

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ
Miquéias Magalhães de Oliveira

**ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA
ATRAVÉS DO MODELO DE MARKOWITZ**

Taubaté - SP

2020

Miquéias Magalhães de Oliveira

ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA ATRAVÉS DO MODELO DE MARKOWITZ

Trabalho de Graduação apresentado ao Departamento de Gestão e Negócios da Universidade de Taubaté, como requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Contábeis.

Orientador: Prof. Me. Francisco de Assis Coelho

Taubaté - SP

2020

**Grupo Especial de Tratamento da Informação - GETI
Sistema Integrado de Bibliotecas -SIBi
Universidade de Taubaté - UNITAU**

O48a Oliveira, Miquéias Magalhães de
Análise da otimização de carteira através do modelo de
markowitz / Miquéias Magalhães de Oliveira. -- Taubaté : 2020.
40 f. : il.

Trabalho (graduação) - Universidade de Taubaté,
Departamento de Gestão e Negócios / Eng. Civil e Ambiental,
2020.

Orientação: Prof. Me. Francisco de Assis Coelho,
Departamento de Gestão e Negócios.

1. Investimentos - Análise. 2. Mercado financeiro. 3.
Negociação. I. Título.

CDD - 332.6

Dedico este trabalho a todos que estavam ao meu lado neste período de conclusão do curso de Ciências Contábeis, em especial as pessoas mais importantes da minha vida, minha mãe Ângela, minha esposa Rafaela e meu filho Heitor, fonte de inspiração eterna.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família.

Agradeço aos meus colegas de curso pelo companheirismo nestes anos de faculdade.

Agradeço aos professores, principalmente ao professor Francisco de Assis Coelho, por sua orientação neste trabalho.

OLIVEIRA, Miquéias Magalhães. **ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA ATRAVÉS DO MODELO DE MARKOWITZ**, 2020. Trabalho de graduação, para a conclusão do curso de Ciências Contábeis apresentado no Departamento de Gestão e Negócios da Universidade de Taubaté, Taubaté.

RESUMO

As alternativas de investimento nos dias atuais estão cada vez mais à disposição da população, o mercado de ações se destaca nesse cenário. Ao passo que essa modalidade de investimento era restrita a uma classe social mais abastada, que possuiria acesso aos meios de negociação para aplicação de seus recursos. Nos dias atuais, o mercado de ações brasileiro tem batido recordes de cadastro de novos CPFs, o que denota a busca dos investidores de rentabilidades mais atrativas em contraposição a renda fixa, que apresenta queda de sua rentabilidade puxada pela SELIC. Nesse contexto, faz-se necessário que sejam avaliadas as técnicas de avaliação de investimentos adequados a cada tipo de investidor. O trabalho desenvolvido por Harry Markowitz, através da publicação de seu artigo *Portfolio Selection*, na conceituada revista *Journal of Finance*, no ano de 1952, que passou a ser conhecida como a Moderna Teoria de Portfólios, discutiu os conceitos sobre a diversificação de portfólios, que fundamentam os modelos até hoje aplicados de construção de carteiras de investimentos diversificadas, para minimização de riscos a dado nível de rentabilidade. O presente estudo demonstrou o processo de construção de uma carteira de investimento em ações, negociadas no mercado acionário brasileiro, sob a aplicação dos modelos matemáticos abordados por Harry Markowitz. A avaliação do desempenho da carteira criada através do modelo proposto por Markowitz, foi contraposta ao rendimento do *benchmark* proposto (Índice Ibovespa) no mesmo período aplicação do modelo, dos anos de 2015 a 2019. A análise comparativa da rentabilidade da carteira otimizada, em contraposição a mesma rentabilidade apresentada pelo *benchmark* proposto, apresentou resultados satisfatórios, o que denota a importância e viabilidade da teoria aplicada aos investimentos, ainda nos dias atuais.

Palavras-chave: Avaliação de Investimentos, Moderna Teoria de Portfólios, Mercado Acionário Brasileiro.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mercados Financeiros.....	16
Figura 2 – Investimentos com correlação perfeitamente negativa.....	23
Figura 3 – Investimentos com correlação perfeitamente positiva.....	23
Figura 4 – Fronteira Eficiente de Investment.....	24
Figura 5 – Gráfico de retorno por ativo.....	26
Figura 6 – Gráfico de retorno por ativo (Agrupado)	27
Figura 7 – Gráfico de Correlação.....	30
Figura 8 – Parâmetros do Solver.....	32
Figura 9 – Fronteira Eficiente.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coleta de dados: 10 ações mais negociadas no Ibovespa em dezembro/2019	26
Tabela 2 – Retorno médio e desvio padrão das 10 ações mais negociadas e o Ibovespa.....	298
Tabela 3 – Tabela de covariância das 10 ações mais negociadas.....	309
Tabela 4 – Tabela de correlação das 10 ações mais negociadas	30
Tabela 5 – Carteira teórica sem aplicação da otimização.....	32
Tabela 6 – Carteira otimizada calculada pelo Solver	34
Tabela 7 – Composição da Fronteira Eficiente	354
Tabela 8 – Resultados Comparativos.....	36

SUMÁRIO

RESUMO	6
LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE TABELAS	8
1 INTRODUÇÃO.....	11
1.1 Problema.....	12
1.2 Objetivo do trabalho	13
1.2.1 Objetivo Geral	13
1.2.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Justificativa.....	14
1.4 Delimitação.....	14
1.5 Metodologia.....	15
1.6 Organização do Estudo	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1 Sistema Financeiro	16
2.2 Mercado de capitais	17
2.3 Índice Bovespa	18
2.4 Moderna Teoria de Portfólio ou Teoria de Carteiras de Markowitz	19
2.4.1 Risco	20
2.4.2 Retorno	21
2.4.3 Variância e Desvio Padrão	22
2.4.4 Correlação e Covariância.....	23
2.4.5 Fronteira eficiente.....	25
3 APLICAÇÃO DO MODELO	26
3.1 Composição de uma carteira	26
3.2 Fronteira Eficiente	35
3.3 Análise dos Resultados.....	37

4 CONCLUSÃO.....	38
REFERÊNCIAS	39

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o mundo vem enfrentando diversas crises cujos reflexos na economia, testa a resiliência dos investidores. A diminuição gradual nos últimos anos da taxa básica de juros pelo Banco Central do Brasil, incentivou a busca por outros meios de investimento, que não a renda fixa, quer seja para as pessoas físicas, quer seja para os investidores institucionais.

Essa busca resultou, no Brasil, em um número crescente de investidores pessoa física na B3 (Bolsa, Brasil e Balcão), única bolsa de comércio de valores mobiliários no Brasil, batendo recordes no quesito.

Na mesma toada, é notório o aumento de conteúdos disponíveis nos diversos meios de comunicação, com destaque na *internet*, tais como: Casas de *Researchs*, Análises de Corretoras, influenciadores digitais, dentre outros. Ao se deparar com um universo de informação na palma da mão, por vezes de maneira totalmente gratuita, o investidor iniciante pode incorrer em riscos, esse ainda não totalmente compreendido dado seu nível de experiência.

Com um vasto número de informações disponíveis, é necessário uma correta orientação e noções mínimas de riscos envolvidos nas aplicações em bolsa de valores, sabe-se que os retornos são expressivos, porém, dosar essas duas variáveis, é objeto de estudo ao longo dos anos e suas controvérsias e metodologias divergentes ou convergentes entre si, definem os preços dos ativos que, por conseguinte, financiam as atividades da economia como um todo.

As alternativas de modelos que auxiliem os investidores na sua formação de carteiras de investimentos mais eficazes é objeto de estudo ao longo dos anos por teóricos da área de finanças, destacando-se a Teoria Moderna de Portfólio, análise de índices financeiros, análises por meio de gráficos, análise fundamentalista.

Os poupadores de recursos na economia estão em face de uma preocupação constante: Como possibilitar a maximização de meus rendimentos sem se ater a riscos desnecessariamente desmedidos? A busca por essa resposta é vasta, a literatura produzida pelos especialistas em finanças são as mais diversas, e em meio a essa literatura, o trabalho estuda-se a aplicação de um modelo, a Teoria de Markowitz, apontado como o mais aceito até os dias atuais e que demonstra cientificamente, através de cálculos matemáticos, os benefícios da diversificação dos investimentos para uma melhor performance das rentabilidades em detrimento dos riscos inerentes a essa classe de ativos.

A Teoria Moderna de Portfólio ou Teoria de Markowitz, em homenagem a seu autor, fora desenvolvida por Harry Markowitz, através da publicação do artigo *Portfolio Selection* na

conceituada revista *Journal of Finance* em 1952, sendo congratulado posteriormente em 1990 com o prêmio Nobel de Economia por esse trabalho. Revolucionário para a época de sua formulação que se contrapunha as metodologias aplicadas até então, a proposta de Markowitz traria a luz o conceito de diversificação como meio de otimizar a relação risco e retorno.

A teoria desenvolvida por Markowitz (1952), trata da construção de um portfólio para obter mais retorno a partir de um determinado nível de risco de mercado. No modelo proposto, é possível encontrar o maior nível de retorno alcançado dado um certo nível de risco ou o seu inverso, o menor nível de risco possível para um dado retorno

Este retorno esperado é diferente para cada ativo, ele costuma variar diretamente com o risco esperado. A aplicabilidade do modelo leva em conta o retorno do portfólio em conjunto, não interessando o retorno isolado de um ativo, mas sim o comportamento dentro da composição da carteira. Ativos com risco baixo tendem a oferecer retornos proporcionais, por exemplo, ativos de renda fixa, já ativos com retornos superiores tendem a apresentar riscos elevados, como as ações.

Para a seleção dos ativos que compõe a carteira, não bastaria apenas observar a relação de risco e retorno, uma vez que dado certa classe de ativo, o seu comportamento podem se assemelhar entre si, assim sendo, para formulação do portfólio, Markowitz propõe a aplicação do conceito de correlação.

A correlação entre os ativos mede o quanto esses ativos se movem conjuntamente, dado a aplicação matemática do cálculo de correlação, é possível saber se os ativos se movem na mesma direção, variando de +1 a -1, considerando dois ativos que se movem de forma exatamente iguais a correlação será próxima a +1, no seu inverso, caso os ativos apresentem movimentações contrárias, ou seja, caso um ativo apresente elevação de sua rentabilidade o outro apresente queda, a correlação tenderá a -1.

1.1 Problema

De acordo com Lakatos e Marconi (2010, p. 143 e 144) o problema “é uma dificuldade, teórica ou prática, no conhecimento de alguma coisa de real importância, para a qual se deve encontrar uma solução”. Há diferentes formas de problema, destacando-se quatro tipos:

- **Problema de estudos acadêmicos:** estudo descritivo, de caráter informativo, explicativo ou preditivo;

- **Problema de informação:** coleta de dados a respeito de estruturas e condutas observáveis, dentro de uma área de fenômenos;
- **Problema de ação:** campos de ação onde determinados conhecimentos sejam aplicados com êxito; e
- **Investigação pura e aplicada:** estuda um problema relativo ao conhecimento científico ou à sua aplicabilidade.

O problema tratado neste estudo classifica-se no terceiro tipo e demonstra a aplicação da Teoria Markowitz na busca da maior rentabilidade e menor risco para os investidores que atuam no mercado de ações.

Ao partir do pressuposto que a utilização e a análise adequada da Teoria Moderna de Portfólio são fundamentais para melhoria do retorno de investimentos, o problema a ser respondido neste estudo é: A aplicação do modelo de Markowitz é eficaz para o processo otimização de carteira de investimento no mercado de ações?

1.2 Objetivo do trabalho

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar o desempenho de uma carteira de investimento de ações, formadas através da Teoria Moderna de Portfólios, desenvolvida por Harry Markowitz (1952), comparando sua rentabilidade para o mesmo nível de risco apresentado pelo índice Ibovespa, considerando para isso o próprio índice e não sua composição histórica. Para a aplicação do modelo, será avaliado o desempenho que a carteira obterá no período de janeiro de 2015 a dezembro de 2019.

1.2.2 Objetivos Específicos

- a) Apresentar a teoria de Markowitz: Seu histórico, meios de apuração, cálculos e fundamentações;
- b) Selecionar os ativos para as análises, apresentando seus resultados históricos para formulação dos dados quantitativos necessários para aplicação do modelo;
- c) Analisar a rentabilidade das carteiras formadas;

- d) Comparar a rentabilidade da carteira formada com a obtida pelo índice Ibovespa, em sua rentabilidade histórica e não a composição dos ativos que a compõe, no mesmo período de aplicação do modelo.

1.3 Justificativa

Com a popularização do mercado de capitais brasileiro, a entrada de novos investidores pode incorrer em riscos, pois não há uma análise do risco apresentado pelos ativos em detrimento dos retornos por eles esperados.

Para orientar os novos entrantes no mercado de capitais, se faz necessário que eles tomem medidas para mitigar as perdas prováveis inerentes a tais investimentos. A teoria de Markowitz, é uma das alternativas viáveis para otimização das carteiras de ativos, utilizando de modelos matemáticos para sua formação, é possível ajustar as expectativas de retornos e riscos tomados, pelos investidores para alcance de suas metas financeiras.

1.4 Delimitação

Para Lakatos e Marconi (2010, p. 201), por ter “um sujeito e um objeto, o tema passa por um processo de especificação. O processo de delimitação do tema só é dado por concluído quando se faz a sua limitação geográfica e espacial, com vistas a realização da pesquisa”.

Assim este estudo limitará a aplicação da Teoria de Markowitz e a ferramenta matemática SOLVER para análise e tomada de decisão na aplicação financeira no mercado de ações que tenham sido negociadas diariamente de janeiro de 2015 a dezembro de 2019, os valores nominais de fechamento diário ajustados para proventos e outros eventos societários do grupo de 10 ações.

1.5 Metodologia

Para Assaf (2012, p. 491) “O objetivo básico do estudo de carteiras de ativos, de acordo com a moderna teoria formulada do portfólio, é selecionar a carteira definida como ótima com base no critério de investimento que o investidor almejar”, ou seja:

- Selecionar a carteira que oferece o maior retorno possível para um determinado grau de risco; ou, de forma idêntica,
- Selecionar a carteira que produza o menor risco possível para um determinado nível de retorno esperado.

O presente estudo buscou aplicar a teoria de Markowitz, que apresenta a criação de uma carteira eficiente para investimento, para isso foi realizado a seleção de 10 ações para a criação da carteira teórica deste trabalho, as ações escolhidas compunham o índice Ibovespa em dezembro de 2019, e o critério utilizado foram as ações mais negociadas, sendo desprezadas as ações de mesma empresa.

Em seguida, foram obtidos os retornos históricos dos ativos durante o período de janeiro de 2015 a dezembro de 2019. Após a compilação dos dados, foram calculados o retorno percentual para cada ativo em suas cotações diárias, mediante este, foram definidos o retorno médio durante todo o período de cada ativo, compreendendo a expectativa de retorno, e o risco de cada ativo, definidos como o desvio padrão.

Para se valer das premissas adotadas por Markowitz em sua construção da carteira otimizada, foram estimadas as medidas de aumento do retorno e diminuição do risco. Para tal, foram comparados os dados obtidos da otimização da carteira com um *benchmark*, sendo definido o índice Ibovespa o ativo a ser batido.

Para realização dos cálculos estatísticos, foi utilizado o Software Microsoft Excel®, cuja aplicação Solver, foi aplicada na solução para a descoberta da carteira otimizada. O Software de programação livre, RStudio Cloud, foi utilizado como ferramenta auxiliar para os cálculos estabelecidos, e como fornecedora dos gráficos analíticos.

Por fim, foram demonstrados os resultados obtidos e a comparação entre os dois ativos, a carteira composta de 10 ações e o índice Ibovespa, na data base analisada.

1.6 Organização do Estudo

A composição do trabalho dar-se-á em quatro capítulos, conforme o roteiro seguinte:

O primeiro capítulo traz a introdução, o problema que motivou o estudo, os objetivos pretendidos, a delimitação adotada, a relevância, a metodologia e a organização.

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico, que trata das definições e conceitos dos seguintes temas: Sistema Financeiro, Mercado de capitais, Índice Bovespa, Moderna Teoria de Portfólio ou Teoria de Carteiras de Markowitz, entre outras.

No terceiro capítulo apresenta o levantamento e coleta dos dados, os quadros, os gráficos, o modelo e aplicação do Solver para a orientação na tomada de decisão e os resultados obtidos

A conclusão do estudo está, por fim, no quarto capítulo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será apresentado o embasamento teórico que fundamentou o desenvolvimento deste trabalho.

Para além da apresentação dos conceitos da Teoria Moderna de Portfólio, serão explanados toda as variáveis e medidas estatísticas por ela utilizada, conceituação do que é mercado financeiro e de capitais, por onde perpassa toda a estrutura de financiamento que será alvo de exames.

2.1 Sistema Financeiro

As sociedades econômicas modernas regem-se primordialmente através de sistemas financeiros que alicercem suas atividades, a fim de promover a troca de meios produtivos para funcionamento do estado e da sociedade. De acordo com Assaf (2012, p. 30) “A economia volta-se essencialmente para a forma como seus vários agentes decidem sobre os recursos escassos, visando produzir bens e serviços orientados ao atendimento dos objetivos de toda a sociedade”.

Ainda, podemos definir o Sistema Financeiro como sendo um conjunto de instrumentos e instituições que promovem a distribuição ou fluxo entre poupadores e demandantes de recursos na economia. Ao longo do tempo, houve a necessidade de aprimoramento para atendimento de características específicas para cada tipo de demanda. Conforme conceitua a

Comissão de Valores Mobiliários (2014), as características podem diferir em razão do prazo, tipo de operações, riscos envolvidos, entre outros aspectos que por suas idiossincrasias convencionou-se chamar de mercados financeiros. Conforme demonstra a figura 1, os mercados do Sistema Financeiro estão segmentados em quatro grandes mercados: Mercado de crédito, mercado monetário, mercado de capitais e mercado de câmbio.

Figura 1 – Mercados Financeiros



Fonte: Comissão de Valores Mobiliários (2014).

2.2 Mercado de capitais

O foco de discussão do trabalho serão as atividades pertinentes ao mercado de capitais, portanto, será apresentado sua definição. Normatizado pela Lei de mercado de capitais (Lei nº 4.728, de 14.04.65), é um sistema que visa proporcionar a distribuição de valores mobiliários, para fins de capitalização de recursos para as empresas. Entende-se por valores mobiliários, títulos patrimoniais e dívida, tais como: Ações, debêntures, títulos públicos, títulos de crédito privado e demais direitos de subscrição.

As operações de transferência de recursos entre os agentes superavitários e deficitários, ocorrem sempre com o intermédio de uma instituição autorizada, atuando como prestadora de serviços, Comissão de Valores Mobiliários (2014): Estruturando operações, assessorando na formação de preços, ofertando liquidez, entre outros. As instituições participantes do mercado de capitais são: As bolsas de valores, bancos de investimentos, corretoras e distribuidoras de títulos de valores mobiliários, além de outras autorizadas.

[...] o mercado de capitais está estruturado de forma a suprir as necessidades de investimentos dos agentes econômico, por meio de diversas modalidades de financiamentos a médio e longo prazo para capital de giro e capital fixo. [...] (ASSAF, 2012, p. 79)

As instituições não são responsáveis pelo cumprimento das obrigações estabelecidas entre as partes bem como pelos riscos assumidos que por vezes, é inerente as operações, ocorrendo perdas pecuniárias, desvalorizações bem como falências e demais outras situações que podem vir a acarretar aos agentes.

2.3 Índice Bovespa

Os índices podem ser descritos como sendo indicadores de desempenho de um conjunto de ativos, mostrando os resultados refletidos nos preços em determinado período de tempo. Sendo os índices compostos por vários ativos, seu desempenho é, portanto, a média dos desempenhos individuais de cada ativo, ponderados conforme os fatores definidos em seu regulamento.

A utilização dos índices de mercado tem por finalidade, a avaliação das variações de uma cesta de ativos, parâmetros de performance para rentabilidade de carteiras correlatas e são também instrumentos negociáveis em bolsa de valores, na modalidade de derivativos, por representarem os ativos que se originam.

No cenário nacional, o Índice Bovespa é o mais importante indicador de desempenho das cotações das ações negociadas no mercado brasileiro (Assaf, 2012). O índice é mensurado por pontos, cujo cálculo é avaliado nos preços das ações que o constituem, não sendo considerado nenhum investimento adicional, admitido apenas, o desconto dos dividendos distribuídos pelas empresas no valor correspondente a ação negociada a preço de mercado, ou seja, considera o retorno total de suas ações componentes.

A carteira do índice é constituída por cerca de 50 empresas que correspondem por mais de 80% do número de negócios e volume financeiro transacionado. A seleção das ações incluídas no índice é mensurada a cada quadrimestre, avaliando o desempenho nos últimos 12 meses. A escolha dos ativos obedece a critérios internos da bolsa, resumidamente, podemos considerar que são escolhidos os ativos das empresas com maior valor de mercado e cujas ações são negociadas na B3. As ações de cada empresa que constitui o índice possuem pesos diferentes, ou seja, para as ações das empresas com maior valor de mercado é atribuído maior relevância para a constituição do índice.

Apesar de não considerar a totalidade das empresas listadas na B3, o índice é um poderoso indicativo do mercado acionário nacional, logo, ele é o reflexo das tendências de preços e da economia como um todo, sendo o *benchmark* mais utilizado por investidores na avaliação de seus investimentos no mercado brasileiro.

2.4 Moderna Teoria de Portfólio ou Teoria de Carteiras de Markowitz

Publicado em 1952 no *Journal of Finance*, no artigo intitulado “*Portfolio Selection*”, Henry Markowitz apresenta o princípio de diversificação de carteira de investimento, para assim, promover melhorias na relação risco e retorno. Em contraposição a até então filosofia de investimento adotado à época, em que se consistiria na concentração de ativos que proporcionavam, em uma base histórica, maiores rentabilidades.

No decorrer dos anos que se seguiram sua publicação, a teoria por ele apresentada, por vezes, tem se mostrado constante e é adotada até os dias atuais como medida de mitigação de riscos sistêmicos e uma busca constante pela maximização da rentabilidade em detrimento de um menor risco assumido.

Em suma, *Markowitz* discorre que um portfólio, para ser considerado eficiente, deverá proporcionar o maior retorno para certo nível de risco assumido, ou ainda, o menor nível de risco aceitável para uma dada taxa de retorno em contraponto.

De acordo com Sharpe *et al.* (1995, p. 262) para a apresentação em sua base teórica, o autor adotou as premissas fundamentais que se seguem:

1. As carteiras seriam avaliadas pelos investidores tomando como base o retorno esperado e no desvio padrão desses retornos sob o horizonte do tempo em dado período;
2. Entre a escolha de duas carteiras de investimentos, o investidor avesso a risco, optaria por aquela que apresentasse o menor risco envolvido;
3. Os investidores estão sempre em busca de maiores rentabilidades de suas carteiras, sendo apresentados entre duas opções de investimento de mesmo risco, optariam aquela que oferecesse o de maior retorno;
4. É permissível ao investidor dividir seus ativos, ou seja, é permitido comprar frações das ações dispostas;
5. A taxa livre de risco, taxa essa no qual o investidor poderá emprestar e tomar emprestado;
6. Os impostos e custos das transações seriam considerados irrelevantes para aplicação do estudo;

7. Os investidores acatariam a distribuição probabilística das taxas de retorno dos ativos, o que asseguraria a existência de um único conjunto de carteiras de investimento.

Partindo desses pressupostos, ainda conforme o autor, Markowitz postulou que as variáveis de interesse ao investidor na formulação de uma carteira eficiente seriam o retorno esperado, ou rentabilidade, e o risco, a variância dos retornos esperados.

Partindo desses pressupostos, ainda conforme o autor, Markowitz postulou que as variáveis de interesse ao investidor na formulação de uma carteira eficiente seriam o retorno esperado, ou rentabilidade, e o risco, a variância dos retornos esperados.

Conforme teoriza Markowitz, o retorno é o desejável ao investidor, e a variância, o fator indesejável. Para tal, o investidor ao montar sua carteira, os ativos devem apresentar a menor variância possível, e para alcançar tal objetivo o investidor deverá diversificar seus ativos.

Para Markowitz, o desempenho individual de cada ativo deverá ser descartado, devendo o investidor ao montar sua carteira de investimentos, ponderar a rentabilidade da cesta de ativos combinados, ainda, o que não bastasse a diversificação a combinação de ativos mostraria a correlação entre si. Não bastaria, conforme se apresenta seu estudo, que o investidor selecionasse ativos de mesmo segmento ou mercado, já que por estarem em mesmo segmento, ao apresentar desempenho ruim, em teoria, todos os ativos sofreriam com tal queda em suas rentabilidades. Dessa forma seria como se o investidor colocasse todos os ovos na mesma cesta, ainda que fossem ativos diferentes, ao serem inseridos sem os critérios de diversificação necessários, o resultado seria semelhante ao aplicar em ativos isolados.

A contribuição da teoria nos mostra ainda, que em um cenário em que um ativo apresentasse baixo retorno, seria então compensado por outro ativo que estaria se aproveitando do mesmo cenário que em outro se mostrasse adverso, logo, um compensaria o outro. Nessa condição, a variância total de uma carteira seria reduzida pelo fato de a variação individual do ativo ser compensada pela variação dos demais ativos (CASSETARI, 2001).

A seguir, serão apresentados os conceitos que embasaram a teoria de Markowitz e cujas métricas serão aplicáveis na formulação nessa dissertação, tais com: Risco, retorno, coeficiente de correlação ou covariância, desvio padrão, diversificação, fronteira eficiente e binômio risco-retorno.

2.4.1 Risco

Historicamente o mercado de ações indica que o preço dos ativos e suas rentabilidades apresentam oscilações no decorrer do tempo. Diversos são as motivações que afetam os preços

dos ativos e por conseguinte sua rentabilidade: Cenário econômico, incertezas políticas, recessões, fatores de demanda de mercado entre outros.

O risco de mercado é o potencial de oscilação dos valores de um ativo durante um período de tempo. É representado pelos desvios, volatilidade, em relação ao resultado esperado (ASSAF, 2012).

Damodaran (2006) teoriza que o risco pode ser classificado em duas categorias, diversificável e não diversificável. O primeiro poderá ser reduzido diversificando os ativos da carteira, trata-se do risco individual de ativo, promovido por fatores interno na empresa, de seus produtos ou na visão do mercado na precificação deste. Já o segundo é entendido como risco de mercado, ou não diversificável, no qual o investidor não terá poder de reduzir, afeta a todos os ativos, como por exemplo, causado por recessões econômicas.

Fonseca (2011) o risco é uma medida de incerteza de uma decisão mediante conhecimento das probabilidades associadas à ocorrência de determinados resultados ou valores.

Ross *et al.* (2013), ainda classifica o risco não diversificável como sistêmico, na mesma linha de raciocínio de Damodaran, o risco sistêmico é aquele que sob a incerteza inerente aos ativos, ele é afetado pelas inúmeras variáveis sujeitas ao mercado financeiro como um todo.

Ainda conforme os autores, uma das maneiras de se refletir sobre os riscos dos retornos dos ativos é termos um grau de dispersão de distribuição de frequências, que seria a medida de quanto um dado retorno pode se distanciar do retorno médio. Em outras palavras, o risco é uma medida de volatilidade de seus retornos, quanto maior a volatilidade apresentada por dado ativo, maior o grau de incerteza aplicado a ele, e por conseguinte, maior seu nível de risco.

O risco como apresentado parte de pressupostos calculáveis, e logo será apresentado as matrizes de correlação entre si que são aplicáveis aos mercados e ativos.

2.4.2 Retorno

O retorno esperado de um título está positivamente relacionado ao seu risco, pois os investidores somente assumirão riscos adicionais se receberem compensação adicional (ROSS *et. al.* 2013)

O retorno é o reflexo da volatilidade empregada ao ativo, aumento ou diminuição de seu preço, ou qualquer tipo de proventos distribuídos aos detentores dos ativos, na forma de juros, dividendos, juros sobre o capital próprio dentre outros.

Para Gitman (1997) o retorno de uma carteira é dado pela média ponderada dos retornos dos ativos individuais que é composta, conforme o autor, utiliza-se a seguinte equação para cálculo de retorno de um portfólio:

Securato (2001) teoriza que o resultado é obtido só é de conhecimento do investidor ao final do período de maturação, no momento de decisão, os retornos devem ser encarados como variáveis aleatórias.

$$K_p = (W_1 \times K_1) + (W_2 \times K_2) + \dots + (W_n \times K_n) = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j \quad (1)$$

Onde:

K_p = Taxa de retorno de um portfólio em um período

W = Peso do ativo no portfólio

K = Taxa de retorno do ativo no período

2.4.3 Variância e Desvio Padrão

A variância (σ^2) trata-se de uma medida de dispersão calculada pelo quadrado de cada desvio, este entende-se da diferença entre o valor e sua média. Mediante o cálculo da variância é possível calcular o desvio padrão, que é a raiz quadrada da variância.

O desvio padrão, representado por σ (sigma), tem por intuito medir estatisticamente a variação, grau de dispersão, em torno de sua média. Para Assaf (2012, p. 221) “A variância e o desvio padrão são medidas de dispersão, ou seja, elas indicam como os valores de um conjunto de dados distribuem-se em relação ao seu ponto central”.

O desvio padrão é comumente utilizado como medida de risco, em que as bases de decisões são calculadas por médias. Dessa maneira, quanto maior a dispersão ou distância em torno da média, maior a variância, em contrassenso, quanto menor a variância menor é a dispersão dos valores de sua média.

A variância é dada pelo cálculo demonstrado na equação 2:

$$\sigma^2 = Var(X) = E((X) - \mu)^2 \quad (2)$$

Onde: $\mu = E(X)$ o valor esperado (média) da variável X.

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

2.4.4 Correlação e Covariância

A correlação e covariância tratam objetivam relacionar duas variáveis. Para Assaf (2012) “A covariância visa identificar como determinados valores se inter-relacionam”, em outras palavras, ela mede a associação de retorno entre dois ativos, sendo que para tal medida de independência sua covariância será igual a zero (COV=0).

Se dois títulos apresentarem covariância positiva (COV>0), indica que os dois ativos tendem a oscilar na mesma direção, ou seja, caso um ativo suba de preço, o outro também tenderá a apresentar uma alta em seu preço do ativo, caso o preço sofra uma queda em seu preço, o outro também apresentará redução em seu preço.

São classificadas proporções de inversão de covariância quando os ativos se movem de maneira oposta um do outro, apresentado covariância negativa (COV<0), assim a rentabilidade positiva de um ativo será representada no outro a queda de seu preço, agindo os dois ativos de maneira inversa em sua rentabilidade. A equação 3 mostra a covariância.

$$\text{Covariância} = \sum_{i=1}^n \frac{(A_i - M_a)(B_i - M_b)}{N - 1} \quad (3)$$

Onde:

Σ = Soma dos valores no numerador

A_i = Valores de retorno de A

M_a = Média de A

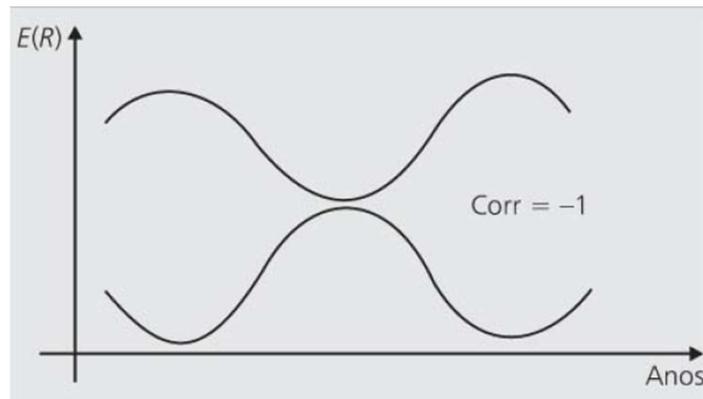
B_i = Valores de retorno de B

M_b = Média de B

N = Número de retornos computados

A diversificação de investimentos como meio de mitigar os riscos a ativos, conforme conceitua Assaf (2012, p. 489) “O risco é eliminado na hipótese de se implementar, por exemplo, duas alternativas de investimentos que possuam correlações perfeitamente opostas e extremas, ou seja, que apresentem coeficientes de correlação iguais a -1 e $+1$, respectivamente”.

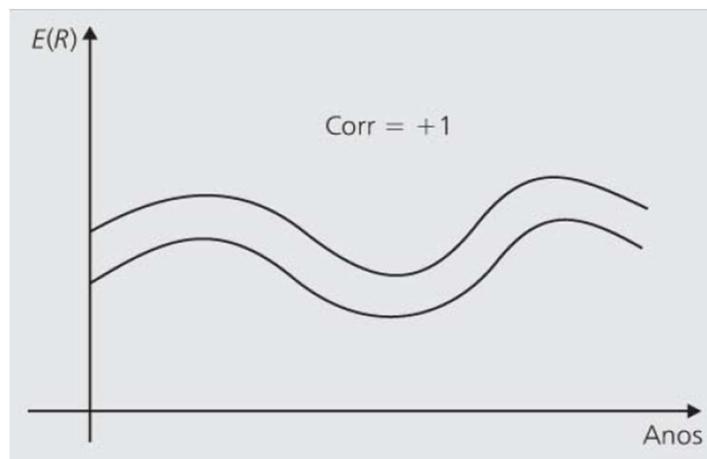
Figura 2 – Investimentos com correlação perfeitamente negativa



Fonte: Assaf (2012)

Na figura 2 os ativos negativamente correlacionados, demonstram que os retornos por eles produzidos são inversamente proporcionais, ao passo que enquanto um apresentar uma elevação em seu retorno o outro decrescerá na mesma medida. Esse se apresenta como sendo o cenário mais otimizado a ser alcançado no objetivo de diversificação de risco em uma carteira de investimento.

Figura 3 – Investimentos com correlação perfeitamente positiva



Fonte: Assaf (2012)

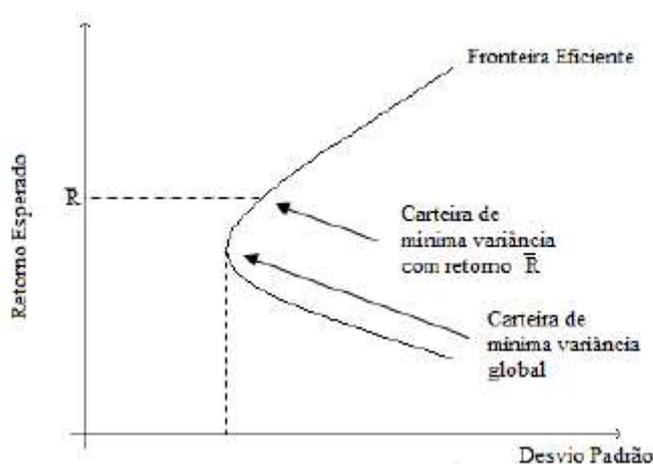
A figura 3 demonstra a correlação positiva e perfeitamente correlacionada, demonstra um maior risco na composição de uma carteira de investimento, pois na medida de rentabilidade dos ativos seu ganho será em dobro, na medida de sua desvalorização.

2.4.5 Fronteira eficiente

As seleções dos ativos formam as carteiras de investimento, conforme proposto por Markowitz (1952), as carteiras otimizadas formam o que foi conceituado como fronteira eficiente, que demonstra graficamente como são dispostas essas carteiras pelo seu retorno e riscos apresentados, ficando facultado ao investidor, a escolha daquela que proporcionará a melhor escolha para seu nível de risco aceito.

Para Assaf Neto (2012, p. 519), “a Fronteira Eficiente resume as carteiras disponíveis do investidor determinadas pelas melhores combinações de risco e retorno”.

Figura 4 – Fronteira Eficiente de Investimento



Fonte: adaptado de BRUNI; FAMÁ (1998)

A figura 4 evidencia a curva composta pelas carteiras possíveis em torno dos ativos que as constituem, admitindo que o investidor é avesso a risco e busca constantemente a melhor rentabilidade, todos os pontos representativos das carteiras otimizadas que representem o mesmo nível de risco, o investidor optará por aquela cujo retorno será superior.

As carteiras que se encontram fora da fronteira eficiente, chamada de ineficientes, para Markowitz, não é recomendável sua escolha, uma vez que o incremento do retorno não diluiria o risco atribuído, em contrapartida, o risco diluído sem que isso acarrete em uma maximização

do retorno esperado. Pondera-se que os dados obtidos nas análises da fronteira eficiente, resulta na inserção de dados históricos no modelo, assim sendo, para períodos no qual existem dados novos a serem analisados, será formado uma nova fronteira eficiente.

3 APLICAÇÃO DO MODELO

3.1 Composição de uma carteira

A composição de uma carteira de investimento visa atender as expectativas no que tange a relação risco e retorno de cada investidor. Ao selecionar uma carteira, inicia-se por determinar os objetivos e o horizonte de tempo para atingimento das metas de rentabilidade futura.

Para uma avaliação segura e fins de aplicabilidade prática nesse trabalho, consideramos os critérios de tempo e quantidade de ações avaliadas, como as mais adequadas a metodologia descrita por Markowitz.

Tabela 1 – Coleta de dados: 10 ações mais negociadas no Ibovespa no 4º quadrimestre de 2019

AÇÕES MAIS NEGOCIADAS			
Código	Ação	Tipo	Part. (%)
ABEV3	AMBEV S/A	ON	3,388
B3SA3	B3	ON NM	4,867
BBAS3	BRASIL	ON NM	2,235
BBDC4	BRADESCO	PN EJ N1	5,297
ITUB4	ITAUUNIBANCO	PN N1	7,073
JBSS3	JBS	ON NM	1,752
PETR3	PETROBRAS	ON N2	4,23
PETR4	PETROBRAS	PN N2	5,324
VALE3	VALE	ON NM	10,734
WEGE3	WEG	ON NM	2,901

Fonte: B3 (2020)

A tabela 1 demonstra a seleção da carteira que foi realizada através da carteira teórica do Índice Bovespa, sendo escolhidos os 10 papéis que representaram o maior volume de negociação no 4º quadrimestre do período fim das análises, a saber:

- As ações que tenham sido negociadas diariamente de janeiro de 2015 a dezembro de 2019;

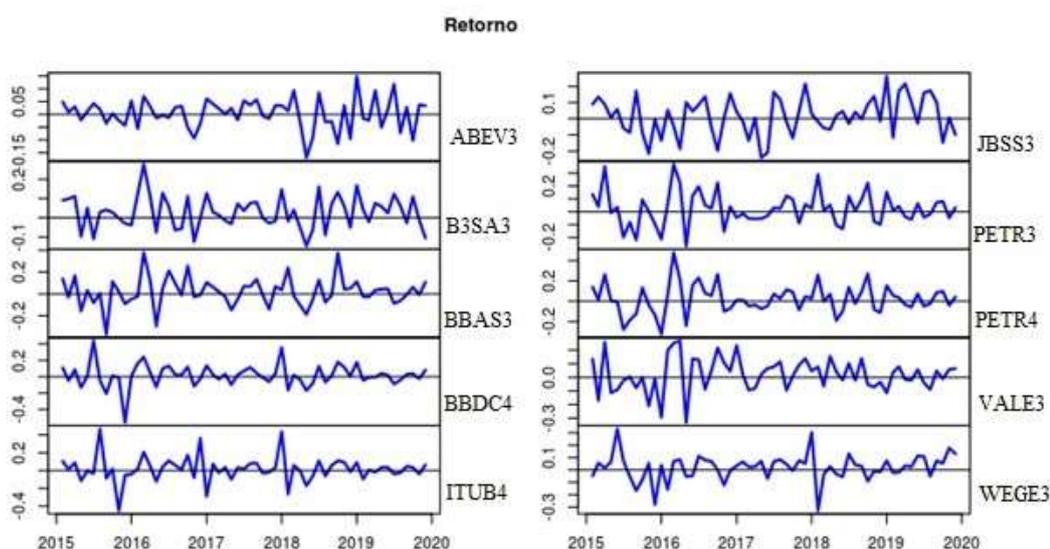
- Os valores nominais de fechamento diário ajustados para proventos e outros eventos societários do grupo de 10 ações;
- A fonte de pesquisa para coleta de dados, foi o site da *Investing*, plataforma de renome internacional que preza pela fidedignidade e representação das informações históricas, encontrada no endereço eletrônico: <https://br.investing.com/>

O horizonte de tempo utilizado na aplicação do modelo remonta as definições de variação e oportunidade de performance do papel, conforme descrito por Markowitz em seus estudos. Sendo assim, foram coletados os dados de fechamento diário das empresas supracitadas compreendendo o período de cinco anos, de janeiro de 2015 a dezembro de 2019. Para aplicabilidade do modelo, conforme descrito na metodologia, foi utilizado o software Microsoft Excel® para aplicação das equações matemáticas de cada componente necessário para desenvolvimento das carteiras eficientes.

O programa de código livre RStudio cloud, foi utilizado para as análises estatísticas e fornecimentos de gráficos. O programa (Linguagem R) foi extraído dos estudos do teórico Marcelo S. Perlin, em seu trabalho “Processamento e Análise de Dados Financeiros e Econômicos com o R”, onde o mesmo disponibiliza a biblioteca de cálculos necessários para a aplicação do modelo de Markowitz.

Para apuração dos retornos dos ativos, foram calculadas a rentabilidade percentual diária para cada ativo, onde é possível extrair sua média para fins de cálculo, a correlação dos ativos fica claro de ser observada conforme demonstra a figura 5.

Figura 5 – Gráfico de retorno por ativo



Fonte: RStudio Cloud

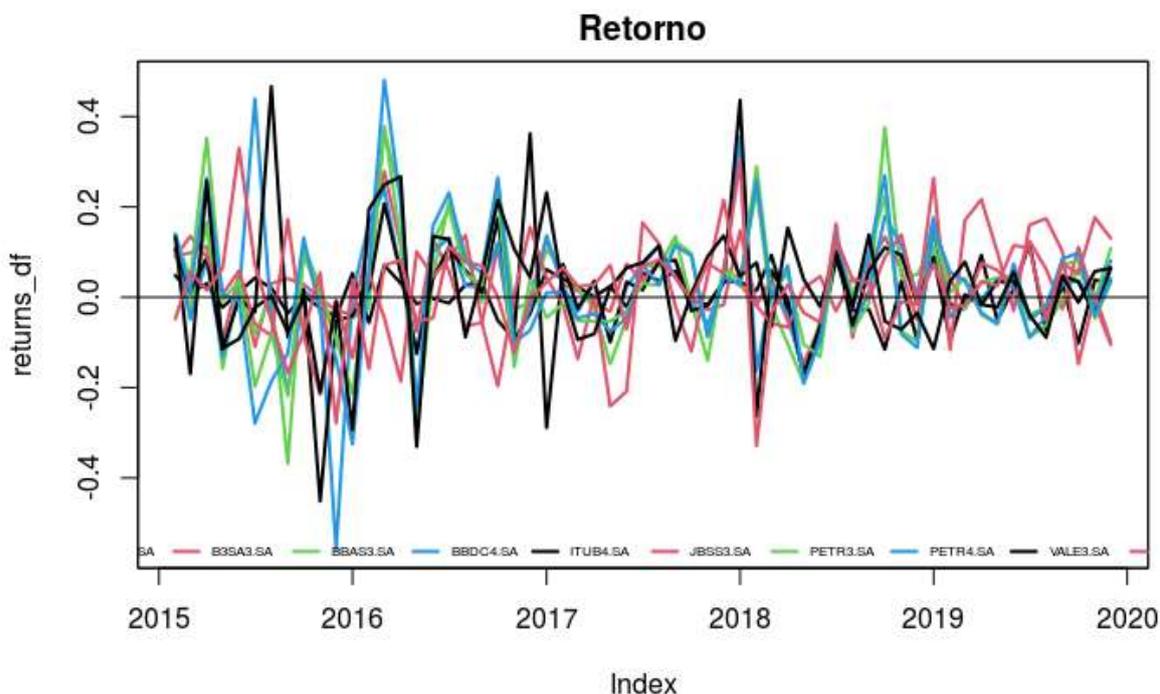
A figura 5 demonstra os retornos de cada ativo no período de análises, onde as variações são dadas de maneira percentual. Podemos analisar a correlação entre os ativos, onde observa-se o período em que determinado ativo apresentou uma elevada rentabilidade, em contraposição outro ativo teve o movimento contrário.

Tomemos o exemplo dos ativos B3SA3 e WEGE3, no ano de 2018, como demonstrado na figura 5, onde a rentabilidade demonstrada pelo ativo B3SA3 mostrou-se em contraposição a queda da rentabilidade da WEGE3.

Conforme teoriza Markowitz (1952), a correlação entre os ativos pressupõe a diversificação desejada pelo investidor, no intuito de minimizar o risco apresentado pelos ativos isoladamente, sendo diluídos através da diversificação.

A figura 6, apresenta o mesmo gráfico da figura 5, mas de forma de apresentação diferenciada, compilando os gráficos sobrepondo as linhas de rentabilidade apresentada no período de análises.

Figura 6 – Gráfico de retorno por ativo (Agrupado)



Fonte: RStudio Cloud

A variação individual por ação está demonstrada na figura 5, a figura 6 demonstra a variação percentual dos retornos dos ativos entre 2015 a 2019 de forma compilada, observa-se a grande movimentação em determinados ativos e acentua a correlação entre si.

Tabela 2 – Retorno médio e desvio padrão das 10 ações mais negociadas e o Ibovespa

Estatísticas diárias		
Ativos	E (R)	DP
IBOV	0,0810%	1,3772%
ABEV3	0,0322%	1,3716%
B3SA3	0,1565%	2,0739%
BBAS3	0,1255%	2,7665%
BBDC4	0,0854%	2,0576%
ITUB4	0,0920%	1,8873%
JBSS3	0,1249%	3,2106%
PETR3	0,1509%	3,0786%
PETR4	0,1481%	3,1567%
VALE3	0,1248%	3,0830%
WEGE3	0,1088%	1,7771%

Fonte: Autoria própria

Na tabela 2, foram calculados o retorno médio de cada ativo, conforme as cotações diárias das empresas que compõe a carteira de investimentos, foram calculados os retornos médio de cada empresa, conforme define Markowitz, o retorno médio é a esperança de retorno, ou seja, quanto se projeta ao futuro como rentabilidade a ser auferida, a média passa a ser então a esperança de rentabilidade (E (R)), a função para cálculo no software é dada por “=MÉDIA(Rentabilidade diária em percentual de cada ativo da amostra)”.

O desvio padrão é considerado o dado estatístico para definição do risco do ativo, foram calculados conforme a função “=DESVPAD.A(Rentabilidade diária em percentual de cada ativo da amostra)”, sendo a modalidade amostral utilizada.

Como preconiza os estudos de Markowitz, para minimização do risco não sistemático, onde se procura ativos que se movem de maneira oposta entre si, foi aplicado a matriz de correlação e covariância nos ativos objetos. Onde se varia entre 1 e -1, sendo o primeiro a correlação perfeita, ou seja, os ativos apresentam movimentação idêntica para a alta ou baixa, o segundo, é entendida como a correlação inversa, sendo a procura, pois determina que os ativos se independem.

Tabela 3 – Tabela de covariância das 10 ações mais negociadas

Covariância	IBOV	ABEV3	B3SA3	BBAS3	BBDC4	ITUB4	JBSS3	PETR3	PETR4	VALE3	WEGE3
IBOV	0,00019	0,00007	0,00015	0,00021	0,00017	0,00015	0,00012	0,00020	0,00022	0,00014	0,00009
ABEV3	0,00007	0,00019	0,00011	0,00012	0,00011	0,00010	0,00008	0,00012	0,00012	0,00009	0,00008
B3SA3	0,00015	0,00011	0,00043	0,00034	0,00026	0,00024	0,00014	0,00031	0,00034	0,00017	0,00013
BBAS3	0,00021	0,00012	0,00034	0,00076	0,00043	0,00039	0,00020	0,00049	0,00055	0,00026	0,00016
BBDC4	0,00017	0,00011	0,00026	0,00043	0,00042	0,00034	0,00014	0,00035	0,00038	0,00020	0,00014
ITUB4	0,00015	0,00010	0,00024	0,00039	0,00034	0,00036	0,00013	0,00032	0,00034	0,00018	0,00014
JBSS3	0,00012	0,00008	0,00014	0,00020	0,00014	0,00013	0,00103	0,00017	0,00019	0,00010	0,00010
PETR3	0,00020	0,00012	0,00031	0,00049	0,00035	0,00032	0,00017	0,00095	0,00093	0,00045	0,00015
PETR4	0,00022	0,00012	0,00034	0,00055	0,00038	0,00034	0,00019	0,00093	0,00100	0,00041	0,00016
VALE3	0,00014	0,00009	0,00017	0,00026	0,00020	0,00018	0,00010	0,00045	0,00041	0,00095	0,00010
WEGE3	0,00009	0,00008	0,00013	0,00016	0,00014	0,00014	0,00010	0,00015	0,00016	0,00010	0,00032

Fonte: Autoria própria

Na tabela 3, para aplicação da função, foi utilizado o recurso análise de dados, onde se coleta todas as variações diárias dos ativos em forma percentual, a partir deste, o *Software* define os recursos para cálculo da matriz. Observa-se que a matriz fornecida é simétrica, onde os dados com cores em azul, nada mais são que os dados de preenchimento em branco, pois há de se atender os dois eixos para futuro cálculo dos termos de risco e retorno da carteira.

Tabela 4 – Tabela de correlação das 10 ações mais negociadas

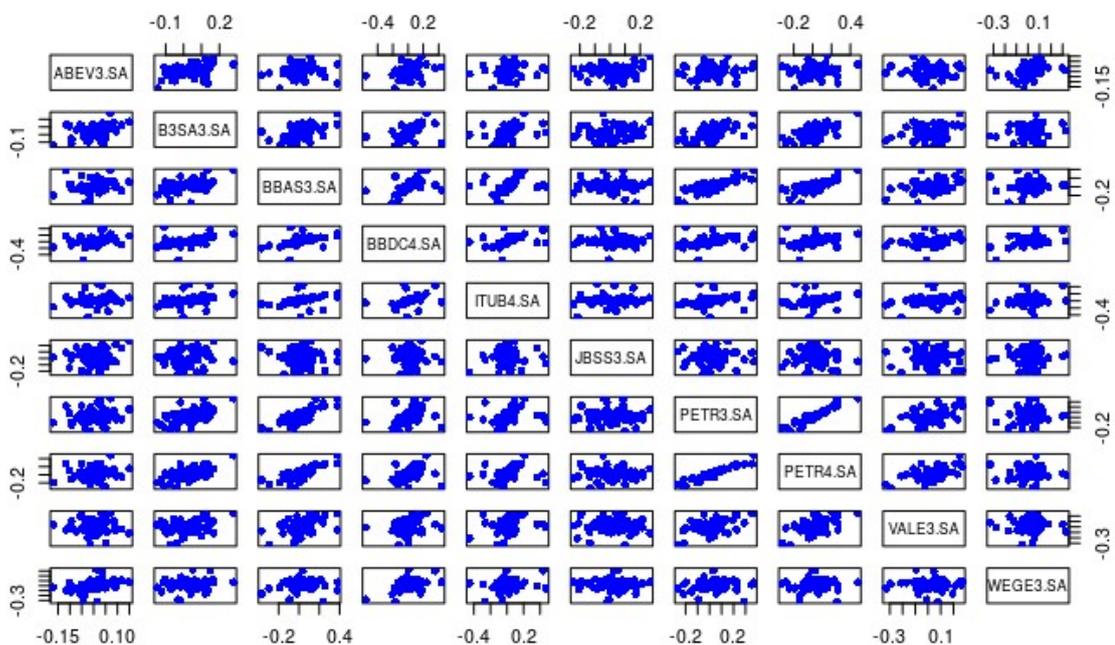
Correlação	IBOV	ABEV3	B3SA3	BBAS3	BBDC4	ITUB4	JBSS3	PETR3	PETR4	VALE3	WEGE3
IBOV	1,00000	0,35508	0,52395	0,56295	0,59498	0,58531	0,26055	0,47048	0,51261	0,33872	0,35734
ABEV3	0,35508	1,00000	0,37382	0,32096	0,38458	0,39957	0,17651	0,28488	0,28849	0,21996	0,32493
B3SA3	0,52395	0,37382	1,00000	0,58661	0,61961	0,61919	0,21465	0,49288	0,52457	0,26707	0,34217
BBAS3	0,56295	0,32096	0,58661	1,00000	0,76223	0,74937	0,22530	0,57072	0,63072	0,30453	0,32978
BBDC4	0,59498	0,38458	0,61961	0,76223	1,00000	0,86583	0,21891	0,55990	0,58770	0,31864	0,39215
ITUB4	0,58531	0,39957	0,61919	0,74937	0,86583	1,00000	0,21885	0,54768	0,57885	0,31211	0,40823
JBSS3	0,26055	0,17651	0,21465	0,22530	0,21891	0,21885	1,00000	0,17632	0,18841	0,09831	0,17310
PETR3	0,47048	0,28488	0,49288	0,57072	0,55990	0,54768	0,17632	1,00000	0,95429	0,46966	0,27426
PETR4	0,51261	0,28849	0,52457	0,63072	0,58770	0,57885	0,18841	0,95429	1,00000	0,42405	0,28311
VALE3	0,33872	0,21996	0,26707	0,30453	0,31864	0,31211	0,09831	0,46966	0,42405	1,00000	0,18141
WEGE3	0,35734	0,32493	0,34217	0,32978	0,39215	0,40823	0,17310	0,27426	0,28311	0,18141	1,00000

Fonte: Autoria própria

A tabela 4 demonstra a matriz de correlação dos ativos, calculados pela aplicação Solver, do Software Microsoft Excel®, onde é possível observar a independência ou não entre os ativos. O ativo Ibovespa foi incluído no cálculo da variância como medida de avaliação, não sendo considerado para os demais cálculos envolvendo o retorno da carteira. Uma vez que o índice será alvo de comparabilidade para definição do sucesso do modelo, sua apresentação em conjunto, se mostra substancial para uma visão abrangente das correlações entre os ativos.

O gráfico representativo da correlação entre os ativos é demonstrado na figura 7, onde quanto mais disposto na transversal, mas se dará a correlação entre os ativos objeto de estudo. A dispersão denotada em alguns mostra a sua variabilidade em relação ao ativo imediatamente acima, funcionamento de forma matricial ao que se assemelha a tabela 3 descrita.

Figura 7 – Gráfico de Correlação



Fonte: RStudio Cloud

Com o objetivo de minimizar o risco da carteira, tendo como base de comparação o risco do ativo referência (Ibovespa), sendo o desvio padrão essa medida, foi utilizado a aplicação Solver, do software Microsoft Excel®, para definição dos percentuais a serem alocados em cada ativo da carteira de 10 ações. Onde a aplicação, por meio das parametrizações necessárias

a serem definidas pelo usuário, tais como: O desvio padrão para cada ativo, covariância entre os ativos e retorno.

Para otimização da carteira, a aplicação deve partir de uma carteira teórica inicial, sendo assim, foi distribuído uniformemente as alocações de investimento para cada ativo e calculado seu risco e seu retorno, sendo utilizados as fórmulas “=MATRIZ.MULT(TRANSPOR(Percentuais a serem alocados para cada ativo);Esperança de retorno individual em percentual de cada ativo)” e “=RAIZ(MATRIZ.MULT(MATRIZ.MULT(TRANSPOR(Percentuais a serem alocados para cada ativo);Matriz de covariância); Percentuais a serem alocados para cada ativo))” respectivamente.

A tabela 5 mostra uma composição de ativos não otimizada, distribuição uniforme para cada ativo da carteira teórica, definido o risco e o retorno obtidos com a formação da carteira.

A partir da qual foi feita a otimização para encontrar a carteira ótima de investimentos.

Tabela 5 – Carteira teórica sem aplicação da otimização

Pesos Iguais	
Ativos	Pesos
ABEV3	10%
B3SA3	10%
BBAS3	10%
BBDC4	10%
ITUB4	10%
JBSS3	10%
PETR3	10%
PETR4	10%
VALE3	10%
WEGE3	10%
Total	100,00%
Retorno	0,1149%
Risco	1,6723%

Fonte: Autoria Própria

A aplicação Solver foi utilizada para a redistribuição dos pesos de alocações para cada ativo, sendo parametrizada com as premissas:

- O risco deverá ser menor ou igual ao risco do benchmark proposto, nesse caso, o desvio padrão apresentado pelo Índice Bovespa de 1,377168%;
- A soma das distribuições de pesos de alocações para os ativos deverá ser igual a 100%;
- A alocação individual para cada ativo deverá ser inferior a 100%;
- A alocação individual para cada ativo deverá ser superior a 0, adotamos a premissa de não adotar operações de venda a descoberto, possibilidade de atuação ativa na busca por melhores rentabilidades no mercado e medida de cálculo na aplicação.

O objetivo é minimizar o risco da carteira, tendo como risco máximo aceitável o do Índice Bovespa. A aplicação Solver do Excel foi projetada para encontrar as distribuições para cada ativo a ser composta a carteira total, demonstrando o retorno obtido com tal aplicação. A teoria de Markowitz define que as carteiras na fronteira eficiente, as carteiras com distribuições variadas dados os níveis de risco e retorno individual, é definido por cada investidor.

Figura 8 – Parâmetros do Solver

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo: \$\$\$18

Para: Máx. Mín. Valor de: 0

Alterando Células Variáveis: \$\$\$6:\$\$\$15

Sujeito às Restrições:

- \$D\$4 <= \$E\$4
- \$\$\$16 = 100%
- \$\$\$6:\$\$\$15 <= 100%
- \$\$\$6:\$\$\$15 >= 0

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de GRG Não Linear

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Echar

Fonte: Autoria própria

A figura 8 demonstra as parametrizações realizadas no Solver, no intuito de prover os cálculos necessários para as definições de redistribuição dos ativos, como percentual de alocação e os resultados de risco e retorno.

A aplicação SOLVER, do Microsoft Excel®, foi aplicada para fornecer as participações de alocação de cada ativo na carteira.

Para habilitar a aplicação SOLVER no Excel, deverá ir ao menu Ferramentas, dentro da área de Suplementos. Após a programação realizada, é possível programa-lo para resolver as equações matemáticas de redistribuição de carteiras aqui descrito, utilizando os parâmetros de rentabilidade histórica fornecida, matriz de correlação e covariância, e apontamento do objetivo a ser alcançado através da redistribuição, maior rentabilidade ou risco mínimo.

A aplicação foi efetiva para demonstrar as redistribuições de alocações para cada ativo da carteira teórica, conforme demonstra a tabela 5, a minimização do risco não necessariamente obedece a alocações mínimas para cada ativo. Admitindo a possibilidade de não alocação para determinados ativos, o histórico de rentabilidade de cada ativo é crucial para a determinação do investimento a ser realizado na busca pela carteira ótima.

Tabela 6 – Carteira otimizada calculada pelo Solver

Variância Mínima	
Ativos	Pesos
ABEV3	15%
B3SA3	30%
BBAS3	0%
BBDC4	0%
ITUB4	0%
JBSS3	10%
PETR3	1%
PETR4	0%
VALE3	10%
WEGE3	35%
Total	100,00%
Retorno	0,1149%
Risco	1,3627%

Fonte: Autoria própria

Os cálculos a serem realizados para distribuição das diversas carteiras a compor a fronteira eficiente requer recursos computacionais avançados, assim sendo, para definição da fronteira eficiente, foi utilizado o *Software* de programação livre *RStudio Cloud*, onde de posse dos dados fornecidos pelo SOLVER, foram imputados no *RStudio* devido à complexidade envolvida na operação.

3.2 Fronteira Eficiente

A solução trazida pelo programa, demonstrada na tabela 6, fornece as alocações necessárias para compor cada carteira teórica possível, e a partir desta, como conceitua Markowitz em sua obra, o investidor tomará sua decisão de investimento dado seu apetite a risco e retorno almejado.

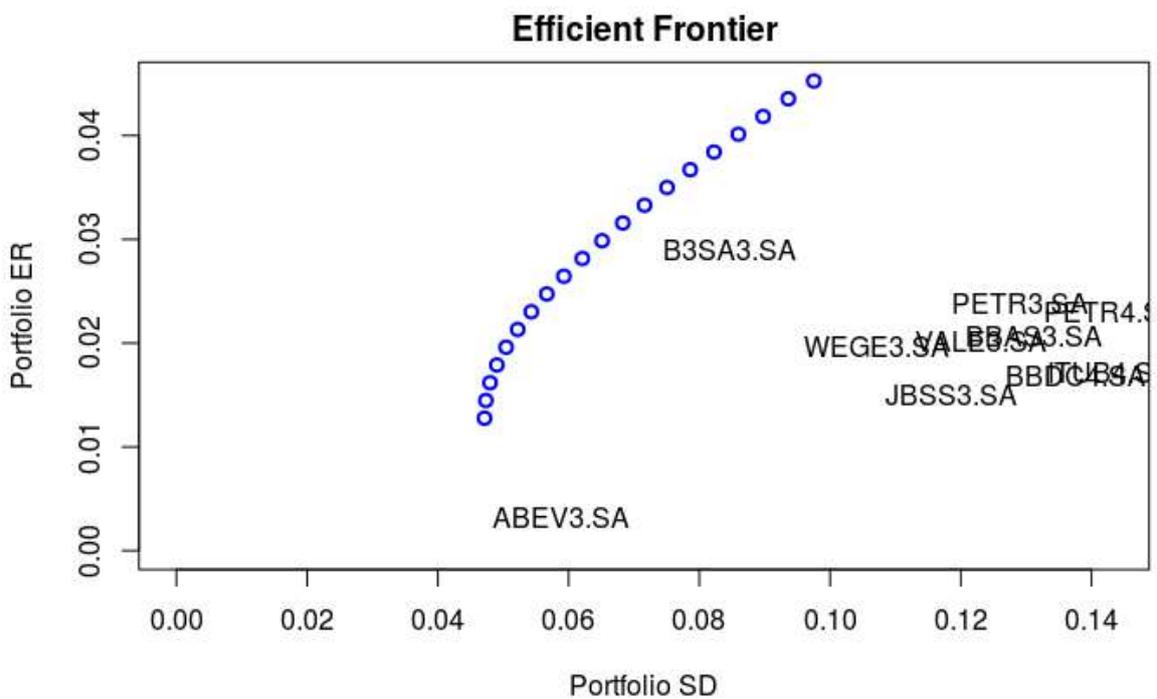
Tabela 7 – Composição da Fronteira Eficiente

Portfólio	ABEV 3.SA	B3SA3 .SA	BBAS 3.SA	BBDC 4.SA	ITUB4 .SA	JBSS3 .SA	PETR3 .SA	PETR4 .SA	VALE3 .SA	WEGE 3.SA	Total
port 1	- 0,1618 48	- 0,7125 88	- 0,1058 78	- 0,1606 84	- 0,101 199	- 0,1854 16	- 0,4331 56	- 0,5734 34	- 0,2161 97	- 0,3439 28	100 %
port 2	- 0,1272 16	- 0,6840 52	- 0,1047 92	- 0,1569 40	- 0,096 783	- 0,1829 12	- 0,4171 08	- 0,5547 37	- 0,2143 59	- 0,3324 54	100 %
port 3	- 0,0925 83	- 0,6555 15	- 0,1037 06	- 0,1531 97	- 0,092 368	- 0,1804 08	- 0,4010 59	- 0,5360 41	- 0,2125 20	- 0,3209 81	100 %
port 4	- 0,0579 51	- 0,6269 79	- 0,1026 20	- 0,1494 54	- 0,087 952	- 0,1779 04	- 0,3850 10	- 0,5173 45	- 0,2106 82	- 0,3095 07	100 %
port 5	- 0,0233 19	- 0,5984 42	- 0,1015 34	- 0,1457 11	- 0,083 536	- 0,1754 00	- 0,3689 62	- 0,4986 49	- 0,2088 43	- 0,2980 33	100 %
port 6	- 0,0113 14	- 0,5699 06	- 0,1004 48	- 0,1419 67	- 0,079 121	- 0,1728 96	- 0,3529 13	- 0,4799 52	- 0,2070 05	- 0,2865 59	100 %
port 7	- 0,0459 46	- 0,5413 69	- 0,0993 62	- 0,1382 24	- 0,074 705	- 0,1703 92	- 0,3368 64	- 0,4612 56	- 0,2051 66	- 0,2750 86	100 %
port 8	- 0,0805 78	- 0,5128 33	- 0,0982 76	- 0,1344 81	- 0,070 290	- 0,1678 88	- 0,3208 16	- 0,4425 60	- 0,2033 28	- 0,2636 12	100 %
port 9	- 0,1152 11	- 0,4842 96	- 0,0971 90	- 0,1307 37	- 0,065 874	- 0,1653 84	- 0,3047 67	- 0,4238 64	- 0,2014 89	- 0,2521 38	100 %
port 10	- 0,1498 43	- 0,4557 59	- 0,0961 04	- 0,1269 94	- 0,061 458	- 0,1628 80	- 0,2887 19	- 0,4051 67	- 0,1996 51	- 0,2406 64	100 %

port 11	0,1844 75	0,4272 23	0,0950 18	0,1232 51	0,057 043	0,1603 76	0,2726 70	0,3864 71	0,1978 13	0,2291 91	100 %
port 12	0,2191 08	0,3986 86	0,0939 32	0,1195 08	0,052 627	0,1578 72	0,2566 21	0,3677 75	0,1959 74	0,2177 17	100 %
port 13	0,2537 40	0,3701 50	0,0928 45	0,1157 64	0,048 211	0,1553 68	0,2405 73	0,3490 78	0,1941 36	0,2062 43	100 %
port 14	0,2883 72	0,3416 13	0,0917 59	0,1120 21	0,043 796	0,1528 64	0,2245 24	0,3303 82	0,1922 97	0,1947 70	100 %
port 15	0,3230 05	0,3130 77	0,0906 73	0,1082 78	0,039 380	0,1503 60	0,2084 75	0,3116 86	0,1904 59	0,1832 96	100 %
port 16	0,3576 37	0,2845 40	0,0895 87	0,1045 35	0,034 965	0,1478 56	0,1924 27	0,2929 90	0,1886 20	0,1718 22	100 %
port 17	0,3922 69	0,2560 04	0,0885 01	0,1007 91	0,030 549	0,1453 52	0,1763 78	0,2742 93	0,1867 82	0,1603 48	100 %
port 18	0,4269 01	0,2274 67	0,0874 15	0,0970 48	0,026 133	0,1428 48	0,1603 30	0,2555 97	0,1849 43	0,1488 75	100 %
port 19	0,4615 34	0,1989 30	0,0863 29	0,0933 05	0,021 718	0,1403 44	0,1442 81	0,2369 01	0,1831 05	0,1374 01	100 %
port 20	0,4961 66	0,1703 94	0,0852 43	0,0895 62	0,017 302	0,1378 40	0,1282 32	0,2182 05	0,1812 66	0,1259 27	100 %

Fonte: RStudio Cloud

Figura 9 – Fronteira Eficiente



Fonte: RStudio Cloud

A tabela 7 e figura 9, demonstram a fronteira eficiente provida pela aplicação SOLVER em conjunto com o *Software RStudio Cloud*, onde observa-se as carteiras possíveis de serem construídas em detrimento dos ativos que as constituem.

Tabela 8 – Resultados Comparativos

	Retorno	Risco
Carteira Otimizada	0,114900%	1,362711%
IBOV	0,081030%	1,377168%

Fonte: Autoria própria

3.3 Análise dos Resultados

A carteira teórica composta inicialmente por 10 ativos, teve sua realocação para 6 ativos, conforme demonstrado na tabela 6, o aplicativo em via de obter a carteira eficiente, torna dispensável a escolha por determinados ativos, quer seja pela sua esperança de retorno (ER), quer seja pelo risco apresentado (DP).

A aplicação do modelo, demonstra claramente que a distribuição dos ativos em detrimento do risco apresentado, é indispensável para minimização do risco, com a utilização da covariância e matriz de correlação.

Conforme demonstrado na tabela 6, o retorno obtido com a carteira otimizada foi superior ao retorno do Índice Ibovespa, 0,1149% a 0,0810% ao mês, respectivamente, dado o mesmo risco assumido (Desvio padrão), 1,3627% para a carteira otimizada e 1,3771% para o Índice Ibovespa.

O gráfico da fronteira eficiente apresentado, é claro ao mostrar a dispersão dos ativos em torno das carteiras otimizadas, a correlação entre alguns ativos, como a PETR3 e PETR4, que são as ações da empresa Petrobrás, foi levado em consideração para ponderação do risco diversificável, pela aplicação Solver, não sendo alocado valores nos dois ativos simultaneamente.

4 CONCLUSÃO

A Teoria Moderna de Portfólio ou Teoria de Markowitz, apresenta a composição de carteiras otimizadas como resultado da análise de retornos passados e da correlação existente entre si, a premissa adotada por Markowitz e muito debatida até os dias atuais, permeia acerca da adoção de eventos passados como garantidores de ganhos futuros.

Fez-se valer a diversificação de ativos sob a ótica de Markowitz em detrimento ao principal índice de ações da bolsa brasileira no presente trabalho. A distribuição de recursos com fundamentação matemática provou que mediante as diretrizes corretas e sob auxílio de recursos computacionais, o investidor tem uma poderosa ferramenta para a sua tomada de decisão.

Markowitz, provou matematicamente a importância da diversificação, mas não somente ela é garantidora de ganhos para os investidos. O investidor deve valer-se de notícias, leituras dos fundamentos das empresas, acompanhamento dos trabalhos desenvolvidos pelos gestores das companhias e quaisquer outras ferramentas disponíveis para uma melhor leitura da economia e das empresas.

É importante lembrar que o mercado financeiro é diversas vezes mais complexo, apresentando variáveis impossíveis de serem previstas, condições de pandemias ou fatores externos que impactam o mercado como um todo, o chamado risco sistemático, é ainda o grande desafio, que só pode ser superado pela diversificação dos investimentos.

REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor**. 6ª ed. São Paulo/SP: Atlas, 2012.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. (1998). **Moderna teoria de portfólios: É possível captar, na prática, os benefícios decorrentes de sua utilização?** Resenha BM&F, (128): 19-34.

CASSETARI, Ailton. **Uma forma alternativa para alocação ótima de capital de carteiras de risco**. Revista de Administração, São Paulo, v. 36, n. 3, jul/set. 2001.

DAMODARAN, A. **Finanças Corporativas Aplicadas: teoria e prática**, 2 ed. Porto Alegre: Bookman. 2006.

FONSECA, Carolina Garcia. **Aplicação do modelo de Markowitz na seleção de carteiras eficientes: Uma análise da relação entre risco e retorno**. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (MBA em finanças e gestão de risco).

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**. São Paulo: Harbra, 1997.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARKOVITZ, Harry, **Portfolio Selection**. New York: John Wiley & Sons, 1959.

PERLIN, Marcelo S., **Processamento e Análise de Dados Financeiros e Econômicos com o R**, Self Published; 2º edição, 2018.

ROSS, Stephen A. et al. **Fundamentos de Administração Financeira**. [Tradução: Leonardo Zilio, Rafaela Guimarães Barbosa]. – 9. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: AMGH, 2013.

SECURATO, José Cláudio. **Administração de Carteiras Aplicada à Fundos de Investimentos Utilizando o Modelo de Markowitz**. 2001. Monografia (Bacharelado em

Economia, Administração, Contabilidade e Atuária) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

SHARPE, Willian F.; ALEXANDER, Gordon J.; BAILEY, Jeffery V. Investments. 5 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.