não acontecia com o quadrilátero qualquer (representado no EVA de cor roxa na figura 08) – esse que por sua vez não possuía “um meio” ou um eixo de simetria. E esses foram só alguns apontamentos levantados.

Uma questão importante observada é que alguns alunos possuem um pouco de dificuldade para verbalizar suas considerações. No caso dessa atividade, eles até conseguiram assimilar as características das representações, mas na hora de exteriorizá-las se expressaram através de gestos ou de desenhos no ar.

Compreende-se que as comunicações não-verbais devem ser consideradas, entretanto é importante incentivar a estruturação dos pensamentos através da fala, e posteriormente da escrita.

Em relação aos resultados da atividade de uma forma mais geral, pode-se perceber que as habilidades prescritas inicialmente foram trabalhadas, uma vez que as crianças foram capazes de descrever as propriedades que as representações tinham em comum e quais as tornavam distintas. Além disso, foi possível constatar que quando a criança tem um contato direto com recursos didáticos concretos, nesse caso as representações das figuras, consegue-se extrair mais informações e compreender melhor as propriedades do que se ela tivesse acesso a essas informações de forma mais passiva, através de um desenho no livro, por exemplo, ou de um conceito lido ou escutado.

A experimentação permite à criança a comprovação, como já afirmados pelos estudos evidenciados no Capítulo de Fundamentação Teórica. Nessa fase, as situações mais sinestésicas podem tornar a aprendizagem mais significativa Rabaiolli (2013).

## 5.2 – SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

### 5.2.1 Figuras Bidimensionais e Tridimensionais

Durante a primeira atividade de sólidos geométricos, que consistia em relacionar figuras planas e espaciais, foi possível perceber que muitos alunos já compreendiam a questão da profundidade relacionada aos sólidos geométricos, apesar de ser comum que façam uma confusão ao nomear um cubo como sendo um quadrado. Na tentativa de resolver essa questão, os mediadores colocaram em evidência as duas representações, como mostra figura 09, e solicitaram que os alunos as nomeassem, pois ao visualizarem as duas conjuntamente, a incidência no equívoco se tornou menor.

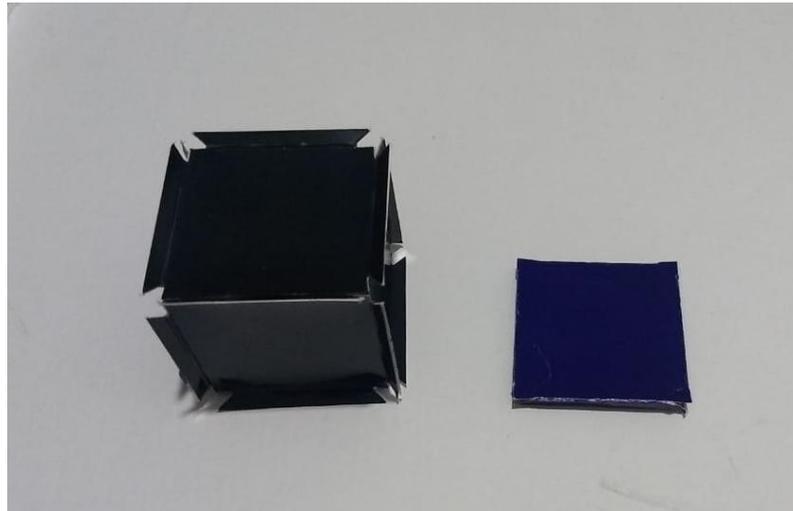


Figura 09: Representações de Cubo 3D e Quadrado 2D

Fonte: Elaborada pelo autor

Mesmo com essas questões a serem melhor trabalhadas, alguns alunos conseguiram ir além e, mesmo que de forma mais intuitiva, trazer os conceitos de 2D e 3D.

Ao serem questionados a respeito do que seria uma figura 3D, observou-se a seguinte consideração: “3D! Igual o óculos do cinema, que parece que o filme está saindo da tela”.

Considerações como essa são interessantes para comprovar que as crianças já trazem alguns conceitos riquíssimos de situações vivenciadas por elas, e que esses precisam ser compartilhados com seus colegas e aprimorados sempre que possível. Essa é uma das grandes funções de um mediador do conhecimento: tornar o saber escolar passível de ser aprendido considerando a bagagem de informação construída por seus alunos ao longo dos anos, através de suas próprias experiências, e proporcionar essa troca (BRASIL, 1997).

### 5.2.2 Sólidos e objetos do mundo físico

A segunda atividade do bloco de sólidos geométricos, consistia em relacionar os sólidos geométricos com objetos do cotidiano dos alunos.

Através de uma roda de conversa, os alunos foram relacionando os cilindros aos rolos de papel higiênico, canudos, copos, embalagens de desodorante e xampu. Os cones, por sua vez, ao chapéu de palhaço, de bruxa e à casquinha de sorvete. A

esfera, à bola de futebol. O paralelepípedo à caixa de sapato e de pasta de dente, e assim por diante. Algumas dessas relações foram representadas na Figura 10.

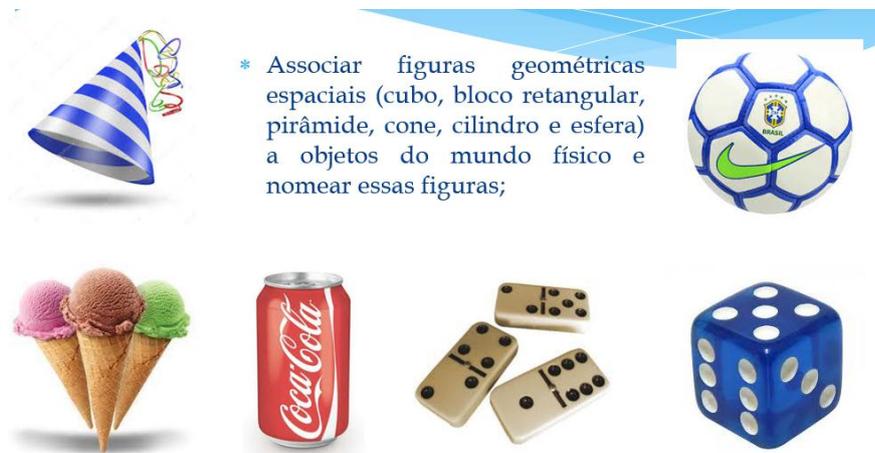


Figura 10 – Associação entre sólidos e objetos do mundo físico

Fonte: Elaborada pelo autor

Nessa fase da atividade, se fez necessário deixar claro que esses objetos não são sólidos geométricos. É comum essa confusão ocorrer, por não compreenderem que a Geometria em essência é abstrata, e também por não possuírem domínio completo sobre os conceitos. Muitos alunos, ao visualizarem um cubo, por exemplo, já o relacionam ao dado e, por isso, definem um cubo com sendo um dado.

É importante frisar que um dado é apenas uma representação do sólido geométrico cubo, que por sua vez tem origem no reino das ideias. Esse cuidado deve ser tomado para que os alunos não compreendam erroneamente o conceito de sólido. Entretanto optou-se por não aprofundar tanto na questão da natureza abstrata dos sólidos, o enfoque maior foi a distinção entre as representações dos sólidos geométricos e os objetos.

### 5.2.3 Planificação dos Sólidos

A terceira atividade do bloco dos sólidos consistia em planificar as representações dos sólidos confeccionados com papel cartão. Durante a atividade os alunos começaram a notar algumas propriedades que caracterizavam determinado grupo de sólidos, e por essa razão foi possível categorizá-los de acordo com as propriedades que possuíam em comum.

Por exemplo, ao “desmontar” ou planificar um prisma de base pentagonal, eles perceberam que esse sólido era formado por uma figura geométrica que estava duplicada; no caso, um pentágono (polígono regular de cinco lados) e por cinco quadrados (polígono regular de quatro lados). O mesmo acontecia com o prisma de base hexagonal, formado por dois hexágonos (polígonos de seis lados) e seis quadrados. Como exposto na Figura 11.

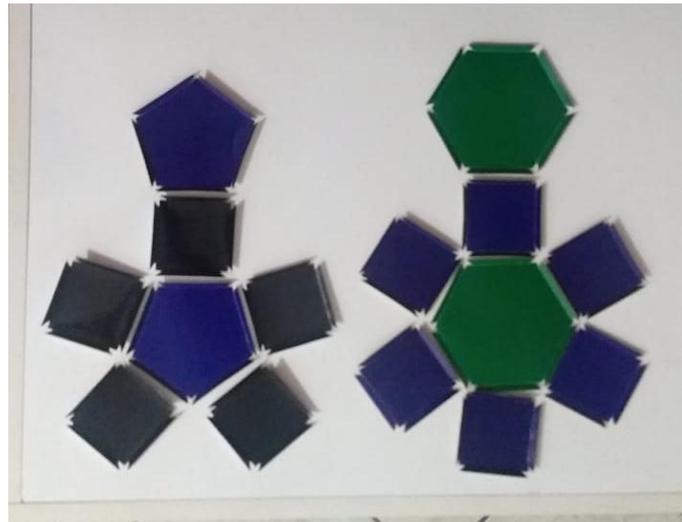


Figura 11 – Planificação de Prismas  
Fonte: Elaborada pelo autor

Sobre a planificação das pirâmides, representadas na Figura 12, alguns alunos declararam que as planificações se assemelhavam a estrelas. Além disso, outras características foram percebidas:



Figura 12 – Planificação de Pirâmides  
Fonte: Elaborada pelo autor

A pirâmide de base quadrada era formada por um quadrado e quatro triângulos, e a pirâmide de base pentagonal era formada por um pentágono e cinco triângulos.

Com base nessas informações obtidas, os próprios alunos perceberam a “lógica” de formação figuras, e assim foi possível introduzir conceitos sobre base, faces e nomenclaturas. A partir disso, eles começaram a fazer conjecturas sobre outras possibilidades. Um dos alunos expôs a seguinte consideração: “Então se eu quiser construir um prisma que tenha uma figura de oito lados como base, eu vou precisar de duas figuras (polígonos) de oito lados e de oito quadrados.”

Durante a planificação do cone e do cilindro, representadas na Figura 13, os alunos perceberam que esses sólidos possuíam um círculo em sua formação, a partir dessa constatação foi possível trabalhar o conceito de corpos redondos.

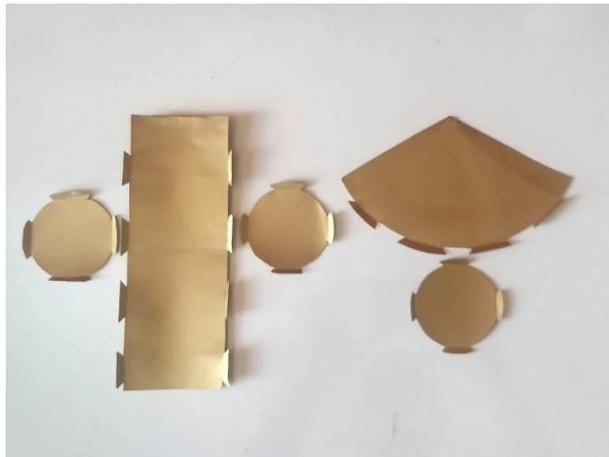


Figura 13 – Planificação do Cone e do Cilindro  
Fonte: Elaborada pelo autor

A atividade de planificação do cilindro e do cone descrita acima foi um passo importante para sair do senso comum de que corpos redondos são aqueles que rolam quando colocadas em uma superfície plana. Afinal, para algumas crianças, o lançamento de um dado pode sugerir um “rolamento”, mas isso não faz dele um corpo redondo. A partir disso, alguns chegaram à conclusão de que os corpos redondos, ao serem planificados, apresentam um círculo em sua formação.

Ao serem questionados a respeito da esfera, um aluno respondeu que: “se a gente cortar ela ao meio vai ‘aparecer’ um círculo”. Com isso eles perceberam que os corpos redondos são gerados a partir da figura geométrica círculo.

Outros conceitos sobre os sólidos geométricos foram construídos a partir da atividade. Dentre eles destacam-se:

1. Sólidos geométricos são constituídos de figuras geométricas.

2. Existem sólidos geométricos que são corpos redondos e outros que não são.

3. Os sólidos que não são corpos redondos recebem o nome de poliedros; podem ser pirâmides, que possuem faces triangulares, e o número de faces que o constituem é igual ao número de lados da figura geométrica que lhe serve de base.

4. Existem outros tipos de poliedros que são conhecidos como prismas; estes por sua vez possuem faces quadrangulares, e o número dessas faces é igual ao número de lados da figura geométrica que lhe serve de base, sendo que, diferentemente da pirâmide, no prisma essa base é “duplicada”.

5. As pirâmides e os prismas são nomeados de acordo com o polígono que lhe serve de base.

Dessa forma, as atividades com sólidos geométricos cumpriram seu objetivo de contribuir para trabalhar as habilidades previstas pela BNCC, uma vez que permitiu aos alunos associarem figuras geométricas aos objetos do mundo físico, descrever algumas características de figuras geométricas espaciais (3D) a partir de suas planificações e assim nomeá-las. Optou-se por trabalhar partindo dos sólidos devido a sua concretude, e com base no estudo desenvolvido por Fonseca (2009), utilizou-se as planificações dos sólidos para examinar experimentalmente algumas de suas principais propriedades, para posteriormente dar início ao processo de conceituação.

### 5.3 CONSTRUINDO UM NOVO CECAP

#### 5.3.1 Reconhecendo Espaço

A atividade consistia em utilizar algumas ferramentas gratuitas de visualização de mapas em 2D e 3D disponíveis na Internet, para que os alunos compreendessem melhor os espaços que os cercam.

Os alunos inicialmente pesquisaram sobre as ferramentas gratuitas que poderiam ser utilizadas para executar a atividade, sendo que a escolha era livre. Os

alunos fizeram o caminho até a sua casa, identificaram a casa de conhecidos, fizeram observações acerca de distâncias até outros bairros e pontos específicos como *shoppings* e parques, dispondo dos recursos em duas e em três dimensões, o que contribui também para aprimorar os conceitos discutidos na atividade anterior.

Ao final da atividade, quando o objetivo já havia sido cumprido, os mediadores intervieram e pediram maior enfoque sobre a vista de cima do bairro onde moravam. Nesse momento foi trabalhado um pouco do conceito de planta baixa, de como é possível representar um mapa, a partir da vista superior. As vistas frontal e lateral também foram discutidas, pois esses conceitos podem contribuir de forma significativa na abstração e na criação de imagens mentais, e na elaboração de mapas ou croquis para eventuais atividades futuras.

### 5.3.2 Planejando um novo bairro

A atividade anterior serviu de base para a discussão sobre o que o bairro CECAP tinha a oferecer a seus moradores em termos de construções de infraestrutura. A partir disso foi possível fazer uma comparação tendo como norte a seguinte questão: “Como seria então um Bairro Ideal?”.

Quando um bairro é planejado, o que na realidade nem sempre ocorre, este é estruturado para atender as necessidades mais urgentes de seus moradores: Lazer, Saúde, Educação, Moradia, Alimentação, dentre outras questões.

Partindo desse argumento, os alunos foram estimulados a expor suas ideias sobre o que precisariam, em termos de construções, se eles fossem planejar o “bairro ideal”.

Durante a conversa os alunos elencaram várias construções que julgaram necessárias, dentre elas: parque, praças, comércios, igreja, casas, prédios, hospital, escola.

Com isso, a proposta final do projeto de intervenção foi lançada:

Construir uma maquete do “bairro ideal” utilizando os sólidos geométricos.

Antes de iniciar a próxima atividade, os alunos conversaram entre si e estabeleceram quem ficaria responsável por cada construção. Optou-se por não trabalhar no momento os conceitos de escala e proporcionalidade. Entretanto esses

poderiam vir a se tornar temas de novas atividades a serem desenvolvidas posteriormente.

Após o planejamento e a divisão de tarefas os alunos deram início às atividades utilizando as representações das figuras planas disponíveis sobre a mesa. Na construção da representação dos sólidos, todos os alunos participaram montando pelo menos uma delas – desde os cubos, considerados por muitos como sendo os mais fáceis, até os que exigiam um pouco mais de habilidade, como eles mesmos afirmaram.

Nesse estágio da atividade, cabe relatar que não estavam disponíveis em mesa os modelos a serem seguidos. Os alunos partiram das imagens mentais dos sólidos das atividades desenvolvidas anteriormente para reconstruí-los, o que comprova a contribuição que o contato direto sobre os materiais tem na construção do espaço representativo – o início para a abstração geométrica (FONSECA, 2009)

Em outros casos, alguns alunos conseguiram ir além, criando sólidos que não tinham sido apresentados, o que também comprovou que esse tipo de atividade estimula de forma significativa a criatividade e a autonomia dos alunos, além de servir de estímulo para transcender o conhecimento que lhe é transmitido. Com isso, ainda, os alunos perceberam que existem poliedros que não são nem prismas e nem pirâmides. Como é o caso dos sólidos representados na figura 14.



Figura 14 – Outras representações de poliedros montados pelos alunos

Fonte: Elaborada pelo autor

Por fim, com os sólidos geométricos em mãos, os alunos deram início à montagem da maquete. Nessa etapa, cada um contribuiu da forma que podia:

fazendo apontamentos, ou enriquecendo a atividades através do acréscimo de detalhes. Um exemplo claro foi quando uma das alunas apontou para a necessidade da criação de vagas de estacionamento para idosos e cadeirantes. Isso só vem a confirmar o quanto as crianças têm para contribuir e o quanto essa troca de informação é importante para a construção do conhecimento e para despertar a reflexão sobre novas metodologias de ensino e de aprendizagem.

A Figura 15 demonstra uma das maquetes em construção, resultado da atividade com alguns alunos no período matutino.



Figura 15 – Maquete produzida pelos alunos da Turma 5 Matutina

Fonte: Elaborada pelo autor

Entende-se que as condições em que as atividades foram desenvolvidas são atípicas. Por terem sido aplicadas com grupos menores, não representam na íntegra a realidade dos professores em sala de aula. Entretanto, acredita-se que as atividades possam ser facilmente adaptadas para serem trabalhadas com um número maior de alunos, em uma turma regular do primeiro ciclo.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De uma forma geral, o resultado da intervenção pode ser considerado como positivo, pois o interesse e a motivação dos alunos ao desenvolverem as atividades eram nítidos. Durante o desenvolvimento da proposta em sala de aula, foi possível perceber o quanto prazeroso pode ser o processo de ensino-aprendizagem, tanto para o professor quanto para o aluno, quando se trabalha um tema de uma forma mais lúdica e menos tradicional. Ainda, o quanto esse prazer pode influenciar na assimilação dos conteúdos.

Sob um ponto de vista pedagógico, levando em consideração o formato em que as atividades foram propostas – partindo do mais concreto possível para construir imagens mentais e, assim elaborar os conceitos mais abstratos –, é perceptível o quanto essas contribuíram para desenvolvimentos das competências e as habilidades de interpretar, analisar, classificar, relacionar e comparar.

Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico, a última atividade aplicada, que consistia na construção de sólidos e posteriormente da maquete, serviu para avaliar o nível de assimilação dos conceitos discutidos durante as duas semanas de intervenção, uma vez que a atividade foi integralmente desenvolvida por eles, sem nenhuma dificuldade, inclusive na construção de outros sólidos que não foram apresentados pelos mediadores, evidenciando a contribuição do presente trabalho no desenvolvimento da autonomia.

Um ponto a ser melhor trabalhado é a quantidade de alunos envolvidos na atividade e na adaptação da proposta para que seja aplicada em sala de aula. Outra questão se refere ao tempo de intervenção, dado que o trabalho foi desenvolvido de uma forma bem pontual. Compreende-se que o desenvolvimento do saber, assim como as transformações, são processos graduais e lentos. Portanto, para que as consequências sejam mais palpáveis, as intervenções não podem ser isoladas; precisam ser constantes, trabalhadas dia a dia, sobretudo porque as reais consequências de uma prática pedagógica só serão sentidas a longo prazo.

É imprescindível dar continuidade ao estudo e trabalhar outras questões que possam surgir a partir da atividade: seja a relação entre vértices e arestas, o estudo de escala, de área e volume, ou diversos outros temas presentes no currículo. Feito

isso, realiza-se o objetivo primordial desta experiência, que é trazer possibilidades para enriquecer a prática docente e para despertar novas reflexões acerca dos métodos e dos recursos que podem ser utilizados para oferecer um ensino mais contextualizado.

Sob o ponto de vista pessoal, desenvolver esse projeto foi uma experiência gratificante. Trabalhar com a Geometria e com crianças é um laboratório de experiências riquíssimo, porque os educandos realmente têm muito a ensinar. Quando é possível apreender esse conhecimento e refletir sobre formas de expandi-lo, as contribuições para a prática pedagógica podem ser imensas.

É fato que a Geometria é uma área das exatas muito pródiga, que permite um elo muito estreito com inúmeras áreas do conhecimento e, por essa razão, não precisa e nem deve ser reduzida à aplicação de fórmulas e teoremas. Por que não aproveitar essa conexão com a Geografia, com as Artes, ou com Arquitetura, por exemplo?

Urge ressignificar os conhecimentos, dar sentido ao que se aprende, compreender a realidade do aluno e trabalhar a partir dela para que os conhecimentos façam sentido. Porque quando o aluno compreende que aqueles conceitos têm utilidade em sua vida, é natural que se sinta mais motivado a aprender.

Ademais, não existe uma fórmula pronta ou um modelo perfeito, pré-estabelecido. Faz-se necessário compreender as particularidades de cada grupo, cada cenário, e refletir sobre formas de dar respostas a essas demandas – mesmo assim, os métodos serão construídos a partir de tentativas e erros, e estes podem contribuir bastante para a aprendizagem.

Utiliza-se muito o termo “mediador” para designar o papel do educador nesse novo contexto educacional, mas, primeiramente, é indispensável que este assuma o papel de aprendiz. Esse novo educador precisa estar disposto a reaprender, a se reinventar, sair da zona de conforto, buscar formações complementares, parcerias, para que através da troca de experiência possa enriquecer sua prática pedagógica e inovar o ambiente escolar.

Diante do contexto, faz-se imperioso tornar o saber escolar um saber passível de ser compreendido pelo aluno, oportunizando ferramentas que, além de ampliar sua visão de mundo, lhe permitam pensar por si só. Em outras palavras, ser agente ativo na construção de seu próprio conhecimento.

Sendo assim, ao final da experiência, por mais que exista a sensação de que uma etapa foi cumprida, o sentimento maior que impera é o de que resta um longo caminho a ser trilhado, visto que muito ainda precisa ser feito até que todos os alunos da Rede Pública tenham acesso a um ensino de igualitário, com o qual possam transformar sua realidade.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, Cirléia Pereira. **O pensamento geométrico em movimento**: Um estudo com professores que lecionam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma Escola Pública De Ouro Preto (MG). 2011. 187 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

Disponível em:

<[https://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes\\_2011/Diss\\_Cirleia\\_Barbosa.pdf](https://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2011/Diss_Cirleia_Barbosa.pdf)>. Acesso em: 12 nov. 2019.

BARBOSA, Eduardo Fernandes; MOURA, Dácio Guimarães. **Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica**. B. Tec. Senac, Rio de Janeiro, v. 39, n.2, p.48-67, maio/ago. 2013

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares**

**Nacionais**. Brasília: MEC/SEF DF, 1997. Disponível em: <

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> >. Acesso em: 12 nov. 2019

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares**

**Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF DF, 1997. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 12 nov. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**:

Educação é a base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em:

<[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf)>. Acesso em: 12 nov. 2019.

CLARAS, Antônio Flávio; PINTO, Neuza Bertoni. **O Movimento da Matemática**

**Moderna e as Iniciativas de Formação Docente**. 2008. 11 f. Dissertação

(Mestrado) - Curso de Matemática, PUCPR, Curitiba, 2008. Disponível em:

<[https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863\\_662.pdf](https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf)>. Acesso em: 12 nov. 2019.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. **O ensino de Geometria na Escola**

**Fundamental**: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo

Horizonte: Autêntica, 2009.

GOOGLE. Google Earth. Version 7.3.2. CECAP. Disponível em:

<<https://earth.google.com/web/>>. Acesso em: 12 nov. 2019

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da Geometria no Brasil**: De

disciplina a conteúdo de ensino. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de

Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2007. Disponível em:

<<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11203>>. Acesso em: 12 nov. 2019.

MONTEIRO, Ivan Alves. **O desenvolvimento histórico do Ensino de Geometria**

**no Brasil**. 2012. 30 f. Monografia - Curso de Matemática, UNESP, São José do Rio

Preto, 2012. Disponível em:

<<https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/o-desenvolvimento-historico--ivan-alves-monteiro.pdf>>. Acesso em: 12 nov. 2019.

OLIVEIRA, Sandra Mara Ávila. **O contexto do Ensino de Geometria nas Séries Iniciais em Escola da Rede Estadual do Município de São José/SC**. 2007. 46 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2007. Disponível em:  
<<https://core.ac.uk/download/pdf/30397127.pdf> >. Acesso em: 12 nov. 2019.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**, Campinas, Sp, v. 4, n. 6, p.65-74, jul. 1996. Semestral. Disponível em:  
<<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646739/13641>>. Acesso em: 12 nov. 2019.

PAIS, Luiz Carlos. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. In: ANPED, 23ª reunião, 2000, Caxambu. **Anais eletrônicos**. Caxambu, 2000. Disponível em: <<http://anped.org.br/23/textos/1919t.pdf>>. Acesso em: 12 nov. 2019

PAVANELLO, Regina Maria. O Abandono do Ensino de Geometria: O abandono do ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências. **Zetetiké**, Ano 1, n. 1, p. 07-17, 1993.

PAVANELLO, Regina Maria. **Por que ensinar/aprender geometria?** Estudo apresentado no VII Encontro Paulista De Educação Matemática, 2014, São Paulo. Disponível em:  
<[http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012\\_curso\\_\\_32\\_e\\_39\\_-\\_matematica\\_-\\_clecimara\\_medeiros.pdf](http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso__32_e_39_-_matematica_-_clecimara_medeiros.pdf)>. Acesso em: 12 nov. 2019.

RABAIOLLI, Leonice Ludwig; STROHSCHOEN, Andreia Aparecida Guimarães; GIONGO, Ieda Maria. **O Ensino de Geometria nos anos iniciais da Educação Básica**. 2013. 20 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências Exatas, Univates, Lajeado, 2013. Disponível em:  
<[https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2013/o\\_ensino\\_de\\_geometria\\_nos\\_anos\\_iniciais\\_da\\_educacao\\_basica\\_.pdf](https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2013/o_ensino_de_geometria_nos_anos_iniciais_da_educacao_basica_.pdf)>. Acesso em: 12 nov. 2019.

SOUZA, Rodrigo Dias de. **Ensino de Geometria por Meio de Webquest utilizando Geogebra**. 2016. 105 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade de Taubaté, Taubaté, 2016.

TOLEDO, Marília; TOLETO, Mauro. **Teoria e Prática de Matemática: Como dois e dois**. São Paulo: FTD, 2009. cap.9, p. 213-285

## ANEXOS

### ANEXO A

#### Polígonos convexos e regulares

Polígonos são figuras geométrica fechada formada por segmentos de reta sequenciais (sem interrupção). Além disso, esses segmentos de reta não podem cruzar-se.

A figura abaixo apresenta alguns exemplos de polígonos:

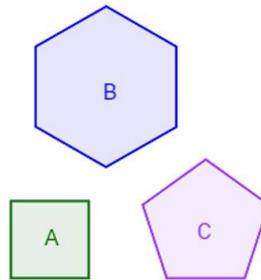


Figura 01 – Representação de Polígono  
Fonte: Brasil Escola

Os polígonos A, B e C são formados por 4, 5 e 6 segmentos de reta, respectivamente. Note que esses segmentos, em cada polígono, formam uma linha fechada e não se cruzam de forma alguma. A imagem seguinte apresenta alguns exemplos de figuras geométricas que não são polígonos.

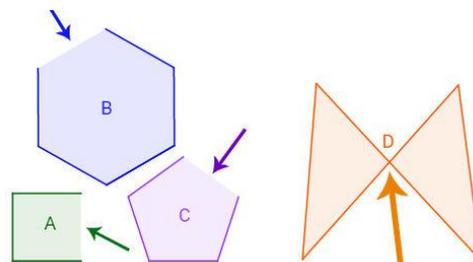


Figura 02 – Representação de figuras geométricas não polígonos  
Fonte: Mundo Educação

As figuras geométricas A, B e C não são fechadas, portanto, não podem ser consideradas polígonos. Já a figura D possui um cruzamento de segmentos de reta e, por essa razão, também não pode ser considerada polígono.

## Polígonos convexos e regulares

Dados dois pontos A e B quaisquer interiores a um polígono, se o segmento de reta determinado por esses dois pontos estiver inteiramente contido no interior do polígono, então esse polígono será convexo. A figura abaixo apresenta alguns exemplos de polígonos convexos.

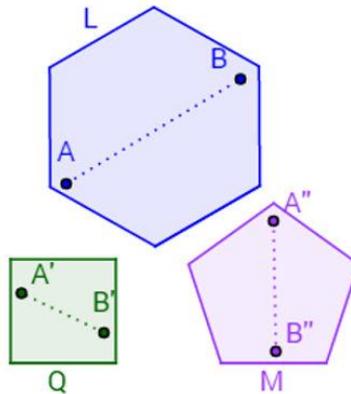


Figura 03 – Representação de polígonos convexos  
Fonte: Mundo Educação

Note que, independentemente da posição dos pontos A e B, A' e B' ou A'' e B'', o segmento determinado por esses pontos sempre estará inteiramente contido no interior de seus respectivos polígonos. Por outro lado, a imagem abaixo representa um polígono não convexo. Isso acontece porque o segmento AB não está totalmente contido no interior do polígono, mesmo que os pontos A e B estejam.

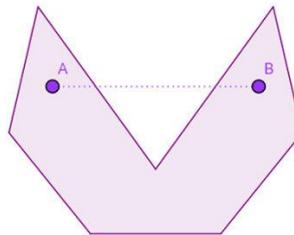


Figura 04 – Representação de figuras geométricas não polígonos  
Fonte: Brasil Escola

Dica: Os polígonos que têm um vértice voltado para dentro, formando uma espécie de “boca”, não são convexos.

### Polígonos Regulares:

Um polígono é considerado regular quando ele é convexo e possui todos os lados e ângulos com a mesma medida. Observe na imagem abaixo alguns exemplos de polígonos regulares.

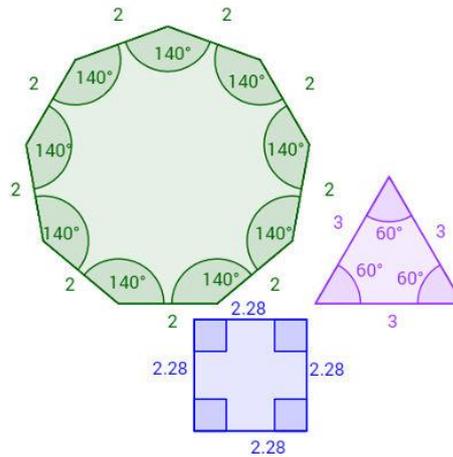


Figura 05 – Representação de polígonos regulares  
Fonte: Mundo Educação

Observe que, em cada polígono da imagem acima, todos os lados e ângulos têm a mesma medida. Observe também que um polígono regular de quatro lados é sempre um quadrado e um polígono regular de três lados é sempre um triângulo equilátero.

## ANEXO B

### Quadriláteros

Quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados.

- Lados: São os segmentos de reta que contornam o quadrilátero;
- Vértices: São os pontos de encontro entre dois lados;
- Ângulos internos: São os ângulos determinados por dois lados consecutivos de um quadrilátero;
- Ângulos externos: são ângulos formados pelo prolongamento de um lado de um polígono. Um ângulo externo sempre é suplementar ao ângulo interno adjacente a ele;
- Diagonais: Segmentos de reta cujas extremidades são dois vértices não consecutivos de um polígono. Dessa maneira, são os segmentos de reta que ligam dois vértices e que, ao mesmo tempo, não são lados.

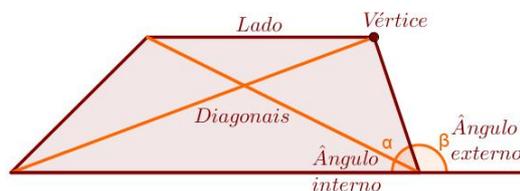


Figura 06 – Elementos de um quadrilátero  
Fonte: Mundo educação

Os **quadriláteros** podem ser classificados de acordo com a posição relativa entre seus lados. Aqueles que possuem lados opostos paralelos são chamados de **paralelogramos**.

Os quadriláteros que possuem um par de lados opostos paralelos e outro não são chamados de **trapézios**. A terceira classe dos quadriláteros contém aqueles que não possuem paralelismo algum entre seus lados.

#### Trapézios

Os **trapézios** são quadriláteros, sendo assim, os **trapézios** herdam todas as características e propriedades fundamentais dos quadriláteros. No entanto,

diferentemente do paralelogramo, os trapézios possuem apenas um par de lados opostos paralelos.



Figura 07 – Representação de um trapézio  
Fonte: Mundo Educação

Os lados paralelos do **trapézio** recebem o nome de bases, sendo o lado maior chamado de *Base maior* e o lado menor chamado de *base menor*.

### **Elementos dos trapézios**

Como os **trapézios** são **polígonos**, eles possuem os mesmos elementos comuns a todos os polígonos, a saber:

- **Lados:** são os segmentos de reta que formam o **polígono**;
- **Vértices:** são os pontos de encontro entre os lados;
- **Ângulos internos:** ângulos no interior do **polígono** formados por dois lados consecutivos;
- **Ângulos externos:** ângulos no exterior do **polígono** formados por um lado e pela extensão do outro, adjacente ao primeiro;
- **Diagonais:** segmentos de reta que ligam dois vértices não consecutivos.

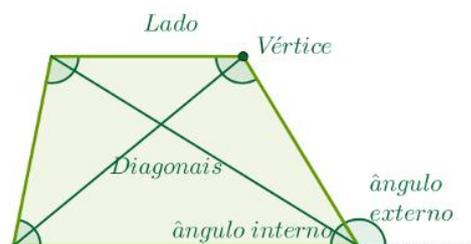


Figura 08 – Elementos de um trapézio  
Fonte: Mundo Educação

### Classificação de trapézios

- **Trapézios isósceles:** são aqueles que possuem lados não paralelos congruentes;

Propriedades:

a) Em um **trapézio isósceles**, os ângulos da base são congruentes. Essa propriedade é válida tanto para os ângulos da base maior quanto para os ângulos da base menor;

b) Em um **trapézio isósceles**, as diagonais são congruentes;

- **Trapézios escalenos:** são aqueles que não são trapézios isósceles, ou seja, seus lados não paralelos também não são congruentes;

- **Trapézios retângulos:** são aqueles em que um dos lados não paralelos forma um ângulo de  $90^\circ$  com a base.



Figura 09 – Tipos de Trapézio  
Fonte: Mundo Educação

### Paralelogramo

São **quadriláteros** que possuem lados opostos paralelos e congruentes.

Em virtude de seus lados opostos paralelos, os **paralelogramos** também possuem algumas propriedades únicas:

1 – Os ângulos opostos de um **paralelogramo** são congruentes.

2 – Dois ângulos adjacentes de um **paralelogramo** são suplementares, ou seja, a soma dos dois é igual a 180 graus;

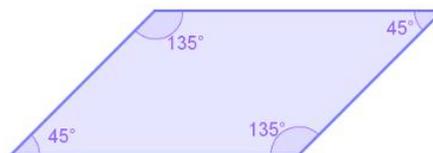


Figura 10 – Ângulos de um Paralelogramo  
Fonte: Mundo Educação

3 – As diagonais de um **paralelogramo** cruzam-se em seus pontos médios;

4 – Os lados opostos de um **paralelogramo** são congruentes (possuem a mesma medida).

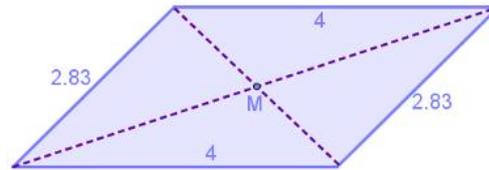


Figura 11 – Diagonais de um Paralelogramo  
Fonte: Mundo Educação

Os **paralelogramos podem ser classificados** em: retângulos, losangos, quadrados ou nenhum deles, como é o casos das figuras acima.

### Retângulo

Os retângulos são paralelogramos cujos ângulos internos são retos. Eles possuem todas as características dos paralelogramos e uma propriedade específica, a saber:

*“As diagonais de um retângulo são congruentes.”*

Para ilustrar essa propriedade, construímos o retângulo da figura abaixo e exibimos os valores de seus ângulos e o comprimento de suas diagonais.

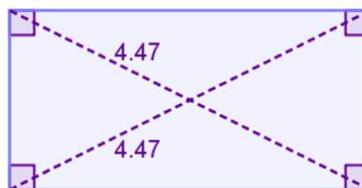


Figura 12 – Diagonais de um Retângulo  
Fonte: Mundo Educação

Como os **retângulos** também são paralelogramos, as quatro propriedades já citadas também valem para qualquer retângulo. No entanto, apesar de todo retângulo ser um paralelogramo, mas nem todo **paralelogramo** é um retângulo.

## Losango

Os losangos são paralelogramos que possuem todos os lados congruentes, isto é, são paralelogramos equiláteros. A propriedade que se refere unicamente aos losangos é a seguinte:

***Todo losango possui diagonais perpendiculares,*** como demonstra a figura abaixo

Observe que nos losangos as diagonais não possuem o mesmo tamanho.

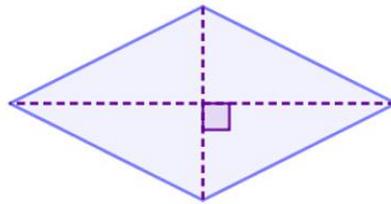


Figura 13 – Diagonais de um Losango  
Fonte: Mundo Educação

Como os losangos também são **paralelogramos**, também se enquadram nas quatro propriedades expostas no início. É importante salientar que todo **losango** é um **paralelogramo**, mas nem todo paralelogramo é um losango.

## Quadrado

Os **quadrados** são **paralelogramos** que possuem lados congruentes e retos ( $90^\circ$ ).

Isso significa que todo quadrado é também losango e retângulo ao mesmo tempo. Por isso, é propriedade dos quadrados:

***Todo quadrado possui diagonais congruentes e perpendiculares.***

Essa propriedade está ilustrada na figura abaixo:

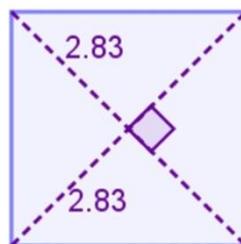


Figura 14 – Diagonais de um Quadrado  
Fonte: Mundo Educação

Como os **quadrados** também são **paralelogramos**, vale ressaltar, uma última vez, que as propriedades dos paralelogramos valem para os quadrados.

***Relações entre os paralelogramos***

Em resumo, as relações entre os paralelogramos são as seguintes:

- a) Todo quadrado, retângulo ou losango é também paralelogramo;*
- b) Todo quadrado é também losango;*
- c) Todo quadrado é também retângulo.*

## ANEXO C

### Sólidos geométricos

Sólidos geométricos são figuras geométricas que possuem três dimensões, por isso, é possível observar profundidade, além da altura e comprimento. São exemplos de sólidos geométricos o cone, esfera, pirâmide e prisma. Os sólidos geométricos podem ser classificados em poliedros, corpos redondos ou outros.

#### Poliedros

Os poliedros são sólidos geométricos limitados por faces planas, que, por sua vez, são polígonos. Assim, qualquer sólido geométrico cuja superfície seja formada somente por polígonos é um poliedro. As linhas formadas pelo encontro entre duas faces de um poliedro é chamada de aresta e qualquer ponto de encontro entre arestas é chamado de vértice. Como mostra a figura abaixo.

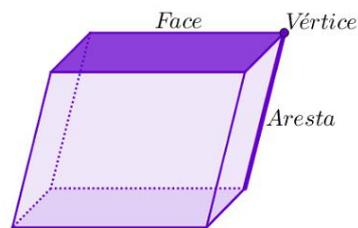


Figura 15 – Elementos de um Poliedro  
Fonte: Brasil Escola

A classificação dos poliedros baseia-se no número de bases, polígono das bases, inclinação das arestas, entre outros elementos.

Dentro do conjunto de todos os poliedros, existem dois grupos muito importantes: os prismas, que possuem duas bases congruentes e paralelas em planos distintos; e as pirâmides, que possuem apenas uma base poligonal.

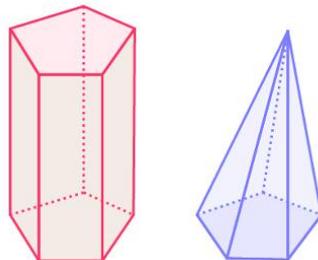


Figura 16 – Representação de Prisma e Pirâmide  
Fonte: Brasil Escola

À esquerda, temos o **prisma**, que é um poliedro formado por duas faces poligonais (dois pentágonos) e todas as suas faces laterais são **paralelogramos**. À direita, temos a **pirâmide**: um poliedro que possui apenas uma base poligonal (um pentágono) e cujas faces laterais são todas triângulos.

O conjunto dos poliedros é infinito, pois existem diversos tipos que são construídos a partir da união de dois ou mais polígonos distintos.

## ANEXO D

### Classificação dos Poliedros

#### Poliedros convexos

Um plano divide o espaço em dois semiespaços. Esse conceito é usado para definir poliedros convexos, que são aqueles que estão em um mesmo semiespaço para todo plano que contém uma de suas faces. Em outras palavras, o plano que contém uma face de um poliedro convexo nunca corta a outra face, deixando parte do poliedro em um semiespaço e a outra parte em outro. Caso isso aconteça, dizemos que o poliedro é não convexo ou côncavo.

Visualmente, poliedros convexos não possuem concavidade. Observe o exemplo abaixo: à esquerda, há um poliedro convexo; à direita, um poliedro não convexo, côncavo.

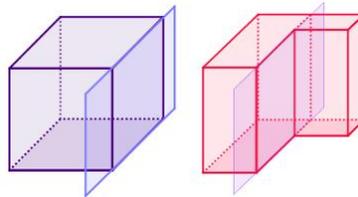


Figura 17 – Poliedro Convexo e Côncavo  
Fonte: Mundo Educação

#### Poliedros regulares

Para que um sólido geométrico seja nomeado Poliedro Regular, deve cumprir os seguintes pré-requisitos:

- 1 – Ser convexo;
- 2 – Ser poliedro de Platão;
- 3 – Possuir todas as faces formadas por polígonos regulares e congruentes.

O cubo também é um exemplo de poliedro regular, pois, além de ser convexo e de Platão, possui todas as faces formadas por quadrados, que são polígonos regulares e congruentes.

## ANEXO E

O que são poliedros de Platão?

Um poliedro é chamado **Poliedro de Platão** sempre que possuir as seguintes características:

- 1 – Todas as suas faces possuem o mesmo número de arestas;**
- 2 – Todos os seus vértices são ponto de encontro do mesmo número de arestas.**

O cubo, por exemplo, é um **poliedro de Platão** porque todas as faces possuem quatro arestas e todos os vértices são ponto de encontro de três arestas.

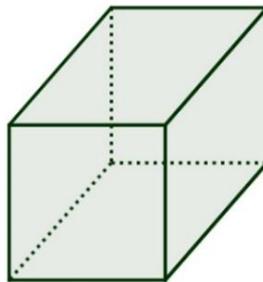


Figura 18 – Representação de Cubo  
Fonte: Brasil Escola

Cubo: cumpre os pré-requisitos para ser um poliedro de Platão

Além do cubo, outros quatro tipos de sólidos geométricos que podem ser classificados como poliedros de Platão, são eles:

- o **tetraedro**, o **octaedro** e o **icosaedro regulares** → possuem faces triangulares;



Figura 19 – Poliedros de Platão  
Fonte: Brasil Escola

E o **dodecaedro regular** → poliedro com faces pentagonais.



Figura 20 – Poliedros de Platão  
Fonte: Brasil Escola

## ANEXO F

### Classificação de poliedros

#### Classificações de Prismas

Um prisma pode ser classificado quanto ao número de lados do polígono que compõe a sua base.

##### Prismas triangulares

As bases desse sólido geométrico são triângulos.

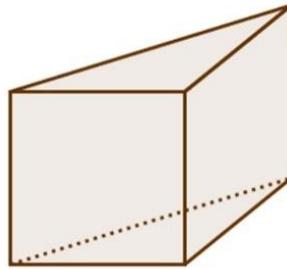


Figura 21 – Prisma de base triangular  
Fonte: Mundo Educação

##### Prismas quadrangulares

As bases desse sólido geométrico são quadriláteros (polígonos de quatro lados).

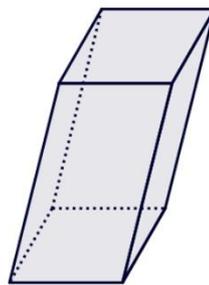


Figura 22 – Prisma oblíquo de base quadrangular  
Fonte: Mundo Educação

## Prismas pentagonais

As bases desse sólido geométrico são pentágonos (polígonos de cinco lados).

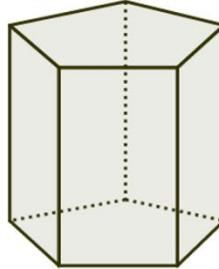


Figura 23 – Prisma de base pentagonal  
Fonte: Mundo Educação

As classificações com relação às bases de um prisma seguem de acordo com a nomenclatura dos polígonos de suas bases.

Um prisma também pode ser classificado com relação ao ângulo de suas arestas laterais. As classificações possíveis são as seguintes:

### Prismas retos

As arestas laterais de prismas retos são perpendiculares aos planos das bases. Isso significa que o ângulo entre qualquer aresta lateral e as bases é sempre  $90^\circ$ .

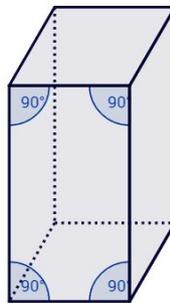


Figura 24 – Prisma Reto  
Fonte: Mundo Educação

Prisma em que o ângulo de qualquer aresta lateral com as bases é  $90^\circ$

Uma consequência dessa definição é que todas as faces laterais de um prisma reto são retângulos. Para demonstrar isso, basta notar que as arestas laterais e as arestas das bases formam paralelogramos. Como o ângulo entre arestas da base e arestas laterais é sempre  $90^\circ$ , então, essas figuras também são retangulares.

### Prismas oblíquos

As arestas laterais não são perpendiculares aos planos que contêm as bases do prisma. A consequência dessa definição é que as faces laterais dessa classe de prismas sempre serão paralelogramos.

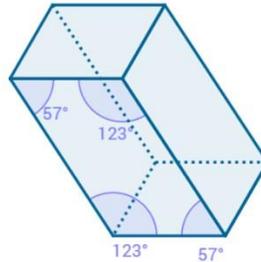


Figura 25 – Prisma Oblíquo  
Fonte: Mundo Educação

### Paralelepípedos

São prismas quadrangulares cujas bases são paralelogramos. As características de um paralelepípedo com relação às arestas são:

- 1 – Arestas das bases sempre são paralelas;
- 2 – Arestas laterais sempre são paralelas;
- 3 – Para o caso de paralelepípedos retos: Arestas laterais são ortogonais às arestas das bases.

Quando um paralelepípedo também é um prisma reto, ele é chamado de paralelepípedo retângulo ou bloco retangular. Se todas as arestas possuírem o mesmo comprimento, esse paralelepípedo receberá o nome de cubo.

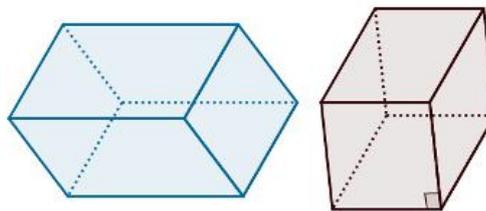


Figura 26 – Representação de paralelepípedo e prisma  
Fonte: Mundo Educação

### Classificação de pirâmides

#### Pirâmides triangulares

A base dessas pirâmides é um triângulo.

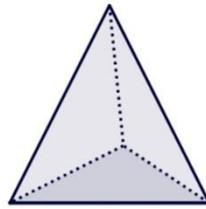


Figura 27 – Representação de pirâmide triangular  
Fonte: Mundo Educação

### Pirâmides quadrangulares

A base dessas pirâmides é um quadrilátero (figura geométrica plana formada por quatro lados).

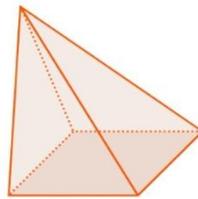


Figura 28 – Representação de pirâmide quadrangular  
Fonte: Mundo Educação

### Pirâmide regular

Pirâmides cuja projeção ortogonal do vértice sobre a base é o centro da base.

As consequências dessa definição são:

- 1 – As faces laterais são triângulos congruentes e isósceles;
- 2 – As arestas laterais são congruentes.

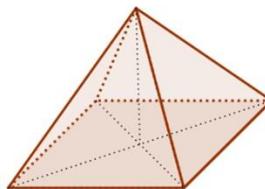


Figura 29 – Pirâmide cuja projeção ortogonal do vértice é o centro da base  
Fonte: Mundo Educação

Um caso especial de pirâmide regular é o tetraedro regular. Trata-se de uma pirâmide que possui as quatro faces triangulares congruentes. Além disso, como resultado, todas as arestas são também congruentes.

## ANEXO G

### Sólidos geométricos

#### Corpos redondos

Enquanto os poliedros são sólidos geométricos formados apenas por polígonos e cujas arestas são segmentos de reta, os corpos redondos são aqueles sólidos que possuem curvas em vez de alguma face e que, se colocados sobre uma superfície plana levemente inclinada, rolam. São exemplos de corpos redondos: cones, cilindros e esferas. A figura a seguir mostra um exemplo de cada uma dessas figuras.

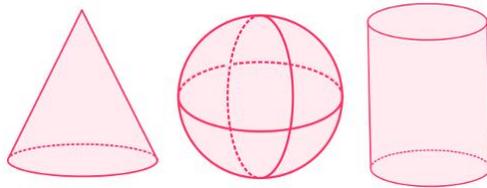


Figura 30 – Representação de sólidos geométricos  
Fonte: Mundo Educação

#### Outros

Os sólidos geométricos que não se enquadram nos poliedros e nem nos corpos redondos são o que chamamos de “outros”. Geralmente são sólidos que possuem uma “face” curva, mas que não rolariam se colocados sobre uma superfície plana. Um exemplo desse tipo de sólido geométrico pode ser encontrado na figura a seguir. Observe que o lado curvo desse sólido fica voltado para dentro.

Figura 31 – Representação de sólidos geométricos

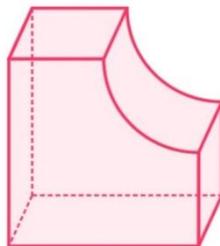


Figura 31 – Representação de sólidos geométricos  
Fonte: Mundo Educação